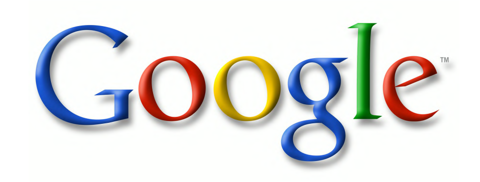
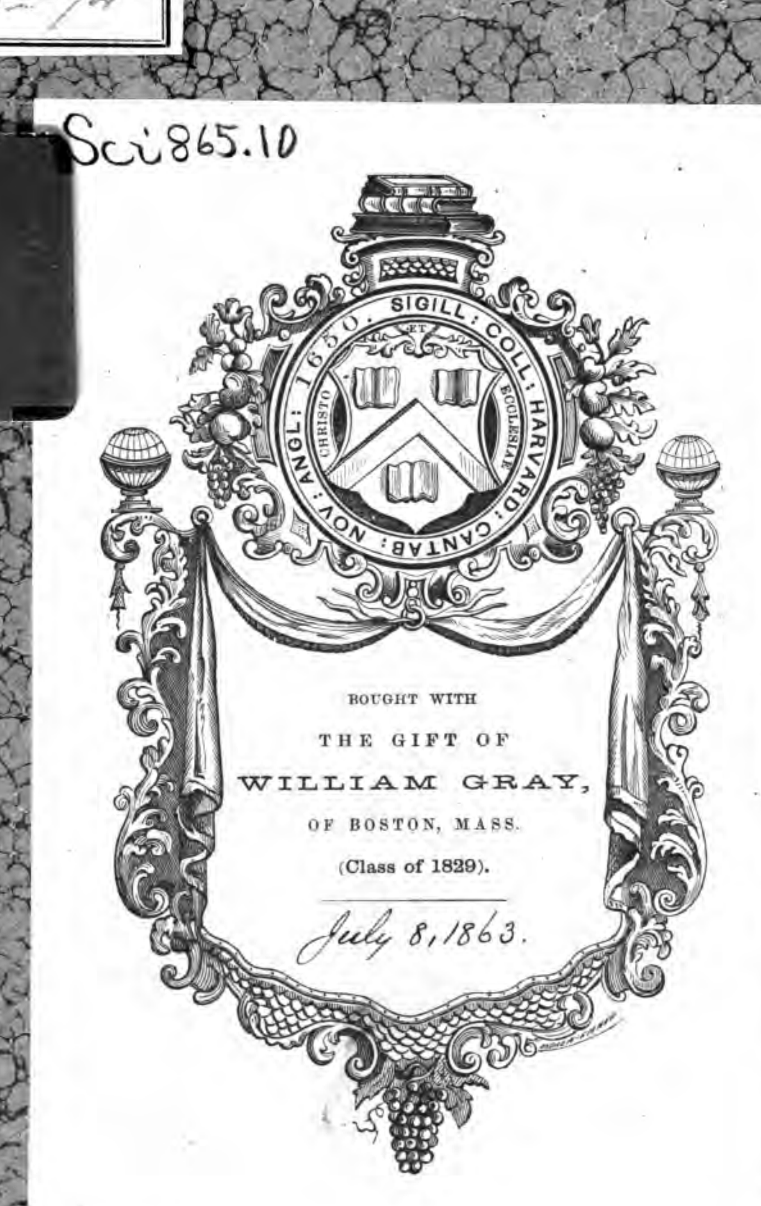
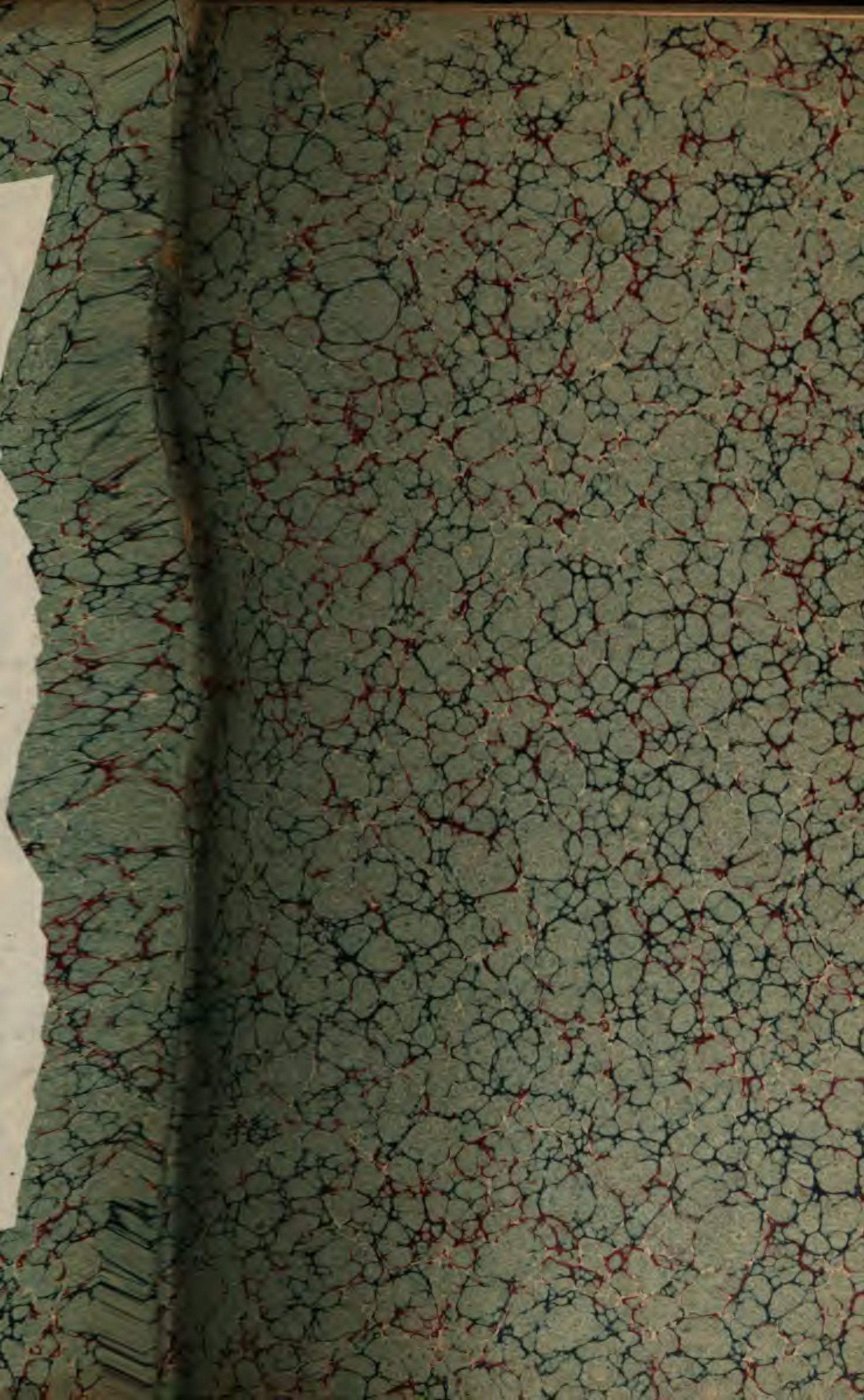



SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650.
CHRISTO ET ECCLESIAE
BOUGHT WITH
THE GIFT OF
WILLIAM GRAY,
OF BOSTON, MASS.
(Class of 1829).
July 8, 1863.



# CORRESPONDANCE

# MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE.

# CORRESPONDANCE

# MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE

DE

## L'OBSERVATOIRE DE BRUXELLES

PUBLIÉE

PAR A. QUETELET,

Directeur de l'observatoire de Bruxelles; professeur au musée; membre de l'académie des sciences et belles-lettres, et de l'institut des Pays-Bas; associé libre étranger de la société de statistique de Paris, de la société philomathique de la même ville, de la société royale astronomique de Londres, des académies royales de Berlin et de Turin; des sociétés des sciences naturelles et médicales de Heidelberg et de Wurzbourg; des sociétés de Gand, Liége, Rotterdam, La Haye, Utrecht, Cambrai.

---

TOME QUATRIÈME.

BRUXELLES.

SOCIÉTÉ BELGE DE LIBRAIRIE

HAUMAN ET Cᵒ.

---

1838

1863, July 8.

# CORRESPONDANCE

# MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE.

*Sur la doctrine des porismes d'Euclide*, par M. Chasles, ancien élève de l'école polytechnique.

Le t. XI des Mémoires couronnés par l'Académie de Bruxelles, qui vient de paraître, est tout entier consacré à un ouvrage de M. *Chasles*, qui a pour titre : *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la Géométrie moderne ; suivi d'un Mémoire de Géométrie sur deux principes généraux de la science, la Dualité et l'Homographie* (in-4°, 850 pages) (1.

1) Cet ouvrage important renferme, sans contredit, l'exposition la plus complète et la plus approfondie de l'histoire de la géométrie ancienne et moderne. Les différentes méthodes qui ont été successivement employées en géométrie, y sont examinées et discutées sous un point de vue philosophique qui répand un nouveau jour sur cette branche aujourd'hui trop négligée des mathématiques, malgré les heureux efforts de quelques savans d'un haut mérite, parmi lesquels M. *Chasles* a su se placer depuis long-temps. L'auteur a présenté, à la fin de son travail, la démonstration de deux principes généraux que l'on peut considérer comme la base de la géométrie actuelle, ou plutôt comme les sources d'où l'on déduirait en général ce que nous connaissons relativement aux propriétés de l'étendue.

Cet ouvrage contient, à la suite de la partie historique, plusieurs notes, dont les unes sont destinées au développement de certains passages que l'auteur a dû traiter brièvement dans le cours du discours, et dont les autres sont le fruit de ses propres recherches sur différentes parties de la géométrie. L'une de ces notes est consacrée à la doctrine des porismes d'*Euclide*. M. *Chasles* nous paraît y avoir émis des idées nouvelles, et avoir répandu quelque jour sur cette grande question qui n'a point été complétement résolue par *R. Simson*, et qui occupe encore les géomètres de nos jours. Nous allons extraire de son ouvrage ce qui s'y rapporte ; le point de vue sous lequel il envisage le Traité d'*Euclide*, et dont il promet de faire l'application aux énoncés de porismes laissés par *Pappus*, pour en rétablir le sens, pourra provoquer d'autres travaux qui hâteront la solution de cette question énigmatique.

*Sur les Porismes.*

« D'après la préface du 7e livre des collections mathématiques de *Pappus*, il paraît que ce traité des *porismes* brillait d'un génie pénétrant et profond ; et qu'il était éminemment utile pour la résolution des problèmes les plus compliqués. (*Collectio artificiosissima multarum rerum, quæ spectant ad analysin difficiliorum et generalium problematum.*) Trente-huit lemmes, que ce savant commentateur nous a laissés pour l'intelligence de ces *porismes*, nous prouvent qu'ils formaient un ensemble de propriétés de la ligne droite et du cercle, de la nature de celles que nous fournit, dans la géométrie récente, la théorie des transversales.

*Pappus* et *Proclus* sont les seuls géomètres de l'antiquité qui aient fait mention des *porismes ;* mais déjà, au temps du premier, la signification de ce mot s'était altérée, et les définitions qu'il nous en donne sont obscures. Celle de *Proclus* n'est pas propre à éclaircir les premières. Aussi, ça été une grande question parmi les modernes, de savoir la nuance précise que les anciens avaient établie entre les théorèmes et les problèmes d'une part, et ce troisième genre de propositions, appelées *porismes*, qui

participaient, à ce qu'il paraît, des uns et des autres; et de savoir particulièrement ce qu'étaient les *porismes* d'Euclide.

*Pappus*, il est vrai, nous a transmis les énoncés de trente propositions appartenant à ces *porismes*, mais ces énoncés sont si succincts, et sont devenus si défectueux par des lacunes et l'absence des figures qui s'y rapportaient, que le célèbre *Halley*, si profondément versé dans la géométrie ancienne, a confessé n'y rien comprendre (1), et que, jusque vers le milieu du siècle dernier, bien que des géomètres d'un grand mérite aient fait de cette matière l'objet de leurs méditations, aucun énoncé n'avait encore été rétabli.

Ce fut *R. Simson*, qui eut la gloire de découvrir la signification de plusieurs de ces énigmes, ainsi que la forme des énoncés qui était propre à ce genre de propositions.

Voici le sens de la définition que ce géomètre a donnée des *porismes* :

*Le porisme est une proposition dans laquelle on annonce pouvoir déterminer, et où l'on détermine effectivement certaines choses, ayant une relation indiquée, avec des choses fixes et connues, et avec d'autres choses variables à l'infini; celles-ci étant liées entre elles par une ou plusieurs relations connues, qui établissent la loi de variation à laquelle elles sont soumises.*

Exemple : Étant donnés deux axes fixes, si de chaque point d'une droite on abaisse des perpendiculaires $p, q$, sur ces deux axes, on pourra trouver une longueur de ligne $a$, et une raison $\alpha$, telles que l'on ait entre ces deux perpendiculaires la relation constante $\frac{p-a}{q}=\alpha$.

(Ou, suivant le style ancien, la première perpendiculaire sera *plus grande* à l'égard de la seconde *d'une donnée qu'en raison.*)

Ici, les choses fixes données sont les deux axes; les choses variables sont les perpendiculaires $p, q$; la loi commune à la-

---

1) Note de *Halley*, à la suite du texte de *Pappus* sur les porismes, reproduit avec la préface du 7e livre des collections mathématiques, au commencement du traité d'*Apollonius* DE SECTIONE RATIONIS, in-4°, 1706.

quelle ces deux choses variables sont assujetties, est que le point variable, d'où ces perpendiculaires sont abaissées, appartient à une droite donnée; enfin, les choses à trouver sont la ligne *a* et la raison *α*, qui établiront entre les choses fixes et les choses variables de la question la relation prescrite.

Cet exemple suffit pour faire comprendre la nature des porismes, comme l'a conçue *R. Simson*, dont l'opinion a été généralement adoptée depuis.

Cependant nous devons ajouter que tous les géomètres n'ont pas reconnu, dans l'ouvrage de *Simson*, la vraie divination de celui d'*Euclide*. Pour nous, en adoptant le sentiment du célèbre professeur de Glasgow, nous dirons pourtant que nous ne trouvons pas, dans son travail, la divination complète de la grande énigme des porismes. Cette question, en effet, était complexe, et ses différentes parties exigeaient toutes une solution que l'on cherche en vain dans le traité de *Simson*.

Ainsi l'on devait se demander :

1° Quelle était la forme des énoncés des porismes;

2° Quelles étaient les propositions qui entraient dans l'ouvrage d'*Euclide*; notamment celles dont l'indication, très-imparfaite, nous est laissée par *Pappus*;

3° Quelle a été l'intention et le but philosophique d'*Euclide*, en composant cet ouvrage dans une forme inusitée;

4° Sous quels rapports il méritait l'éminente distinction qu'en fait *Pappus*, parmi les autres ouvrages de l'antiquité; car la forme seule de l'énoncé d'un théorème n'en constitue pas le mérite ni l'utilité;

5° Quelles sont les méthodes, ou les opérations actuelles qui se rapprochent le plus, sous une autre forme, des porismes d'*Euclide*, et qui les suppléent dans la résolution des problèmes; car on ne peut croire qu'une doctrine aussi belle et aussi féconde ait disparu complétement de la science des géomètres;

6° Et enfin, il y aurait à donner une interprétation satisfaisante de différens passages de *Pappus* sur ces porismes; par exemple, de celui où il dit que les modernes ne pouvant tout trouver par eux-mêmes, ou, en quelque sorte, *porismer* complétement, ont

changé la signification du mot ; car si le porisme n'avait consisté que dans la forme de son énoncé, comme il semble résulter du traité de *R. Simson*, il aurait toujours été facile de porismer toutes les propositions qui en auraient été susceptibles, et on ne voit pas pourquoi les modernes y auraient trouvé des difficultés qui leur auraient fait changer la signification du mot.

Nous dirons, en un mot, que la doctrine des porismes, son origine, ou la pensée philosophique qui l'a créée, sa destination, ses usages, ses applications et sa transformation dans les doctrines modernes, sont autant de mystères, qui ne nous sont pas dévoilés dans le Traité de *Simson*. Ajoutons que nous n'y trouvons rétablis que six des trente propositions énoncées par Pappus.

Un certain nuage nous a donc semblé couvrir encore cette grande question que nous a léguée l'antiquité ; à moins que d'autres écrits, qui nous seraient inconnus, ne soient venus depuis l'éclairer d'un plus grand jour, ou bien que notre faible intelligence n'ait pas compris l'ouvrage du célèbre *Simson*.

Ces réflexions nous ont long-temps préoccupé, et détourné souvent de l'étude à laquelle nous aurions voulu nous livrer ; car l'intérêt que le sujet est de nature à inspirer, était plus puissant que notre volonté. Nous avons été conduit de la sorte à former quelques conjectures sur cette doctrine des porismes, et à rétablir les 24 énoncés de *Pappus*, qui ont été laissés intacts par *Simson*. Nous allons présenter succinctement une analyse de notre travail, en réclamant l'indulgence du lecteur, car nous n'abordons une telle question, qui a excité la curiosité de grands géomètres, qu'avec la timidité et la défiance que doit nous inspirer le sentiment de notre faiblesse.

Faute de documens suffisans pour rétablir par la voie analytique la doctrine complète des porismes, il faut, en quelque sorte, recomposer cette doctrine *à priori*, par la pure synthèse. C'est un système qu'il faut former, et soumettre à toutes les questions et aux épreuves auxquelles peuvent donner lieu les fragmens qui nous restent.

La conception des *porismes* nous paraît dériver de celle des *données;* et telle a été, selon nous, son origine dans l'esprit d'*Euclide*.

Les *porismes* étaient par rapport aux propositions *locales*, ce que les *données* étaient par rapport aux simples théorèmes des *élémens*.

De sorte que les *porismes* formaient avec les *données* un *complément* des *élémens* de Géométrie, propre à faciliter les usages de ces élémens pour la résolution des problèmes [1].

Sous ce point de vue, la destination spéciale des *porismes* était de procurer la connaissance des *lieux*; en offrant les moyens de tirer des conditions par lesquelles un lieu inconnu était déterminé, une autre expression plus simple de ce lieu, propre à en faire connaître la nature et la position.

Par exemple, si on demande un point dont les carrés des distances à deux points fixes, multipliés respectivement par deux constantes, aient leur somme constante, on démontrera qu'il existe un certain point fixe tel que la distance de chaque point cherché à ce point fixe sera constante, et l'on déterminera par les seules données de la question la position de ce point fixe et cette distance constante.

Ce sera là un porisme, et ce porisme fera voir que le lieu du point cherché est une circonférence de cercle.

Cet exemple montre quel a été l'usage des porismes. Nous dirons donc qu'un recueil de porismes était un tableau de diverses propriétés ou expressions différentes des courbes (droites et circu-

---

1) Ici nous hasarderons une réflexion que nous n'avons pas osé nous permettre en parlant du livre des DONNÉES d'*Euclide*.

Dans les énoncés de porismes laissés par *Pappus*, bien qu'il soit difficile d'en deviner le sens, on reconnaît cependant que, dans ces sortes de propositions, il y a quelque chose à trouver; et *Pappus* désigne cette chose cherchée par le mot *donné*, comme a fait *Euclide* dans le livre des *Données*, et il applique en même temps le même mot à chacune des choses données par l'hypothèse de la question. Les énoncés de *Pappus* auraient été plus intelligibles s'il n'avait désigné que celles-ci par le mot *donné*, et les autres, c'est-à-dire celles qu'il faut trouver, par le mot *déterminé*.

Cette observation s'applique au livre des DONNÉES d'*Euclide*; mais c'est surtout en m'occupant de la divination des porismes, que les inconvéniens d'un même mot pour deux choses différentes m'ont paru sensibles.

(*Note de l'auteur.*)

laires seulement dans le traité d'*Euclide*), et que ce tableau présentait les transformations de ces propriétés les unes dans les autres.

De sorte que les porismes, dans l'esprit d'*Euclide*, étaient, en quelque sorte, les *équations* des courbes.

Ils donnaient la facilité et l'art de changer de coordonnées (en comprenant sous ce mot, toutes les manières possibles d'exprimer une courbe par deux ou plusieurs variables).

La doctrine des porismes était donc la *Géométrie analytique* des anciens : et peut-être, si elle nous était parvenue, y trouverait-on le germe de la doctrine de *Descartes;* nous croyons au moins que l'équation de la ligne droite (abstraction faite de la forme algébrique sous laquelle nous l'employons), a fait partie des porismes mêmes d'*Euclide;* et c'est pour cela, que nous l'avons choisie pour exemple de porisme dans le texte du discours. Nous appuierons cette opinion de plusieurs preuves, dans un autre moment. Et si ces premières conjectures ne paraissent pas dépourvues de toute vraisemblance, nous ajouterons qu'il n'a manqué à *Euclide* que l'usage de l'algèbre pour créer les systèmes de coordonnées qui datent de *Descartes.*

Voici quelle est la question générale à laquelle il nous semble qu'*Euclide* a pu destiner ses porismes :

« Un lieu étant déterminé par une construction commune à tous ses points, ou par un certain système de coordonnées, trouver une autre construction, ou un autre système de coordonnées qui satisfasse à tous les points de ce lieu, et qui en fasse connaître la nature et la position. »

D'après l'énoncé de cette question générale, l'objet des porismes aurait été de faciliter les changemens de construction des lieux, ou les changemens de coordonnées propres à tous leurs points ; et le traité d'*Euclide* aurait été une collection de formules propres à remplir ce but.

Ces changemens de construction, en effet, et ces transformations de coordonnées étaient les seuls moyens que la géométrie, chez les anciens, pût employer pour étudier les courbes qui se présentaient dans leurs spéculations, et pour s'en servir dans la résolution des problèmes.

*Proclus* a donc raison de dire qu'il s'agit, dans les porismes, de *l'invention d'une chose, que l'on ne recherche et que l'on ne considère point pour elle-même.*

En effet, ces nouveaux modes de construction, ces nouvelles coordonnées, que l'on cherche, ne sont que des auxiliaires qui ne doivent servir qu'à l'étude et à la contemplation de la courbe sur laquelle on opère.

Les porismes renfermés dans les trois livres d'*Euclide* étaient un recueil de formules propres à la construction des lieux à la droite, au point et au cercle. C'étaient les manières connues alors, ou inventées par *Euclide*, pour exprimer par deux coordonnées, liées entre elles par une certaine relation, les descriptions diverses de ces trois lieux, et pour passer de l'une de ces descriptions à une autre.

Cela avait pour objet de ramener à une même description, ou à un même système de coordonnées, les différentes parties d'une figure qui, par les hypothèses de la question, étaient produites par des descriptions ou des coordonnées différentes. Opération en quelque sorte analogue à la réduction de plusieurs fractions numériques ou littérales à un même dénominateur. Opération du reste, dont l'utilité doit être bien sentie des géomètres modernes qui la pratiquent journellement dans toutes les parties des mathématiques, en se servant de différens modes de coordonnées auxiliaires, et en les transformant les unes dans les autres, suivant les besoins de la question.

Nous allons peut-être mieux faire comprendre l'usage des porismes, par un autre rapprochement avec les méthodes modernes.

Les anciens n'avaient pas, comme nous avons depuis *Descartes*, des termes de comparaison entre les lieux auxquels ils étaient conduits dans leurs recherches géométriques. Pour nous, il suffit d'exprimer un lieu en coordonnées ordinaires; et nous en savons immédiatement la nature : la discussion de son équation nous apprend ensuite les affections et les circonstances singulières de ce lieu, et le rang qu'il occupe, comme variété, dans la famille à laquelle il appartient. Ainsi l'équation du lieu, dans

la doctrine de *Descartes*, est en quelque sorte l'expérimentation unique à laquelle il nous suffit de le soumettre, pour en connaître la nature, la position et les rapports avec les autres lieux connus.

Les anciens, au contraire, ne possédaient pas un tel procédé général et uniforme d'investigation : et n'ayant pas un terme unique de comparaison, ils ont dû inventer divers moyens auxiliaires pour arriver à reconnaître les rapports d'un lieu, qui se présentait pour la première fois, avec les autres lieux déjà connus. Ces moyens ne pouvaient être que des changemens de description ou de coordonnées du lieu, pour parvenir à quelques rapports assez simples, et même d'identité, avec les modes de description des lieux connus.

Telle est l'origine de leurs porismes. Ils avaient pour objet de substituer à une expression géométrique ou analytique d'un lieu, une autre expression, géométrique ou analytique du même lieu.

Ces considérations montrent les rapports qui existent entre la doctrine des porismes et nos méthodes modernes; elles font voir aussi combien ces porismes devaient être utiles; car, envisagés de la sorte, ils formaient véritablement une *Géométrie analytique*, qui ne différait de la nôtre que par les symboles et les procédés de l'algèbre, que *Descartes* a la gloire d'y avoir introduits. Ainsi ces porismes suppléaient, chez les anciens, notre analyse moderne, qui les a remplacés à notre insu. Mais il est fort remarquable que la chose n'a fait que changer de nom; car l'analyse de Descartes ne présente elle-même, dans ses applications, qu'un porisme continuel, mais toujours d'une même nature, et d'une forme convenue, qui est très-propre aux usages auxquels nous l'employons. Car cette analyse a pour but, comme la doctrine des porismes d'*Euclide*, de tirer des conditions d'un lieu, une expression nouvelle de ce lieu, qui nous soit connue, et qui, par ses rapports avec certains termes de comparaison, nous fasse connaître la nature et la position de ce lieu.

Par exemple, qu'on demande de trouver un point tel que le carré de sa distance à un point fixe, soit dans un rapport donné avec la distance de ce point à une droite fixe.

En prenant dans le plan de la figure deux axes rectangulaires, et en appelant $x$ et $y$ les distances du point cherché à ces deux axes, on trouve entre ces variables une relation de la forme :

$$x^2 + y^2 + ax + by = c^2,$$

où $a$, $b$, $c$ sont des coefficiens constans, composés avec les données de la question. Cette équation exprime donc ce porisme :

« On peut trouver deux lignes, $a$, $b$ et un carré $c^2$, tels que les carrés des distances du point cherché, aux deux axes menés dans le plan de la figure, plus les produits de ces distances par les deux lignes $a$, $b$ respectivement, forment une somme égale au carré $c^2$. »

Ce porisme fait voir, par les élémens de la géométrie analytique, que le lieu cherché est un cercle.

Mais si ces élémens n'étaient pas formés, ou qu'on voulût s'en passer, on simplifierait l'équation ci-dessus en changeant l'origine des coordonnées, et l'on arriverait à une équation de la forme :

$$x^2 + y^2 = A^2,$$

qui exprimerait ce second porisme :

« Il existe dans le plan de la figure un certain point, qu'on peut déterminer, et qui se trouve toujours à une même distance, qu'on peut déterminer aussi, de chacun des points cherchés. »

Ce porisme fait voir que le lieu du point cherché est un cercle, de grandeur et de position déterminées.

Ces résultats, auxquels nous sommes parvenu par la méthode des coordonnées de *Descartes*, auraient pu s'obtenir aussi sans calcul et d'une manière purement géométrique. Mais quelle que soit la voie que l'on suive, on voit qu'on peut les considérer comme des porismes. Et cela explique comment nous concevons que la méthode de *Descartes* a remplacé les porismes, en substituant, à l'aide du calcul, aux divers genres de porismes dont les anciens faisaient usage, une seule et unique formule géné-

rale qui se prête avec une facilité merveilleuse à toutes sortes de questions.

Après avoir émis les idées que nous nous sommes faites sur la doctrine des porismes, il nous faudrait les soumettre à une interprétation du texte que *Pappus* nous a laissé sur cette matière. Mais cette Note est déjà trop longue, et nous ne pouvons entrer ici dans de tels développemens.

Nous nous bornerons à dire qu'en prenant pour point de départ, et pour base, notre manière de concevoir la doctrine des porismes, nous avons obtenu assez naturellement une interprétation des vingt-quatre énoncés de porismes que n'a pas rétablis *Simson*. Nous nous sommes aidé, dans ce travail, des trente-huit lemmes de *Pappus* sur les porismes, et de ses propositions sur les *loca plana* d'*Apollonius*. Car les porismes d'*Euclide* étant des propositions locales sur la ligne droite et le cercle, nous avons pensé qu'*Apollonius* avait dû s'en servir pour former ses *loca plana*, qui, à leur tour, pourraient servir pour former un traité des porismes.

Les limites dans lesquelles nous devons nous renfermer ne nous permettent pas d'énoncer ici les porismes que nous avons trouvés comme répondant au texte de *Pappus*. Mais nous allons donner deux propositions très-générales qui nous ont paru comprendre, dans leurs nombreux corollaires, les quinze énoncés de *Pappus*, appartenant au premier livre des porismes d'*Euclide*, et desquelles par conséquent on pourra déduire autant de théorèmes répondant à ces énoncés.

De ces deux propositions dérivent aussi plusieurs systèmes de coordonnées, particulièrement celui de *Descartes*.

Il résulte de là une véritable connexion entre les porismes d'*Euclide* et les systèmes de coordonnées modernes, qui sera peut-être un commencement de justification des idées que nous avons émises sur la doctrine des porismes.

Voici quelles sont les deux propositions en question; nous les énonçons sous forme de porismes :

Premier porisme : *Étant pris, dans un plan, deux points $P$, $P'$, et deux transversales qui rencontrent la droite $PP'$ aux points $E$, $E'$;*

*et étant pris sur ces deux transversales respectivement deux points fixes, $O$, $O'$;*

*Si de chaque point d'une droite donnée on mène deux droites aux points $P$, $P'$, qui rencontreront respectivement les deux transversales $EO$, $E'O'$ en deux points* a, a';

*On pourra trouver deux quantités $\lambda$, $\mu$, telles que l'on aura toujours la relation :*

$$(1) \ldots\ldots \quad \frac{Oa}{Ea} + \lambda \frac{O'a'}{E'a'} = \mu.$$

Second porisme : *Étant menées dans un plan, deux droites fixes qui se rencontrent en un point $S$, et étant pris sur ces deux droites respectivement, deux points fixes $O$, $O'$;*

*Si autour d'un point donné on fait tourner une transversale, qui rencontrera les deux droites fixes en deux points* a, a';

*On pourra trouver deux quantités $\lambda$, $\mu$, telles qu'on aura toujours la relation :*

$$(2) \ldots\ldots \quad \frac{Oa}{Sa} + \lambda \frac{O'a'}{Sa'} = \mu.$$

Les réciproques de ces deux propositions sont vraies; c'est-à-dire que :

1° Quand l'équation (1) a lieu entre les segmens que les deux points variables $a$, $a'$ font sur les deux droites fixes EO, E'O', les deux droites P$a$, P'$a'$ se croisent en un point dont le lieu est une droite déterminée par les valeurs des deux constantes $\lambda$ et $\mu$.

2° Quand l'équation (2) a lieu entre les segmens que deux points variables $a$, $a'$ font sur deux droites fixes SO, SO', la droite $aa'$ passe toujours par un même point qui est déterminé par les valeurs des deux constantes $\lambda$ et $\mu$.

Du premier porisme et de sa réciproque, on conclut aisément ce porisme très-général qui concerne toutes les courbes géométriques :

Porisme général. *Les mêmes choses étant supposées que dans le premier porisme, si de chaque point d'une courbe géométrique don-*

*née ou mène des droites aux deux points P, P', qui rencontreront les deux transversales fixes, aux points* a, a', *respectivement;*

*Il existera des valeurs des coefficiens* $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$, *etc., qui satisferont à l'équation générale du degré* m *entre les deux rapports* $\frac{Oa}{Ea}$, $\frac{O'a'}{E'a'}$,

$$\left(\frac{Oa}{Ea}\right)^m + \left(\alpha\frac{O'a'}{E'a'} + \beta\right)\left(\frac{Oa}{Ea}\right)^{m-1} + \text{etc.} = o.$$

De là résultent une infinité de systèmes de coordonnées, propres à représenter tous les points d'une courbe; on y trouve celui de *Descartes,* en supposant le point P à l'infini sur la transversale O'E', et le point P' à l'infini sur la transversale OE, et que les deux points O, O' soient l'un et l'autre à l'intersection des deux transversales.

Le second porisme et sa réciproque donnent pareillement lieu à un porisme très-général, qui concerne toutes les courbes géométriques;

Porisme général : *Étant menées dans le plan d'une courbe géométrique deux transversales qui se rencontrent en S, et étant pris sur ces droites respectivement deux points fixes O, O';*

*Une tangente quelconque à la courbe rencontrera ces deux droites en deux points* a, a';

*Et si la courbe jouit de ce caractère général que, par un point pris au dehors, on puisse lui mener généralement et au plus* m *tangentes,*

*Il existera des valeurs des coefficiens* $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, ....., *qui satisferont à l'équation générale du degré* m *entre les deux rapports* $\frac{Oa}{Sa}$, $\frac{O'a'}{Sa'}$,

$$\left(\frac{Oa}{Sa}\right)^m + \left(\alpha\frac{O'a'}{Sa'} + \beta\right)\left(\frac{Oa}{Sa}\right)^{m-1} + \text{etc.} = o.$$

Revenons à nos deux propositions générales primitives exprimées par les équations (1) et (2).

Chacune de ces équations peut se transformer de différentes

manières en d'autres, qui auront deux, trois ou quatre termes. Plusieurs de ces transformations sont nécessaires pour donner l'interprétation des *porismes* du premier livre d'*Euclide*. Nous devons ajouter que chacune des équations que l'on obtient ainsi, sert à exprimer plusieurs porismes différens, parce qu'on y peut prendre pour inconnues du porisme, au lieu des coefficiens constans, comme nous l'avons fait, différentes parties de la figure, telles que les points O, O', ou les directions des transversales.

On tirera de la sorte, de nos deux propositions générales, une multitude de porismes, et nous croyons ne pas exagérer en en portant le nombre à deux ou trois cents. Une telle abondance s'accorde bien avec ce que dit *Pappus*, de la fécondité des *porismes* d'*Euclide* : « *Per omnia Porismata non nisi prima principia, et* » *semina tantum multarum et magnarum rerum* SPARSISSE VIDETUR » (*Euclides*). »

Des différentes équations identiques dont nous venons de parler, nous avons choisi pour exemple les deux (1) et (2), parce que ce sont celles qui embrassent le mieux l'infinité de propositions que comporte cette matière, et surtout parce que ce sont celles qui ont leurs analogues dans l'espace, et qui servent à étendre la doctrine des *Porismes* d'*Euclide* à la géométrie à trois dimensions.

Voici les deux théorèmes généraux qui rempliront cet objet; nous les énoncerons sous forme de porismes :

Premier porisme : *Étant donné dans l'espace un triangle ABC, et trois transversales quelconques, qui rencontrent le plan du triangle en E, E', E''; et étant pris sur ces trois droites, trois points fixes O, O', O'';*

*Si de chaque point d'un plan donné on mène trois plans passant respectivement par les trois côtés AB, BC, CA du triangle, et rencontrant respectivement les trois transversales aux points* a, a', a'';

*On pourra trouver trois quantités constantes, telles qu'on aura toujours l'équation :*

$$\frac{\mathrm{O}a}{\mathrm{E}a}+\lambda\,\frac{\mathrm{O}'a'}{\mathrm{E}'a'}+\mu\,\frac{\mathrm{O}''a''}{\mathrm{E}''a''}=\nu.$$

Et, réciproquement, les trois coefficiens $\lambda$, $\mu$, $\nu$, étant donnés, il leur correspondra toujours un certain plan qu'on pourra déterminer.

Second porisme : *Étant pris dans l'espace un angle trièdre dont le sommet est en S, et étant pris sur ses arêtes trois points fixes O, O', O'';*

*Si, autour d'un point donné, on fait tourner un plan transversal qui rencontrera les arêtes de l'angle trièdre en* a, a' *et* a'';

*On pourra trouver trois quantités constantes,* $\lambda$, $\mu$, $\nu$, *telles qu'on aura toujours l'équation :*

$$\frac{\text{O}a}{\text{S}a} + \lambda\frac{\text{O}'a'}{\text{S}a'} + \mu\frac{\text{O}''a''}{\text{S}a''} = \nu.$$

Et, réciproquement, si dans cette équation les trois coefficiens $\lambda$, $\mu$, $\nu$ sont donnés, il leur correspondra toujours un certain point dans l'espace.

Ces deux théorèmes généraux sont susceptibles d'une infinité de corollaires, au nombre desquels se trouvent le principe de *transformation* des figures en d'autres du même genre, et celui de la *dualisation* des propriétés de l'étendue. Mais nous ne pouvons entrer ici dans tous ces détails.

Les deux porismes de géométrie plane que nous venons d'appliquer à la Géométrie à trois dimensions ont aussi leurs analogues sur la sphère. En voici les énoncés :

1^er^ porisme. *Étant pris sur la sphère deux points fixes P, P', et deux arcs qui rencontrent l'arc PP' en E et E'; et étant pris sur ces deux arcs, respectivement, deux points fixes O, O';*

*Si de chaque point d'un arc donné on mène deux arcs aux points P, P', qui rencontreront respectivement les deux arcs EO, E'O', en deux points* a, a', *on pourra trouver deux quantités* $\lambda$, $\mu$, *telles qu'on aura toujours la relation*

$$\frac{\sin.\ \text{O}a}{\sin.\ \text{E}a} + \lambda.\frac{\sin.\ \text{O}'a'}{\sin.\ \text{E}'a'} = \mu.$$

2^e^ porisme. *Étant menés sur la sphère deux arcs de grands cer-*

*cles, qui se rencontrent en S, et étant pris sur ces deux arcs respectivement deux points fixes O, O';*

*Si, autour d'un point donné de la sphère, on fait tourner un arc qui rencontrera les deux arcs fixes en deux points* a, a', *on pourra trouver deux quantités* $\lambda$, $\mu$, *telles qu'on aura toujours la relation :*

$$\frac{\sin. Oa}{\sin. Sa} + \lambda. \frac{\sin. O'a'}{\sin. Sa'} = \mu.$$

Nous devons prévenir que, quoique nous n'ayons appliqué la doctrine des porismes qu'aux propositions *locales,* nous l'étendons cependant, suivant la définition générale de *Simson,* à toutes sortes d'autres propositions géométriques ou algébriques, où il y a certaines choses variables.

Voici, pour terminer cette note, une liste des auteurs qui ont écrit sur les porismes, ou qui seulement ont employé ce mot, sans dire la signification précise qu'ils lui attribuaient.

Il faut rappeler d'abord que dans son acception commune et générale, le mot, Πόρισμα, chez les Grecs, signifiait *corollaire.* C'est dans ce sens qu'*Euclide* en a fait usage dans beaucoup de propositions de ses Élémens. Mais, dans son *Traité des porismes*, il avait un sens particulier.

Diophante, dans ses *Questions arithmétiques*, a plusieurs fois employé le mot porisme, pour désigner certaines propositions concernant la théorie des nombres, sur lesquelles il appuie ses démonstrations, et qui formaient probablement un ouvrage qui ne nous est pas parvenu. (*Voir*, par exemple, les propositions 3, 5 et 19 du livre V).

*Pappus* et *Proclus,* comme nous l'avons dit, nous ont laissé des définitions différentes des porismes d'*Euclide.*

Ce sont là les trois seuls auteurs anciens où nous trouvions le mot porisme employé dans une autre acception que la signification commune de corollaire.

Chez les modernes, on le rencontre d'abord dans le Cosmolabe de *Besson* (Paris, 1567, in-4°), où il est employé concurremment avec le mot corollaire, pour désigner des propositions

déduites d'une proposition principale. (Pag. 203, 207 et 210).

Vers le même temps, *Dasypodius*, dans son livre intitulé : *Volumen II mathematicum, complectens præcepta mathematica, astronomica, logistica* (Argentorati, 1570, in-8°), a donné une définition des porismes, suivant le sens de *Proclus*. (Pag. 243 et suiv.)

*Viète* s'est servi du mot *porisma* en parlant du corollaire qui suit la proposition 16 du III° livre des Élémens d'*Euclide*. (*Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII; cap. XIII.*)

*Neper*, dans son immortel ouvrage : *Mirifici Logarithmorum canonis descriptio, ejusque usus in utraque trigonometria*, etc. (Édimbourg, 1614, in-4°), appelle *porisma* une sorte de scolie général qui résume les règles qu'il vient de donner pour la résolution des triangles sphériques qui ont un angle droit ou un côté égal à un quadrant.

*Alexandre Anderson* intitule *Porisma*, un problème local, où il s'agit de trouver le lieu des sommets des triangles, qui, ayant même base, ont leurs deux autres côtés dans un rapport constant. Voir : *Animadversionis in Franciscum Vietam a Clemente Cyriaco nuper editæ, brevis* Διάκρισις, per Alexandrum Andersonum. Paris, 1617, in-4° (7 pages) (1.

*Bachet de Meziriac*, à l'instar de *Diophante*, a aussi employé le mot porisme, et l'a donné à une série de propositions sur la théorie des nombres, qui précèdent sa traduction et son commentaire des six livres arithmétiques de l'analyste grec; et qui sont comme autant de lemmes nécessaires pour l'intelligence de cet ouvrage. Ces porismes sont en trois livres intitulés : *Claudii*

---

(1 *Anderson* avait écrit plusieurs ouvrages sur l'analyse géométrique des anciens, qui n'ont pas été publiés. *Mersenne*, dans son livre *de la Vérité des sciences* (1625, in-12, pag. 752), fait un grand éloge de ce géomètre, qui, pendant sa vie, dit-il, n'a pas été traité selon son mérite, bien qu'il pût approcher d'*Archimède* et d'*Apollonius*. Puis il ajoute qu'*Anderson* avait préparé plusieurs ouvrages pour suppléer à ceux des anciens qui ne nous sont pas parvenus; et il engage les personnes qui les possèdent à ne pas en priver les sciences.

*Gasparis Bacheti sebusiani in Diophantum, Porismatum libri tres.* Paris, 1621, in-fol.

*Savile,* dans ses *Prælectiones tredecim in principium elementorum Euclidis* (Oxonii, 1621, in-4°), a donné une définition des porismes, dans le sens de *Proclus.* (*Lectura prima*, p. 18.)

*Albert Girard* annonçait dans sa Trigonométrie (La Haye, 1626, in-16), et dans son Commentaire des œuvres de *Stevin* (Leyde, 1634, in-fol., p. 459), avoir rétabli les porismes d'*Euclide.* Mais ce travail n'a pas vu le jour. Puisse-t-il n'être pas entièrement perdu!

*Kircher,* dans la partie de son *Ars magna Lucis et Umbræ* (Romæ, 1646, in-fol.), qui traite des sections coniques, se sert en même temps des trois mots *corollarium*, *consectarium* et *porisma*, pour désigner des conséquences d'une proposition principale. Mais le plus souvent cependant, le dernier mot s'applique à une proposition qui n'est pas la conséquence de celle qui a été démontrée, mais qui en est au contraire une généralisation, ou du moins qui s'y rapporte comme faisant partie de la même théorie. Par exemple, après qu'une propriété de la parabole vient d'être démontrée sous le titre de *proposition*, on trouve sous le titre de *porisme*, les propriétés analogues de l'ellipse et de l'hyperbole (*voir* pag. 237 et 238; 242 et 243).

*Schooten,* dans ses *Sectiones triginta miscellaneæ* (livre V des *Exercitationes mathematicæ.* Leyde, 1657, in-4°), intitule *Porisma* la section 24ᵉ, où, pour donner un exemple de la manière de découvrir en géométrie les propriétés des figures, il se propose de trouver celles qui appartiennent à la figure formée par différentes droites menées d'une certaine manière dans le plan d'un cercle. (P. 484 des *Exercitationes mathematicæ.*)

Les quatre géomètres suivans ont traité formellement de la divination des porismes :

Marin Ghetaldi, *De resolutione et compositione mathematica, lib. V;* opus posthumum. Romæ, 1640.

Bulliaud, *Exercitationes geometricæ tres:* 1° *circa demonstrationes per inscriptas et circumscriptas figuras;* 2° *circa conicarum sectionum quasdam propositiones;* 3° *de porismatibus.* Parisiis, 1657, in-4°.

Renaldini, *De resolutione et compositione mathematica, libri duo*. Patavii, 1668, in-folio.

Fermat, *Varia opera mathematica*. Tolosæ, 1679, in-fol.

*Porismatum Euclidæorum renovata doctrina, et sub forma isagoges recentioribus geometricis exibita*. Cet écrit, de quatre pages, avait été communiqué par *Fermat*, plusieurs années auparavant, à divers géomètres, et entre autres à *Bulliaud* qui en fait mention dans l'ouvrage que nous venons de citer de cet auteur.

Maintenant, après qu'un siècle s'est écoulé sans nous offrir aucun écrit sur les porismes, nous trouvons :

Lawson, *Treatise concerning Porisms*, 1777, in-4°.

Ce géomètre est auteur d'un autre ouvrage sur la géométrie des anciens, intitulé : *Geometrical analysis of the ancients*, in-8°, 1775.

Wallace, *Geometrical porisms*, 1796, in-4°.

Playfair, *On the origin and investigation of porisms*; *Transactions de la société royale d'Édimbourg*, tom. III, année 1794, et tom. III, pag. 179 des *Œuvres de Playfair* en quatre volumes in-8o, 1822.

Lhuillier, *Élémens d'analyse géométrique et d'analyse algébrique*, in-4° 1809.

J. Leslie, *Geometrical analysis*, liv. IIIe, in-8°, Édimbourg, 1809 et 1821.

Cet ouvrage a été reproduit dans notre langue par M. *Auguste Comte*, à la suite du second supplément à la géométrie descriptive, par M. *Hachette*, in-4°, 1818.

Dans ces dernières années, M. *Hoëné Wronski* a donné une nouvelle interprétation des porismes, et s'est servi de ce mot dans son *Introduction à la philosophie des mathématiques* (page 217).

M. *Eisenman*, professeur à l'école des ponts et chaussées de France, qui s'occupe d'une traduction des œuvres de *Pappus*, accompagnée du texte grec, a porté son attention sur la doctrine des porismes, dont il promet une explication nouvelle. (Voir *Traité des propriétés projectives*, introduction, pag. 37.)

Nous désirons vivement avec M. *Poncelet*, que la publication

de cet ouvrage, qui serait si utile à la géométrie, n'éprouve pas de trop longs retards.

*Castillon*, célèbre géomètre du siècle dernier, qui était très-versé dans la géométrie ancienne, pensait que le *Traité des Porismes* existait encore en Orient au XIII^e siècle, et qu'un commentaire du fameux astronome et géomètre *Nassir-Eddin de Thus*, sur un ouvrage d'*Euclide*, dont parle *d'Herbelot* dans sa *Bibliothèque Orientale*, se rapportait à ce traité même, qui seul avait pu mériter d'être commenté par le célèbre géomètre persan. « Heureux, » s'écrie *Castillon*, si je ne me trompais pas ! Heureux les géomè- » tres qui possèderaient ces admirables livres et en connaî- » traient le prix ! » (Mémoires de l'académie de Berlin, années 1786 — 1787.)

Que de découvertes précieuses pourront être faites dans les bibliothèques de l'Orient ([1], si un jour elles sont explorées, sous les auspices de quelque gouvernement ami des sciences, et jaloux de la gloire qu'elles ont répandue sur les siècles des *Ptolémées*, des *Médicis*, de *Louis XIV*.

---

## *Note sur quelques développemens des fonctions en séries;* par J.-N. Noël, professeur à l'Université de Liége.

*Formule du binome.* L'examen des premières puissances du binome $1+x$, conduit aisément à la loi des exposans de $x$, dans chaque développement ; mais celle des coefficiens n'est pas évidente ; et la difficulté était de *deviner* comment chacun d'eux se compose de l'exposant $n$, dans $(1+x)^n$. On sait que *Newton* y est parvenu le premier ; et en multipliant par $1+x$, on vérifie aisé-

---

[1]) Les Persans prétendent posséder quelques ouvrages grecs que nous n'avons pas ; et nous voyons en effet que les Arabes en citent plusieurs qui nous sont inconnus. (*Voy.* Montucla, *Histoire des math.*, tome 1^er, pag. 373 et 394.)

ment que si la loi du développement de $(1+x)^n$ est vraie, pour une certaine valeur de $n$, elle sera vraie encore pour une valeur plus grande d'une unité. C'est la marche la plus naturelle et la plus directe pour démontrer la *formule du binome*, lorsque l'exposant est un nombre entier positif.

Il restait ensuite à *généraliser* cette formule, en faisant voir qu'elle s'applique encore, lorsque l'exposant est un nombre ou un *symbole* quelconque. Cette propriété de la formule de *Newton*, est trop importante, pour qu'on n'ait pas cherché à la démontrer complétement en algèbre, où elle reçoit d'ailleurs plusieurs applications utiles. Parmi ces démonstrations, celle d'*Euler* tient sans doute le premier rang, par sa brièveté et sa rigueur, ainsi que M. *Lacroix* l'a fait observer ; mais cette démonstration devient plus simple encore, sans rien perdre de sa rigoureuse exactitude, en la présentant comme il suit.

La lettre $n$ désignant un nombre ou un symbole quelconque, réel ou imaginaire, positif ou négatif, cherchons quelle doit être la *forme* de $fn$, dans

$$fn=1+nx+\frac{n(n-1)}{1.2}x^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}x^3+\text{ etc., à l'infini.}$$

Quelle que soit la composition actuelle de $fn$, avec $n$ et $x$, cette composition ne saurait aucunement changer, lorsque $n$ restant indéterminé, vient à représenter un nombre entier positif; car à cause de l'indétermination et l'indépendance complètes de $n$ et $x$, l'hypothèse de $n$ entier positif ne saurait amener évidemment aucune réduction nouvelle entre $n$ et $x$ dans l'expression de $fn$, et par suite la forme de cette expression reste absolument la même. Or, quand $n$ est un nombre entier positif, on sait que $fn$ est le développement de $(1+x)^n$; donc puisque l'hypothèse de $n$ entier positif ne change point la forme de l'expression de $fn$, il s'ensuit qu'avant cette hypothèse, on avait aussi $fn=(1+x)^n$. De sorte que la formule du binome est vraie, quelle que soit la valeur, positive, négative, rationnelle, irrationnelle ou imaginaire de l'exposant $n$. C'est la *série binomiale* la plus générale et l'une des plus utiles des fonctions développées.

*Généralisation des formules.*—La grande extension et la généralité complète que l'on accorde volontairement aux règles et aux formules de l'algèbre, pour les rendre plus utiles et simplifier les théories, nous semble pouvoir se justifier entièrement, par le raisonnement que nous venons d'employer, et qui a l'avantage de n'exiger aucun calcul. Il en résulte que *toute formule, démontrée pour des valeurs indéterminées, entières et positives, de certaines lettres qui la composent, doit s'appliquer encore, lorsque ces lettres représentent des nombres ou des symboles quelconques.*

Tel est le principe de *généralisation des formules*, dont on fait un usage fréquent, soit par une convention immédiate, motivée ou non, soit en le vérifiant, dans chaque cas spécial, par des raisonnemens analogues au précédent. Par exemple, $n$ étant un nombre entier *infini* et $m$ un exposant entier positif, on peut démontrer, ainsi que nous l'avons fait ailleurs, que

$$1^m + 2^m + 3^m + 4^m + \ldots + n^m = \frac{1}{m+1}\, n^{m+1}.$$

Donc, en vertu du principe ci-dessus, cette formule, l'une des plus importantes de la *méthode infinitésimale*, doit s'appliquer encore, lorsque l'exposant $m$ est un nombre ou un symbole quelconque, positif ou négatif, réel ou imaginaire. C'est d'ailleurs ce qu'on vérifierait, par d'autres considérations.

Soient $fa$ et $fb$ deux fonctions *semblables* quelconques des variables $a$ et $b$, telles qu'on ait toujours

$$fa \times fb = f(a+b)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (1)$$

Puisque $a$ et $b$ sont quelconques, on peut faire successivement $b=o$, $a$, $2a$, $3a$, etc. Pour $b=o$, l'égalité (1) donne nécessairement $fo=1$. Prenons $b=a$; nous aurons $(fa)^2=f(2a)$. Soit $b=2a$; il vient $fa\times f(2a)=f(3a)$, d'où en remplaçant $f(2a)$ par $(fa)^2$, on a $(fa)^3=f(3a)$. On trouvera de même, $(fa)^4=f(4a)$, $(fa)^5=f(5a)$, et en général,

$$(fa)^x = f(ax)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

Cette formule n'est démontrée que pour $x$ entier et positif;

mais en vertu du principe établi plus haut, elle est vraie encore, lorsque $x$ est un nombre ou un symbole quelconque, positif ou négatif, réel ou imaginaire : elle est absolument générale.

Cette généralité de la formule (2) peut se vérifier d'ailleurs, à l'aide de considérations, déjà mises en usage par plusieurs algébristes. D'abord $a$ étant quelconque, on peut y changer $a$ en $\frac{r}{x}a$, $r$ et $x$ étant entiers positifs ; et alors la formule (2) devient

$$\left[f\left(\frac{r}{x}a\right)\right]^x = f(ra) = (fa)^r \text{ ; d'où } (fa)^{\frac{r}{x}} = f\left(\frac{r}{x}a\right).$$

La formule (2) a donc lieu, pour toutes les valeurs *rationnelles* positives, et par suite *irrationnelles*, de l'exposant $x$.

Remplaçant dans (1), $a$ et $b$, respectivement par $am$ et $-am$, $m$ étant positif quelconque, on aura $f(am) \times f(-am) = f(am - am) = fo = 1$ ; d'où $(fa)^m \times f(-am) = 1$ et $(fa)^{-m} = f(-am)$. Ainsi $x$ peut être quelconque réel, positif ou négatif ; mais on ne parvient à faire voir que $x$ peut être imaginaire quelconque, dans la formule (2), que par le principe de généralisation, ou plutôt par le raisonnement qui l'a fourni.

Pour appliquer la formule (2), il faudra d'abord établir la relation (1). Or, il existe plusieurs fonctions semblables des variables $a$ et $b$, propres à conduire à cette relation ; et telles sont, par exemple, celles-ci :

$$fa = \cos.\, a + i \sin.\, a \text{ et } fb = \cos.\, b + i \sin.\, b,$$

dans lesquelles $i = \sqrt{-1}$.

On parvient encore à la relation (1), au moyen des notations que voici, soit $x_\nu$ le quotient indiqué du produit des $v$ facteurs $x$, $x - c$, $x - 2c$, $x - 3c$,..., $x - vc + 2c$, $x - vc + c$, divisé par le produit $1.2.3.4.5...v$ ; d'où $x_1 = x$, $x_2 = x\,(x - c)$ ; etc. On aura évidemment.

$$x_\nu = \frac{x - vc + c}{v}\, x_{\nu - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Il est clair que $v=1$, dans cette formule, donne $x_1$ ou $x=xx_0$; d'où $x_0=1$. Changeant $x$ en $x+c$, on aura aussi

$$(x+c)_v = \frac{x+c}{v} x_{v-1}\,;\ \text{d'où}\ (x+c)_v - x_v = cx_{v-1}\ . \quad (4)$$

A cause de $x_0=1$, si l'on prend $v=o$, la formule (4) donnera $cx_{-1}=(x+c)_0-x_0=1-1=o$; d'où $x_{-1}=o$. De même $v=-1, -2$, etc., donneront $x_{-2}=o$, $x_{-3}=o$, etc.

Cela posé, les expressions de $(x+a)_1$ et $(x+a)_2$, conduisent à écrire, en général,

$$(x+a)_n = x_n + ax_{n-1} + a_2x_{n-2} + a_3x_{n-3} + \dots + a_n\ . \quad (5)$$

On démontre cette formule combinatoire, soit par les *coefficiens indéterminés*, soit en procédant par *induction*, comme au tome VII de la *Correspondance mathématique et physique*, p. 187 et suivantes, où l'on développe plusieurs conséquences remarquables de cette formule, dont voici la plus importante, qui fournit la relation (1). Soient

$$fa = 1 + za + z^2a_2 + z^3a_3 + \dots + z^va_v + \text{etc., à l'infini},$$
$$fb = 1 + zb + z^2b_2 + z^3b_3 + \dots + z^vb_v + \text{etc., à l'infini}.$$

Multipliant entre eux ces développemens et réduisant, d'après (5), on trouvera

$$fa \times fb = f(a+b).$$

C'est le théorème de M. *De Stainville* (tom. IX des *Annales de mathématiques*); d'où il vient la formule (2), qui fournit immédiatement les *séries binomiales* et *exponentielles*, et même deux *séries cirulaires*.

*Formule très-générale.*—La méthode des *coefficiens indéterminés* est fort commode pour chaque cas spécial de développement en série; mais elle suppose qu'on ait pu *deviner*, d'après les propriétés de la fonction proposée, la *forme* du développement cherché,

qu'il n'est pas toujours possible de justifier à l'avance. De sorte que, même quand on a obtenu des valeurs réelles et compatibles pour les coefficiens, on n'est pas toujours sûr d'avoir rencontré la véritable loi, parce que cette loi pourrait appartenir au développement d'une autre fonction, ou ne pas se soutenir dans toute l'étendue indéfinie de la série. La méthode des coefficiens indéterminés est encore une sorte d'*induction;* mais celle-ci aidée du principe de généralisation, doit lui être préférée, toutes les fois qu'on peut en faire usage, comme plus claire et montrant mieux l'origine du développement.

Enfin, la méthode des *différences de fonctions semblables*, est peut-être la plus claire et la plus sûre de toutes; du moins a-t-elle conduit M. *Servois*, tom. V des *Annales de mathématiques*, à plusieurs formules générales, très-remarquables, qui ont l'avantage de donner chaque fois l'expression du *terme complémentaire*, indispensable pour les évaluations numériques. Nous nous proposons ici d'établir une formule très-générale, par une marche analogue à celle que M. *Servois* a suivie; et comme la notation des *numéros* ou *indices* est souvent plus commode et plus expressive que la caractéristique $f$, pour désigner des fonctions semblables, nous ferons usage de la notation (3).

Soient donc $u$ et $u'$ deux fonctions semblables de $x$ et $x+c$, de manière qu'on ait $u=fx$ et $u'=f(x+c)$, et soit posé $cu_1=u'-u$. Soit $u'_1$ ce que devient $u_1$ en y chargeant $x$ en $x+c$, et soit $cu_2=u'_1-u_1$. Changeant aussi $x$ en $x+c$, dans $u_2$, soit $u'_2$ le résultat, et soit posé $cu_3=u'_2-u_2$. Continuant ce procédé, on aura généralement

$$cu_{\nu+1}=u'_\nu-u_\nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Soit encore posé $y\varphi=f(x+y)-fx$, et soit $\varphi'$ ce que devient l'expression de $\varphi$, quand on y change à la fois $x$ en $x+c$ et $y$ en $y-c$ : on peut faire $c\varphi_1=\varphi'-\varphi$. Soit $\varphi'_1$ ce que devient $\varphi_1$ par le double changement de $x$ en $x+c$ et $y$ en $y-c$, et soit $c\varphi_2=\varphi'_1-\varphi_1$. Continuant ainsi, on posera successivement

$c\varphi_3 = \varphi'_2 - \varphi_2$, $c\varphi_4 = \varphi'_3 - \varphi_3$; et, en général,

$$c\varphi_{\nu+1} = \varphi'_\nu - \varphi_\nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

D'après ces notations, il est clair que l'équation identique

$$f(x+y) = fx + y\frac{f(x+y)-fx}{y}, \text{ devient } f(x+y) = u + y\varphi.$$

Changeant $x$ en $x+c$ et $y$ en $y-c$, la somme $x+y$ restera toujours la même, aussi bien que $f(x+y)$; ainsi on aura

$$f(x+y) = u' + (y-c)\,\varphi'.$$

Soustrayant de cette équation, celle qui l'a donnée, on a

$$o = u' - u + (y-c)\ (\varphi' - \varphi) - c\varphi:$$

donc, en vertu des notations admises et en divisant par $c$, il vient

$$\varphi = u_1 + (y-c)\varphi_1;\ \text{d'où}\ y\varphi = yu_1 + 2y_2\varphi_1.$$

Changeant encore $x$ en $x+c$ et $y$ en $y-c$, ce qui donne $\varphi' = u_1' + (y-2c)\,\varphi_1'$, puis soustrayant de cette égalité, celle qui l'a fournie, on trouvera

$$2\varphi_1 = u_2 + (y-2c)\varphi_2;\ \text{d'où}\ 2y_2\varphi_1 = y_2u_2 + 3y_3\varphi_2.$$

On peut continuer indéfiniment ce procédé, et l'on aura

$3\varphi_2 = u_3 + (y-3c)\varphi_3$; d'où $3y_3\varphi_2 = y_3u_3 + 4y_4\varphi_3$;
$4\varphi_3 = u_4 + (y-4c)\varphi_4$; d'où $4y_4\varphi_3 = y_4u_4 + 5y_5\varphi_4$;
$5\varphi_4 = u_5 + (y-5c)\varphi_5$; d'où $5y_5\varphi_4 = y_5u_5 + 6y_6\varphi_5$;
etc. . . . . . . ; etc. . . . . . . .

Ajoutant toutes les secondes égalités entre elles et avec $f(x+y) = u + y\varphi$, puis supprimant les termes communs aux deux nouveaux membres, on aura la formule cherchée

$$f(x+y) = u + yu_1 + y_2u_2 + y_3u_3 + y_4u_4 + y_5u_5 + \text{etc.}\ldots \quad (8)$$

La loi des termes de cette formule est évidente et facile à retenir : elle se continue à l'infini, à moins que pour des valeurs particulières de $c$, $x$ et $y$, un *numéro* de $y$ ou de $u$ et les suivans ne s'évanouissent. Lorsqu'on arrête la formule au terme $y_n u_n$, le *terme complémentaire* est $(n+1)\,y_{n+1}\varphi_n$.

C'est à peu près ainsi, mais par des notations beaucoup moins simples, que M. *Servois* parvient à plusieurs formules générales, analogues à la précédente, et M. *Crelle*, tome VII de son journal, où il fait usage de la formule (8), sous une autre forme, lui donne le nom de *série générale de Taylor*. Nous verrons en effet bientôt que le *théorème de Taylor* est une conséquence de cette formule.

La formule (8) ayant été obtenue, par une suite d'opérations identiques, pour lesquelles $c$, $x$ et $y$ sont des nombres ou des symboles quelconques, positifs ou négatifs, réels ou imaginaires, est absolument générale. On peut donc en déduire d'autres, aussi très-générales, mais mieux appropriées qu'elle à certains calculs. Par exemple, d'après la notation (3), si l'on pose $u = fx = x_n$, il en résultera sur-le-champ la formule (5); car on aura $f(x+y) = (x+y)_n$, puis $cu_1 = (x+c)_n - x_n = cx_{n-1}$, d'où $u_1 = x_{n-1}$. On aura de même, $u_2 = x_{n-2}$, $u_3 = x_{n-3}, \ldots$, $u_n = x_o = 1$, $u_{n+1} = x_{-1} = o$, $u_{n+2} = x_{-2} = o$, etc.

*Formule exponentielle.* Soit $u = fx = a^x$ et soit $cz = a^c - 1$; on aura donc $cu_1 = a^{x+c} - a^x = (a_c - 1)\,a^x = cza^x$, d'où $u_1 = za^x$. On aura de même, $u_2 = z^2 a^x$, $u_3 = z^3 a^x$, $u_4 = z^4 a^x$, et ainsi de suite. Substituant ces valeurs dans la formule (8), où alors $f(x+y) = a^{x+y}$, puis divisant par $a^x$, on trouvera

$$a^y = 1 + zy + z^2 y_2 + z^3 y_3 + z^4 y_4 + z^5 y_5 + \text{etc.} \quad . \quad (9)$$

La loi de formation de cette formule est évidente, jusqu'à l'infini. Si l'on y pose $c = 1$ et $a = 1 + u$, il en résulte le développement connu de $(1+u)^y$, l'exposant $y$ étant un nombre ou un symbole quelconque. Et si l'on prend $c = o$, ce qui donne $y_\nu = y^\nu : 1.2.3.4\ldots\nu$ et $z = \frac{o}{o}$, le nombre $z$ sera entièrement arbitraire. On peut donc le choisir tel qu'on ait $e^z = a$ et $e^{yz} = a^y$.

Posant alors $yz = x$, $x$ étant un nombre ou un symbole quelconque, aussi bien que $y$, la formule (9) donnera le développement connu du $e^x$.

Ces deux belles conséquences montrent l'importance de la formule (9), qui, à cause de $(a^y)^n = a^{ny}$, revient à $(fy)^n = f(ny)$, $fy$ représentant $1 + zy + z^2y_2 + z^3y_3 +$ etc. La méthode des coefficiens indéterminés conduirait d'ailleurs immédiatement à la formule (9), en observant que $a^y$ se réduit à l'unité, dès que $y$ est nul, et que par suite, $y$ étant un nombre ou un symbole quelconque, on peut écrire

$$a^y = 1 + Ay + By_2 + Cy_3 + Dy_4 + Ey_5 + \text{etc.},$$

A, B, C, D, etc., étant des coefficiens indépendans de $y$; et on les détermine, en multipliant le développement proposé par $a^c$, en y changeant $y$ en $y+c$, en soustrayant ce développement de chacun des deux nouveaux, etc.

*Séries des sinus et cosinus.* — La formule (8) conduit à exprimer le *sinus* et *cosinus* en fonctions de l'*arc numérique.* Le rayon étant 1, soit $c$ un arc *infiniment petit;* on aura donc $\sin. c = c$ et $\cos. c = 1$. Soit $u = fx = \sin. x$ : on aura $cu_1 = \sin. (x + c) - \sin. x = c \cos. x$, d'où $u_1 = \cos. x$. De même, $u_2 = -\sin. x$, $u_3 = -\cos. x$, $u_4 = \sin. x$, $u_5 = \cos. x$, $u_6 = -\sin. x$, $u_7 = -\cos. x$, etc. D'ailleurs $c$ infiniment petit, donne $y_v = y^v : 1.2.3.4\ldots v$; substituant donc ces valeurs, dans (8), où alors $f(x+y) = \sin. (x+y)$, puis faisant $x = o$, ce qui donne $\sin. x = o$ et $\cos. x = 1$, il viendra

$$\sin. y = y - \frac{y^3}{2.3} + \frac{y^5}{2.3.4.5} - \frac{y^7}{2.3.4.5.6.7} + \text{etc.} \quad . \quad (10)$$

En posant $u = fx = \cos. x$, on trouvera de même l'expression de $\cos. y$ en fonction de $y$.

*Théorème de Taylor.* — Voyons maintenant ce que devient la formule (8), lorsqu'on y fait $c = o$. D'abord pour que cette hypothèse ne rende pas *nul* et *infini*, $u_1$ dans $cu_1 = u' - u = f(x+c) - fx$, il faut que $f(x+c) = fx + cu_1 + c^2X$, X étant fonc-

tion entière de $c$ et de $x$; il faut donc que $u_1$ soit le coefficient de la première puissance de $c$, dans le développement que donne $u$ ou $fx$, lorsqu'on y change $x$ en $x+c$. Et comme ce coefficient dépend ou *dérive* de $u$, on le nomme la *fonction dérivée* ou simplement la *dérivée* de $u$, et au lieu de $u_1$, on écrit $du$, qu'on énonce *dérivée de u* ou simplement *du*. De sorte que $d$ est un *signe* et non une *quantité*.

D'un autre côté, les égalités $cu_1=u'-u$, $cu_2=u_1'-u_1$, $cu_3=u'_2-u_2$, etc., montrent que chacune des fonctions $u$, $u_1$, $u_2$, $u_3$, etc., se déduit ou *dérive* de celle qui la précède immédiatement, d'après une *règle constante* ou la même pour toutes. Cette règle ici consiste à *changer x en x*+c, *à soustraire du résultat, à diviser le reste par* c *et à poser* c=o, *dans le quotient.* Désignant donc toujours par $d$ la règle constante, d'après laquelle chacune des fonctions $u$, $u_1$, $u_2$, $u_3$, etc., dérive de celle qui la précède immédiatement, et par $d^2$, $d^3$, $d^4$, etc., cette règle répétée 2 fois, 3 fois, 4 fois, etc., sur $u$ et les résultats, on aura $u_1=du$, $u_2=du_1=ddu=d^2u$, $u_3=du_2=dd^2u=d^3u$, $u_4=du_3=dd^3u=d^4u$, etc. Sur quoi il faut observer que $d^2u$ est la *seconde dérivée* de $u$ ou la *dérivée du second ordre*; $u_3$ est la *troisième dérivée* de $u$ ou la *dérivée du troisième ordre*, indiquée par $d^3u$; ainsi de suite.

D'après ces notions, si l'on pose $c=o$, dans (8) d'où $y_\nu=y^\nu:1.2.3.4...v$, on aura

$$f(x+y)=u+ydu+\frac{y^2}{2}d^2u+\frac{y^3}{2.3}d^3u+\frac{y^4}{2.3.4}d^4u+\text{etc.} \quad (11)$$

Telle est la formule connue sous le nom de *théorème de Taylor*; car elle ne diffère de celle due à ce géomètre, qu'en ce que, dans cette dernière, $du$, $d^2u$, $d^3u$, etc., y sont divisés par $dx$ et ses puissances 2^e^, 3^e^, etc.; diviseurs que l'on doit omettre, pour les dérivées, ce qui est plus simple, vu que *la dérivée* d*x de la variable x est toujours l'unité,* en vertu de la définition des dérivées.

A cause de $d^2u = ddu$, de $d^3u = dd^2u$, etc., la formule (11) montre comment chaque terme se déduit de celui qui le précède immédiatement, d'après la règle constante, dont $d$ est le signe. Cette propriété importante caractérise aussi le théorème de *Taylor*, et le rend très-commode dans les applications, aussi bien que (11), qui devient ainsi nécessaire pour simplifier certaines théories algébriques, et notamment celle des équations. Aussi pensons-nous, avec plusieurs géomètres, que le *calcul des dérivées*, dont les principes sont très-élémentaires, doit faire partie d'un cours un peu complet d'algèbre. C'est l'introduction la plus naturelle à l'analyse *différentielle*, dont il fait descendre plusieurs applications utiles dans les élémens. Ce calcul suppose que $f(x+c)$ puisse se développer sous la forme $fx + \text{A}c + \text{B}c^2 +$ etc.; ce qui a lieu pour un grand nombre de fonctions de $x$. Mais si cette forme était impossible, les dérivées n'existeraient pas, du moins passé un certain ordre.

Enfin, le calcul des dérivées n'a besoin, comme on sait, de la connaissance préalable d'aucun développement en série, et y conduit de la manière la plus simple et la plus directe. Prenons par exemple $u = x^n$ : on vérifie aisément, par les premières puissances de $x+c$, que $dx = 1$, $d.x^2 = 2x$, $d.x^3 = 3x^2$, $d.x^4 = 4x^3$, et en général

$$du = d.x^n = nx^{n-1}.$$

Cette formule, qui n'est démontrée que pour $n$ entier positif, doit s'appliquer, lorsque $n$ est un nombre ou un symbole quelconque, en vertu du principe de généralisation. On tire de là, $d^2u = n(n-1)\,x^{n-2}$, $d^3u = n(n-1)\,(n-2)x^{n-3}$, etc. Par ces valeurs, la formule (11) donne le développement connu de $(x+y)^n$, l'exposant $n$ étant quelconque.

---

*Détermination du coefficient différentiel de* L.$x$, par M. Don José Sanchez Cerquero, directeur de l'observatoire de San-Fernando, communiquée par l'auteur.

Soit

$$y = z^m. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

On aura

$$\frac{dy}{dz} = m.\frac{y}{z}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Et puisque $\quad Ly = m.\ Lz$, on aura aussi

$$\frac{dLy}{dLz} = m \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Des équations (2) et (3) on déduit

$$y.\frac{dLy}{dy} = z.\frac{dLz}{dz} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Maintenant il est visible que l'on peut satisfaire à l'équation (1) avec des valeurs quelconques de $y$ et de $z$, pourvu que l'on choisisse une valeur convenable de $m$. Et comme $m$ ne se trouve plus dans l'équation (4), cette dernière équation a lieu avec des valeurs quelconques de $z$ et de $y$. Par conséquent la fonction

$$\varphi(y) = y.\frac{dLy}{dy},$$

ne change pas de valeur quand on y met $z$ au lieu de $y$; c'est-à-dire, que $\varphi(y) = C$, C étant une constante. Donc

$$\frac{dLy}{dy} = \frac{C}{y}.$$

On peut, si on le préfère, parvenir au même résultat de la manière suivante.

On sait que l'on a en général

$$L.xy = Lx + Ly.$$

Par conséquent, quelque puisse être la valeur de $x$ et celle de $y$, nous aurons

$$d.\,Lxy = \frac{dLx}{dx}.\,dx + \frac{dLy}{dy}.\,dy. \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (1)$$

Ou bien, multipliant l'équation (1) par $\frac{d.xy}{d.Lxy}$

$$d.xy = \frac{dLx}{dx}.\frac{d.xy}{d.Lxy}.\,dx + \frac{dLy}{dy}.\frac{d.xy}{d.Lxy}.\,dy. \quad . \qquad (2)$$

Mais on sait que

$$d.xy = y.\,dx + x.dy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3)$$

Donc on a pour des valeurs quelconques de $x$ et $y$,

$$y = \frac{dLx}{dx}.\frac{d.xy}{d.Lxy};\ x = \frac{dLy}{dy}.\frac{d.xy}{d.Lxy}.$$

Le quotient des deux dernières équations donne

$$y.\frac{dLy}{dy} = x.\ \frac{dLx}{dx};$$

c'est-à-dire la même équation que par la première méthode, et de laquelle on peut déduire que ses deux membres ont une valeur constante, puisque rien n'a fixé une relation entre $y$ et $x$.

---

MÉTÉOROLOGIE.—*Extrait d'une lettre de M.* HERSCHEL *à M.* ARAGO, *datée du cap de Bonne-Espérance, le* 3 *avril* 1837.

«... J'ai lu dernièrement dans un journal de New-York, qu'on a vu les étoiles filantes aux États-Unis, dans la nuit du 12 novembre dernier, ou plutôt le 13 au matin; j'ai appris en outre, qu'un nombre considérable de ces météores avait été aperçu le même matin à Paris. La direction de la plupart d'entre eux allait,

dit-on, aboutir à un point de la constellation du Lion. Comme vous rassemblez les faits relatifs à ce curieux phénomène, il vous sera peut-être agréable de connaître les résultats des observations que j'ai faites. J'ai passé la nuit du 12 novembre et la nuit suivante en plein air, pour continuer une série d'observations sur la grandeur comparative des étoiles vues à l'œil nu; j'étais ainsi très-bien placé pour voir les étoiles filantes qui pourraient se présenter dans toutes les parties du ciel. Je dois ajouter que du côté de l'Ouest, l'horizon est masqué par des arbres à une hauteur de 15° et à une hauteur un peu plus grande dans d'autres directions. La table suivante contient les hauteurs et les azimuts de tous les météores que j'ai aperçus pendant ces deux nuits, à leur point de départ et au point où ils finissaient; ce n'est, du reste, qu'une simple estimation, toute espèce de mesure étant impossible. J'ai noté aussi l'heure et la minute de chaque apparition, et quelques autres remarques. Le nombre de ces météores était tellement peu considérable, que je regardais déjà ce phénomène comme manqué, et que je ne m'en serais pas occupé davantage, si je n'y avais pas été ramené par les notices contenues dans les journaux d'Europe et d'Amérique.

» La longueur des nuits dans l'hémisphère boréal a été, au reste, plus favorable qu'ici, au cap, où le crépuscule a interrompu l'observation du phénomène avant qu'il fût arrivé à son *maximum*. Je dois remarquer que l'impression que m'ont laissée les observations de ces deux nuits est, que la majorité des étoiles filantes émanait d'un centre ou foyer qui n'était pas fixe relativement aux étoiles, mais relativement à l'horizon visible. Ainsi, elles convergeaient, à une déviation près d'une quinzaine de degrés, vers un point qui a un azimut d'environ 120° à l'Ouest du point Sud, et une hauteur d'environ 30° au-dessus de l'horizon. Si plusieurs des hauteurs et des azimuts contenus dans le tableau suivant ne s'accordent pas avec cette remarque, il faut l'attribuer à une erreur dans l'estimation. Une très-légère erreur de cette nature aux extrémités d'une ligne très-courte, peut en produire une fort grande sur la direction du chemin parcouru par les étoiles filantes.

*Météores observés dans les nuits du 12 et 13 novembre 1836 à Feldhausen.*

| Temps moyen à Feldhausen. | Grandeur. | Durée. | Commencement. Azim. du sud à l'ouest. | Commencement. Hauteur. | Fin. Azim. du sud à l'ouest. | Fin. Hauteur. | Traînée. Intensité. | Traînée. Durée | Remarques. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Novembre 13. | | | | | | | | | |
| 14h35′ | 2′ | 0″.2 | 100° | 50° | 70° | 30° | Moyenne. | 0.3 | |
| 14.40 | 2 | 0.2 | 100 | 20 | 80 | 30 | Id. | 0.2 | |
| 14.43 | 2 | 0.2 | 130 | 30 | 160 | 40 | Brillante. | 0.2 | |
| 14.47 | 4 | 0.4 | 130 | 15 | 135 | 18 | Faible. | 0.4 | |
| 14.50 | 4 | 0.1 | 190 | 70 | 195 | 72 | Point. | 0 | |
| 14.55 | 4 | 0.1 | 190 | 60 | 185 | 65 | Id. | 0 | Ce météore présenta une courbure très-singulière dans son mouvement. |
| 15.20 | 3 | 0.3 | 120 | 50 | 180 | 65 | Très-brill. | 0.2 | Traînée lumineuse, visible malgré le crépuscule. |
| 15.25 | 4 | 0.2 | Zénith. | | 300 | 50 | Nulle. | 0 | |
| 15.28 | 4 | 0.1 | 240 | 65 | 242 | 60 | Faible. | 0.1 | Un simple aperçu. |
| 15.33 | 4 | 0 1 | 250 | 60 | 252 | 58 | Id. | 0.1 | Id. crépuscule. |

» Le crépuscule qui s'avançait rapidement mit fin aux observations, mais néanmoins je restai encore 20 minutes sans rien voir de remarquable. La première partie de la nuit ne présenta non plus rien d'extraordinaire quant au nombre ou à la forme des étoiles filantes.

*Météores observés dans la nuit du 13 au 14 novembre.*

| TEMPS MOYEN à Feldhausen. | Grandeur. | Durée. | COMMENCEMENT. | | FIN. | | TRAINÉE. | | REMARQUES. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Azim. du sud à l'ouest. | Hauteur. | Azim. du sud à l'ouest. | Hauteur. | Intensité. | Durée. | |
| $12^h 46'$ | 4' | 0''7 | 340° | 45° | 335° | 40° | Moyenne. . | 0.2 | |
| 13.20 | 4 | 0.4 | 140 | 30 | 155 | 29 | Très-faible. | 0.2 | Mouvement inverse ou dirigé vers le foyer. |
| 14.25 | 4 | 0.1 | 180 | 70 | 182 | 70 | Nulle . . . | 0 | Un aperçu directement du foyer. |
| 14.30 | 5 | 0.2 | 100 | 75 | 130 | 70 | Id. . . . | 0 | Partant un peu au sud du foyer. |
| 14.50 | 5 | 0.1 | 190 | 60 | 210 | 57 | Id. . . . | 0 | Un aperçu directement du foyer. |
| 14.55 | 4 | 0.5 | 110 | 50 (*) | 110 | 35 (*) | Id. . . . | 0 | Descendant du foyer vers la terre et partant du foyer même, celui-ci étant à 35° de hauteur. |
| 14.59 | 5 | 0.1 | 180 | 45 | 190 | 45 | Id. . . . | 0 | Directement du foyer. |
| 15. 0 | 5 | 0.2 | 160 | 30 | 190 | 32 | Assez brill. | 0.1 | D'un point très-peu au-dessous du foyer. |

**Le ciel se couvrant de nuages épais, il est impossible de continuer les observations.**

(*) Il doit y avoir une erreur dans ces nombres, puisque la remarque indique clairement que la hauteur du point de départ était de 35°, et que le mouvement était dirigé de haut en bas.

» Je dois ajouter que, depuis que mon attention a été portée sur ce genre de phénomènes, j'ai remarqué comme un fait presque général que la très-grande majorité des étoiles filantes suit une route dirigée vers un même point de l'horizon. Ce point est un peu au Nord de l'Est et à 15 ou 20° de hauteur. Tel a été du moins le cas pendant tout le mois de novembre dernier, et cela avant comme après le 13. Cette règle ne s'est pas encore démentie aujourd'hui. » (*Comptes rendus de l'Institut*, n° 16, 16 octobre 1837)[1].

---

*Étoiles filantes et phénomènes météorologiques observés à Genève et dans les environs, le* 9, *le* 10 *et le* 11 *août*. Extrait d'une lettre de M. Wartmann au rédacteur ([2].

A Genève, le 9 août à 9 heures du soir, le ciel était sans nuage et il soufflait un léger vent du nord; le baromètre réduit à zéro degré marquait 727mm,27, le thermomètre centigrade à l'air libre + 21°,4 et l'hygromètre de *Saussure* 86°. Nous avons compté, pendant trois heures d'observation, de 9 heures à minuit, 82 étoiles filantes qui se sont montrées en différens points du ciel. C'est surtout vers 10 heures que les météores se succédaient rapidement, et semblaient provenir d'un foyer commun situé à peu près entre les étoiles $\beta$ du Bouvier et $\alpha$ du Dragon : les uns paraissaient descendre par une ligne oblique, les autres suivaient

---

1) Le même numéro des *Comptes rendus* contient une note de M. *Thabaud* sur l'apparition des étoiles filantes du 11 au 12 novembre 1832, et des renseignemens sur un météore lumineux, observé le 2 septembre dernier, à 7h 48', à Paris, par M. *Mauvais*, élève astronome à l'observatoire royal.

2) Un fragment de cette lettre, adressée également à M. *Arago*, a paru dans les *Comptes rendus* de l'académie des sciences de Paris, n° 16, octobre. Nous saisirons cette occasion pour remercier l'illustre secrétaire de ce corps savant pour l'opinion favorable qu'il a bien voulu exprimer à ce sujet sur nos recherches relatives aux étoiles filantes.

une trajectoire parallèle à l'horizon. Dans l'espace de 4 minutes, de 10 heures 15 minutes à 10 heures 19 minutes, il s'en est montré 27 qui étaient remarquables par une lumière bleuâtre très-vive. De 10 heures et demie à minuit, les apparitions sont devenues plus rares, et alors les météores ne présentaient rien qui les distinguât des étoiles filantes ordinaires, excepté toutefois un seul, le plus grand de tous, qui se montra à 11 heures 21 minutes dans le voisinage de la tête d'Andromède : il avait un disque arrondi assez distinct, de 2 minutes au moins de diamètre, et brillait d'une lumière rouge tirant sur le jaune. Il traversa lentement les deux petites constellations du Triangle et de la Mouche, s'arrêta près de celle-ci, y demeura stationnaire deux ou trois secondes et disparut instantanément sans laisser après lui aucune trace lumineuse.

Le même jour deux personnes qui faisaient une excursion aux glaciers de Chamonix et qui se trouvaient, le soir, sur la route d'Argentière, virent, du côté de l'ouest, par un ciel parfaitement serein et dans l'espace d'une demi-heure, de 9 heures et demie à 10 heures, plus de 40 étoiles filantes qui, toutes, avaient un éclat extraordinaire, et jetaient assez de lumière pour éclairer instantanément les objets à terre.

A Genève, le 10 août à 8 heures du soir, quoique le ciel fût parsemé çà et là de nuages très-élevés, que des vents opposés faisaient mouvoir en sens contraire et dispersaient instantanément, on vit, au sud-est, à une hauteur de 40° sur l'horizon, des étoiles filantes qui se succédaient à des intervalles très-courts; elles semblaient partir du voisinage de l'Aigle et du Dauphin et se diriger vers Pégase, en décrivant une trajectoire plus ou moins oblique à l'horizon. Dans l'espace de 30 minutes, de 8 heures à 8 heures et demie, les observateurs en ont pu compter 33, dont plusieurs jetaient une vive lumière blanche. D'autres observateurs qui avaient établi leur poste sur la hauteur du Petit-Saconnex, à 20 minutes de distance de Genève, en ont compté, par un ciel momentanément nuageux et seulement dans la région de l'ouest au nord-est, 149 de 8 heures 45 minutes à 11 heures et demie, c'est-à-dire dans un espace de deux heures et trois

quarts. Parmi ces 149 météores, trois ont été surtout remarquables par un disque rond, d'une couleur rougeâtre, qui pouvait avoir 4 ou 5 minutes de diamètre; vingt-six ont paru plus brillans que Vénus et d'une blancheur éclatante; les autres avaient l'aspect des étoiles de première, de seconde ou de troisième grandeur avec des teintes qui variaient entre le bleu, le jaune et l'orangé; quelques-uns laissaient après eux une traînée lumineuse, mais sans faire entendre aucune décrépitation. Leur direction était variable aussi bien que le point de leur apparition. La plupart de ceux qui cheminaient de l'ouest à l'est, ont traversé les constellations de Céphée, de Cassiopée et de Persée avec des vitesses en général rapides, mais qui présentaient des différences sensibles.

Qu'il me soit permis, Monsieur, d'ajouter quelques mots sur deux autres phénomènes météorologiques remarquables qui ont eu lieu le 10 et le 11 août, non que je pense que l'on doive attacher aucune idée de dépendance ou de liaison entre l'apparition des étoiles filantes et un paroxisme anormal de l'atmosphère, mais parce que celui dont je désire vous parler, présente un caractère particulier assez rare, et que par cela même il mérite d'être noté.

La journée du 10 août, avec un ciel nuageux, a été fort chaude à Genève. A midi, le baromètre de l'observatoire réduit à zéro degré marquait 727$^{mm}$,56, à 3 heures 726$^{mm}$,28 et à 9 heures du soir 726$^{mm}$,71. Le thermomètre centigrade à l'air libre marquait à midi + 25°,2; à 3 heures + 24°,5; à 8 heures + 23°,1 et à 9 heures du soir + 23°,0. L'hygromètre de *Saussure* était à midi à 75°, à 3 heures il donnait la même indication, et à 9 heures du soir il marquait 93°. Dans ce moment (9 heures du soir) il y avait au ciel, tout autour de l'horizon, de gros nuages noirs non continus et fortement agités. Le zénith était pur et les étoiles y brillaient de leur éclat ordinaire, en même temps qu'une pluie, formée de larges gouttes d'eau tiède, tombait sur différens points de la ville. Cet étrange phénomène surprit, à 9 heures et un quart, les nombreux promeneurs qui se trouvaient dans l'île de Rousseau et sur le pont des Bergues, et les obligea de fuir préci-

pitamment pour chercher un abri contre la pluie si inattendue qui tombait par un ciel serein. L'ondée cessa au bout d'une ou deux minutes, mais elle se reproduisit plusieurs fois dans l'intervalle d'une heure.

Le 11 août, la température élevée de l'air s'est soutenue toute la journée quoique le ciel fût constamment nuageux et qu'un léger vent du nord ait soufflé sans relâche du matin au soir, excepté vers midi, où le calme est survenu pendant environ 50 minutes. A 9 heures du matin le baromètre de l'observatoire réduit à zéro degré marquait 727$^{mm}$,44 ; à midi 726$^{mm}$,68 ; à 3 heures 726$^{mm}$,18 et à 9 heures du soir 727$^{mm}$,88. Le thermomètre centigrade à l'air libre marquait, à 8 heures du matin, + 21°,9; à 9 heures + 22°,4 ; à midi + 26°,8 ; à 3 heures + 28°,1 ; à 8 heures + 20°,6 et à 9 heures du soir + 20°,2. L'hygromètre de *Saussure* indiquait à 9 heures du matin 86°, à midi 64°, à 3 heures 63° et à 9 heures du soir 85°. L'éthrioscope en degrés centigrades accusait, à 9 heures du matin, 2,38 ; à midi 2,60 et à 3 heures 1,95.

A 4 heures 20 minutes, après midi, au moment d'une forte averse accompagnée de coups de tonnerre, le vent soufflant du sud-ouest dans la région supérieure et du nord-est dans les couches basses, le grand électromètre de l'observatoire a donné, à la balance de torsion, 40° pour la force du courant de l'électricité positive de l'atmosphère.

A 5 heures 10 minutes, on éprouvait une chaleur suffoquante et on voyait des nuages noirs isolés et très-élevés se promener au ciel en laissant percer les rayons du soleil qui tombaient à terre avec une pluie très-abondante, formée de grosses gouttes d'eau sans mélange de grêle. Presque au même moment (à 5 heures 12 minutes) les habitans du coteau de Chambeisy, à une demi-lieue de Genève sur la rive droite du lac, ont vu tomber, dans un circuit d'à peu près 200 toises de rayon, et pendant environ un tiers de minute, une grêle de *morceaux de glace* affectant les formes les plus étranges, et semblables à des débris d'une masse d'eau congelée, qu'on aurait brisée sous le marteau. Parmi les grêlons observés quelques-uns étaient ronds et aussi gros qu'une

noix, d'autres paraissaient creux, mais le plus grand nombre avaient des formes anguleuses très-irrégulières. Pendant la chute de cette grêle, qui fut précédée d'une forte et très-courte averse, accompagnée de coups de tonnerre, on entendit un bruit particulier semblable à des roulemens continus et un pétillement dans l'air analogue à celui qu'on produit avec la machine électrique. Les grêlons étaient si compactes qu'une heure et demie après leur chute, et quoique la température de l'air fût de +27° centigrades, on en trouva à terre plusieurs qui n'étaient pas encore fondus.

D'après un journal qui se publie à Lausanne, une grêle affreuse serait aussi venue fondre, le même jour et presque au même moment, sur une partie de la commune du Lieu dans le canton de Vaud, à 14 lieues au nord de Genève. Voici, à ce sujet, ce que rapporte le *Nouvelliste Vaudois* du 22 août. « Les localités dites Fontaines-aux-Allemands, Frasse et Plainoz ont été abîmées; les toits des bâtimens couverts en bois ont été criblés et il ne reste au pied de la plupart d'entre eux qu'un résidu semblable à de la sciure. Les grêlons étaient tellement gros, que, quatre jours après leur chute, c'est-à-dire le 15 août, on en porta un au village du Lieu, qui avait été trouvé dans la campagne, et qui était encore de la grosseur d'une noix. »

A la suite de ce paroxisme météorologique, le ciel s'étant complétement couvert à Genève, a empêché, à mon grand regret, l'observation des étoiles filantes qu'il eût été si intéressant de continuer encore ce jour-là.

J'espère que la nuit du 13 du mois prochain (novembre) sera favorable à un grand nombre d'astronomes, quoique la lune, presque dans son plein, se trouvera constamment sur l'horizon. J'aurai l'honneur de vous communiquer les observations qui auront pu être faites ici soit dans la nuit du 13, soit dans celle qui la précède, et dans celle qui la suit.

---

*Sur le magnétisme terrestre et sur l'association pour les observations magnétiques* (1.

La théorie du magnétisme terrestre a fait, dans ces derniers temps, des progrès rapides, grâces aux travaux persévérans d'un grand nombre de physiciens, parmi lesquels on peut ranger plusieurs hommes des plus distingués de cette époque. Les recherches sur la déclinaison de l'aiguille aimantée, surtout à cause de leur importance pratique, s'étaient multipliées depuis longtemps sur les différens points du globe; et l'on connaissait d'une manière assez satisfaisante, les directions des méridiens et de l'équateur magnétique ainsi que les variations que ces élémens avaient éprouvées par la suite des temps. Les observations de l'inclinaison, et de l'intensité magnétique non moins importantes pour la science, mais d'une utilité pratique plus restreinte, n'avaient point été négligées; cependant on a pu voir, dans l'avant-dernier numéro de la *Correspondance*, au sujet de la lettre adressée par M. *De Humboldt* au président de la société royale de Londres, combien on avait à regretter encore sous ce rapport. On avait également reconnu que les trois élémens que nous venons d'indiquer étaient assujettis à des variations annuelles et diurnes, et que, dans certaines circonstances atmosphériques, comme pendant les aurores boréales, par exemple, l'aiguille éprouvait des perturbations dans sa marche. Ces phénomènes avaient été reconnus, mais n'avaient peut-être pas encore été constatés avec toute la précision convenable (2; ce qu'on n'avait pas surtout mis en évidence, c'étaient les changemens instantanés et irréguliers qu'éprouve le magnétisme terrestre, change-

---

1) *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins, im Jahre* 1836. Herausgegeben von *C. F. Gauss* und *W. Weber*, 10 planches. Gœttingue chez *Dieterich*, in-8o, 1837.

2) M. *Arago* possède une série d'observations très-importantes sur ces divers points; il serait fort à désirer que cet illustre savant voulût bien en publier les résultats.

mens qui sont tels qu'ils deviennent perceptibles, au même moment et à des distances extrêmement grandes; elles sont même marquées avec tant de précision qu'on s'est déjà demandé si l'on ne pourrait pas les faire servir à la détermination de la différence des longitudes. Ainsi la physique pourrait prêter un utile appui à l'astronomie pour la solution d'un des problèmes les plus délicats de cette science.

Ces résultats sont particulièrement dus aux observations patientes et persévérantes des physiciens qui, à l'invitation de M. *Gauss*, ont fait une association qui possède aujourd'hui un journal spécial. C'est du premier numéro de ce journal que nous nous proposons de rendre ici un compte détaillé (1.

Peut-être le rédacteur de ce recueil a été la cause bien indirecte sans doute, qui a fixé sur la théorie du magnétisme et sur les améliorations pratiques qu'elle était susceptible de recevoir, l'attention du célèbre géomètre dont les écrits avaient déjà tant illustré l'Allemagne moderne. En passant à Gœttingue, au commencement de septembre 1829, il témoigna à M. *Gauss* le désir de faire, dans le jardin de l'observatoire, des expériences sur l'intensité magnétique; et non-seulement il obtint toutes les facilités désirables à cet effet, mais M. *Gauss* voulut bien prendre lui-même part à ses observations. Le résultat de cette opération fut qu'en observant simultanément et en adoptant chacun une manière de compter différente, ils parvinrent tous deux à des nombres qui ne différaient que de 0'',05 pour une série d'observations qui s'étaient prolongées pendant 391 secondes de temps (2. M. *Gauss* fut très-frappé de cette concordance, et de

---

1) M. *De Humboldt*, qui a si puissamment contribué au développement de la théorie du magnétisme terrestre, avait également organisé une association pour les observations simultanées. Les résultats des observations faites à Berlin, Freiberg, St-Pétersbourg, Kasan et Nicolajeff, pendant les années 1829 et 1830, ont été publiés dans les *Annales de Poggendorff*, vol. XIX, pag. 361 et suiv.

2) Voyez les *Recherches sur l'intensité magnétique en Allemagne*, etc., tom. VI, des *Nouveaux Mémoires de l'Académie royale de Bruxelles* et p. 178

la précision que comportait ce genre d'observations, qu'il qualifiait de *précision astronomique.* On pourra juger par les résultats dont nous allons rendre compte, s'il se trompait dans son jugement.

« Les premières observations faites dans l'observatoire magnétique de Gœttingue, avec un appareil construit sur un nouveau plan, eurent lieu du 20 au 21 mars 1834. A la même époque on observa à Berlin, mais seulement d'heure en heure, et non de dix en dix minutes comme on le faisait à Gœttingue. Il se trouva que dans la première de ces deux villes, on avait remarqué des oscillations extraordinaires qui avaient également été observées dans la seconde, mais à Gœttingue les observations faites pendant des intervalles plus courts, firent reconnaître une grande quantité d'autres oscillations qui, si elles avaient été observées en même temps à Berlin, auraient sans aucun doute donné des résultats tout différens ; aussi la question de savoir si la plus grande partie des oscillations observées à Gœttingue devait être attribuée à des causes purement locales, resta encore indécise.

» Mais déjà aux périodes d'observations fixées pour les 4 et 5 mai suivant, cette question fut résolue. On rapprocha les intervalles, les observations eurent lieu de cinq en cinq minutes, les résultats se manifestèrent d'une manière encore bien plus concluante; depuis lors, on n'eut plus connaissance d'observations correspondantes faites à cette époque ou à des époques ultérieures avec les appareils de *Gambey*, mais en revanche M. *Sartorius*, qui avait pris une part très-active aux observations du 20 et 21 mars à Gœttingue, et s'était muni, pour un voyage de plusieurs années qu'il allait entreprendre en Italie, d'un appareil en tout semblable à celui de Gœttingue, quoique de moindre dimension, avait observé soigneusement et exactement à de courts intervalles, durant la période de mai, à Waltershausen (domaine situé en Bavière à environ vingt milles de distance de

---

du tom. VI, de la *Correspondance mathématique*, dans les *Notes extraites d'un voyage scientifique fait en Allemagne pendant l'été de* 1829.

Gœttingue). Ses observations comparées avec celles faites en même temps dans cette dernière ville, furent d'une concordance étonnante non pas seulement pour les grandes, mais encore pour les petites oscillations qui d'ordinaire varient à de très-courts intervalles; ainsi il devenait impossible de pouvoir attribuer une influence quelconque à des causes locales.

» Pendant les trois périodes suivantes (juin, août et septembre), les observations furent faites à Gœttingue absolument de la même manière; en même temps, le nombre des associés, munis d'instrumens à peu près semblables, augmentait de plus en plus au dehors. Après avoir appris à connaître par sa propre inspection et un examen minutieux, l'établissement de cette ville, M. le professeur *Encke* de Berlin fit exécuter, pour servir provisoirement aux expériences qu'il allait entreprendre à Berlin, mais sur une plus petite échelle, un appareil semblable à celui de Gœttingue. M. *Sartorius*, de son côté, ne cessait de faire aux périodes fixées et toutes les fois que les circonstances le lui permettaient, des observations avec le sien. Il observa au mois de juin à Francfort, pendant la période de septembre à Dramberg, dans le Salzbourg. A Leipzig, Coppenhague et Brunswig, des observations furent faites avec des instrumens en tout semblables à celui de Gœttingue. Les résultats des observations faites et communiquées par les correspondans se trouvèrent être, à peu de chose près, semblables à ceux obtenus pendant la période de mai. Les nombreuses oscillations qui avaient été observées à Gœttingue, se retrouvèrent presque toutes dans les observations des autres villes, si non dans les mêmes proportions d'étendue, au moins d'une concordance telle qu'il était impossible de les méconnaître.

» Afin d'obtenir sur ces résultats remarquables un nouveau témoignage irrécusable, on profita de la présence à Leipzig de M. le docteur *Weber*, pour concerter quelques observations correspondantes entre cette dernière ville et Gœttingue, et on fixa pour les faire diverses heures des journées du 1r et du 2 octobre. Ces observations faites avec le plus grand soin, par des hommes expérimentés et exercés à ce genre d'opérations, sont

consignées dans les *Annales de physique* de *Poggendorff*, vol. XXXIII, p. 426 et accompagnées de descriptions graphiques pour en faciliter l'intelligence.

» La nécessité d'observer les phénomènes à des intervalles beaucoup plus rapprochés que ceux qu'avait indiqués M. *De Humboldt*, était donc clairement démontrée. Pendant quelque temps nous avons observé, aux périodes convenues, de trois en trois minutes, et plusieurs de nos amis nous ont imités; cependant comme la plupart de nos correspondans étrangers nous parurent préférer que les observations ne fussent faites que de cinq en cinq minutes, et que cet intervalle suffisait pour le plus grand nombre de cas, nous l'avons admis plus tard, et pour établir l'uniformité, comme règle générale. Mais comme à d'aussi courts intervalles l'annotation des oscillations devenait, là surtout où un petit nombre de personnes devaient se partager le travail, beaucoup plus pénible que lorsque les observations ne se faisaient que d'heure en heure, il a fallu, afin d'assurer l'existence de la société et de maintenir le zèle des membres qui la composent, diminuer le nombre et la durée des périodes d'observations. L'on a donc, depuis cette époque, établi six périodes par an, et leur durée commune a été fixée à vingt-quatre heures; plus tard, on leur a ajouté deux périodes secondaires. Plus loin nous donnerons à ce sujet de plus amples détails.

» Une fois ces dispositions prises, les observations furent continuées sans interruption, à Gœttingue et dans beaucoup d'autres villes dont le nombre allait de plus en plus croissant. Des appareils, semblables ou à peu près à celui de Gœttingue, sont établis aujourd'hui à Altona, Augsbourg, Berlin, Bonn, Brunswig, Breda, Breslau, Cassel, Coppenhague, Dublin, Freiberg, Gœttingue, Greenwich, Halle, Casan, Cracovie, Leipzig, Milan, Marbourg, Munich, Naples, Pétersbourg et Upsal ([1]. Les commu-

---

1) Sous peu l'observatoire de Bruxelles aura également les appareils nécessaires pour suivre les observations demandées aux membres de l'association de Gœttingue. M. *Gauss* a bien voulu se charger à cet effet de les faire construire sous ses yeux.

nications de huit d'entre ces villes ne nous sont point encore parvenues ; dans quelques autres endroits, les observations n'ont pu, par suite de circonstances imprévues, être faites régulièrement et d'une manière soutenue.

» Quelques-unes des observations qui ont été faites aux périodes convenues, dans les premiers temps de l'établissement de la société, ont été publiées dans les *Nouvelles astronomiques de Schumacher* et les *Annales de physique de Poggendorff*; elles ont été accompagnées de descriptions graphiques. Depuis cette époque l'intérêt qu'inspirent les travaux de la société s'étant considérablement augmenté, on a dû songer à une publication régulière, et à rendre la riche moisson scientifique que nous promettent nos efforts secondés par ceux de nos amis, le patrimoine commun de tous les hommes qui s'intéressent aux sciences naturelles. La brochure que nous publions aujourd'hui pourra être considérée comme le *Journal de la première année de la société magnétique*, aujourd'hui formée, et comptant parmi ses membres bon nombre d'hommes qui ont su illustrer leur nom dans la carrière des sciences ; à dater du 1^er^ janvier 1837, nous publierons régulièrement, et aussitôt après que nous aurons pu réunir un nombre suffisant d'observations, celles qui auront été faites durant chaque période.

» Non-seulement nous ferons suivre les observations et leurs descriptions graphiques des remarques et éclaircissemens qui se rapporteront immédiatement à elles, mais nous y joindrons en même temps d'autres descriptions et dessins, dans lesquels tous les objets appartenant au vaste domaine du magnétisme terrestre, les instrumens nécessaires pour les étudier, la manière d'ajuster et de se servir de ces derniers, et les applications variées que l'on pourra en faire, trouveront leur place.

» Qu'il nous soit permis d'ajouter encore une seule observation quant au principal objet des travaux de notre société ; l'observation des variations de la déclinaison magnétique.

» Si, et on ne saurait en douter, deux autres élémens du magnétisme terrestre, l'inclinaison et l'intensité, sont soumis à des

variations pareilles à celles que subit la déclinaison, il est permis de se demander pourquoi, de préférence et presque exclusivement aujourd'hui, toute l'attention, toutes les études des naturalistes sont dirigées vers cette dernière?

» C'est que la connaissance des variations et des perturbations qu'éprouve la déclinaison magnétique est réellement du plus haut intérêt pratique. Il doit beaucoup importer au marin, à l'ingénieur géographe, au géomètre, de savoir quelles peuvent être les variations auxquelles est soumis l'instrument principal dont ils se servent dans leurs travaux, ne fût-ce que pour avoir la mesure de la confiance que cet instrument doit leur inspirer. Pour la géodésie et la géométrie, à la surface et dans l'intérieur de la terre, les résultats de nos recherches et de nos travaux pourront un jour être d'un intérêt immense. Car, une fois qu'il aura été établi que les perturbations irrégulières, les mouvemens extraordinaires qu'éprouve parfois la boussole, ne doivent jamais ou du moins que très-rarement être attribués à des causes locales; du moment qu'il sera avéré qu'ils se montrent toujours ou du moins presque toujours, en même temps, à des distances égales et sur de grandes étendues, le moyen d'empêcher que ces variations ne deviennent souvent la cause première de malheurs déplorables sera tout trouvé. L'ingénieur géographe et le géomètre, n'auront lorsqu'ils se livreront à des opérations pour lesquelles la boussole leur deviendra nécessaire, qu'à annoter exactement les heures qu'indiquera leur montre, à faire faire en même temps des observations dans un lieu rapproché de celui où ils opèreront, et la confrontation des résultats obtenus leur permettra d'éliminer dans leurs calculs les perturbations que la boussole aura éprouvées; de la même manière que les observateurs voyageurs, dans les mesures de hauteurs qu'ils font à l'aide du baromètre, rendent leurs opérations indépendantes des variations irrégulières de cet instrument, en comparant leurs observations avec celles faites en même temps sur un terrain plan et rapproché du lieu de leurs opérations. Il est bien entendu qu'il ne saurait être question ici des perturbations que la boussole éprouve dans les mines contenant du fer.

» Toutefois, ce n'est point dans ces considérations purement matérielles, que nous devrons rechercher la cause de la préférence que l'on accorde à la déclinaison sur les autres élémens du magnétisme terrestre; nous la trouverons bien plutôt dans la situation actuelle de la science, qui manque des moyens et des instrumens nécessaires pour les reconnaître. La recherche des lois générales des phénomènes de la nature porte en elle-même pour le naturaliste, la plus noble récompense qu'il puisse espérer de ses travaux; un charme indicible s'attache pour lui à chaque découverte qu'il fait pour reconnaître la mesure et l'harmonie des phénomènes qui, aux yeux du vulgaire, n'ont ni règle ni mesure, et ne sauraient être définis.

« Les appareils que nous possédons aujourd'hui, et qui sont destinés à observer les variations continuelles et si remarquables de la déclinaison, ne laissent rien à désirer sous le rapport de la sécurité, de l'exactitude et de la facilité qu'ils offrent pour les observations. On ne saurait en dire autant des instrumens que nous avons pour examiner et mesurer les deux autres élémens, l'inclinaison et l'intensité du magnétisme terrestre, et par conséquent nous ne pouvons encore nous occuper d'eux et en faire l'objet de recherches étendues. Mais du moment où les moyens de les observer auront été assez perfectionnés pour que nous puissions les reconnaître avec quelque apparence de certitude, suivre et mesurer exactement leurs variations, et notamment celles qui alternent rapidement, nous consacrerons à leur étude le même zèle, la même activité que nous avons déployés pour reconnaître les variations de la déclinaison : espérons que l'époque où il nous sera permis de nous livrer à ces études importantes n'est pas loin de nous.»

On a pu juger par le passage précédent, extrait de la préface que M. le professeur *Gauss* a placée en tête du recueil qu'il publie avec M. *Weber*, du but et des moyens de l'association pour l'observation du magnétisme terrestre. Nous aurons soin de tenir nos lecteurs au courant des résultats qui seront successivement obtenus, et pour mieux permettre d'apprécier les travaux des savans qui la composent, nous présenterons ici la traduction de la partie de

l'ouvrage qui contient la description de l'observatoire magnétique et des instrumens nouveaux qui y sont employés ([1].

*Remarques sur l'établissement des observatoires magnétiques, et description des instrumens à y placer.*

» Les instrumens que l'on emploie pour faire les observations magnétiques et dont il sera question dans les pages suivantes, se distinguent sous beaucoup de rapports de tous ceux qui ont été précédemment employés : si l'on veut se rendre compte des résultats obtenus par leur moyen, se mettre à même de juger ces mêmes résultats, il devient indispensable d'acquérir une connaissance intime de leur construction et de la manière de s'en servir.

Peut-être ce qui a été dit à ce sujet dans des publications précédentes ([2], ce qui a été porté à la connaissance du public par la voie des annonces ([3], pourrait suffire, cependant nous avons cru qu'une description plus complète et plus exacte de ces sortes d'instrumens, accompagnée de dessins, faciliterait encore davantage l'intelligence, et qui plus est, mettrait tout mécanicien tant soit peu habile à même de les imiter parfaitement. Nous avons choisi, pour les faire dessiner, les instrumens qui ont été construits sur un même plan pour Bonn, Dublin, Freiberg, Greenwich, Casan, Milan, Munich, Naples et Upsal, par le mécanicien *Meyerstein* de Gœttingue ; tous ces instrumens sont, à peu de chose près, semblables à ceux employés à l'observatoire magnétique de Gœttingue et dont l'auteur est le mécanicien *Apel ;* ceux employés à Cracovie, à Leipzig et à Marbourg, sont dus au mécanicien *Breithaupt*, de Cassel.

---

[1]) Voyez dans le numéro précédent de la *Correspondance*, l'extrait d'une lettre de M. *Gauss* au rédacteur, sur ce qui concerne les observations magnétiques.

[2]) *Intensitas vis magneticæ terrestris ad mensuram absolutam revocata, auctore C. F. Gauss.* Gœttingue, 1833.

[3]) *Annonces savantes de Gœttingue*, 1832, p. 2041 ff.; 1835, p. 345 ff.; et dans l'*Annuaire de Schumacher*, 1836, p. 1.

Nous passerons sous silence la description des instrumens d'une moindre dimension et qui ont été établis en quelques endroits, car il a été reconnu que leur usage est moins convenable pour les expériences, et qu'il ne saurait être justifié que par des circonstances de localité empêchant l'établissement d'appareils d'un plus grand volume. Nous ne rendrons pas davantage compte des instrumens qui ont été construits sur une trop grande échelle, parce que, pour répondre au but qu'on s'est proposé, ils exigent un local proportionnellement beaucoup plus grand que ne le sont tous ceux qui leur ont été assignés jusqu'à ce jour.

Le local le plus convenable pour établir des instrumens magnétiques, est une salle rectangulaire, ayant environ onze mètres d'étendue dans la direction du méridien magnétique; il n'est point nécessaire que les murs latéraux soient parallèles à ce méridien, ils peuvent former un angle avec sa direction : ce cas se présente à l'observatoire magnétique de Gœttingue, où la salle orientée d'après le méridien astronomique, forme avec le méridien magnétique un angle de 18 degrés et demi.

La salle devra être bien éclairée, surtout dans la direction de l'est et de l'ouest, et dans la partie où le théodolithe, ou le télescope et son échelle, devront être placés pour les observations. Elle devra autant que possible être garantie de tout courant d'air; pour cela il devient souvent nécessaire de faire placer des portes et des croisées doubles; les fondemens destinés à recevoir le théodolithe et la pendule devront être solides; il serait à désirer que de la place où sera établi le théodolithe, on pût apercevoir n'importe dans quelle direction, et au loin, un objet quelconque dont l'azimut fût connu ou devra être exactement déterminé.

L'instrument sera établi à peu près dans le centre de la salle, le plancher alentour ne devra contenir aucune parcelle de fer; aucun objet contenant des parties plus ou moins grandes de ce métal ne pourra en être approché. Il serait même à désirer que le fer fût écarté autant que possible de la construction des observatoires magnétiques, ou que du moins il n'en entrât ni dans les murailles latérales, ni dans la toiture. Toutefois les précau-

tions ne devront point être poussées jusqu'à l'extrême; ainsi on ne devra point craindre de placer à 5 ou 6 mètres du magnétomètre, une pendule ayant des axes en acier ou un théodolithe se mouvant sur des tourillons du même métal; l'influence de ces parties d'acier, si elles étaient aimantées, pourrait facilement être corrigée dans les calculs; du reste à d'aussi grandes distances, cette influence est ordinairement beaucoup trop minime pour être seulement remarquée.

Au delà de l'enceinte de la salle, de petites parties de fer ne sauraient influer sur le magnétomètre que d'une manière imperceptible. Cependant s'il se trouvait dans son voisinage de grandes masses de ce métal, surtout des barres de fer ayant une certaine longueur, des grilles élevées, par exemple, leur influence quelque minime qu'elle fût ne devrait point être négligée. On ne pourrait se dispenser d'y avoir égard que dans le cas où elles se trouveraient placées à une distance de plus de cent pieds de l'observatoire magnétique, et fortement scellées en terre et par conséquent garanties contre tout mouvement.

Un local ainsi établi suffira pour mesurer la déclinaison et l'intensité de l'aiguille aimantée ainsi que pour observer les variations de ces élémens. On pourra aussi y mesurer l'inclinaison de l'aiguille, mais il faudra pour cela interrompre les autres travaux, et il nous paraîtrait beaucoup plus convenable que l'on arrangeât, si les circonstances le permettaient, un local particulièrement destiné à ce dernier genre d'observations : ce local pourrait être très-rapproché du premier sans qu'il en résultât le moindre inconvénient. La même salle pourra suffire là où on ne devra point prendre de mesures absolues et où l'on se bornera à observer, aux périodes convenues, les variations de la déclinaison; dans ce dernier cas même, il est peu important qu'il soit ou non entré des parties de fer dans la construction de la salle; il suffit que durant les observations les parties métalliques ne soient ni ébranlées ni changées de place.

La planche I représente la salle de l'observatoire de Gœttingue; la planche II indique le plan du bâtiment; sur la planche III, nous avons dessiné le plan topographique.

Avant que de placer les instrumens dans la salle d'observation, il devient essentiel de tracer sur le plancher une ligne désignant le méridien magnétique ; cette ligne devra passer vers le centre de la salle et aboutir par l'une de ses deux extrémités sud ou nord à l'endroit où devront être placés sur des fondemens solides le théodolithe et la pendule.

Lorsque les fondemens auront été établis et le théodolithe mis en place, on attachera une échelle sous l'instrument au pied du support. Cette échelle sera placée de manière qu'un fil-à-plomb tombant du centre de l'objectif du théodolithe, vienne à passer à côté d'elle sans la toucher. Cette échelle devra être placée horizontalement et rectangulairement vis-à-vis le méridien magnétique, et pouvoir être élevée ou abaissée à volonté : le méridien magnétique passant par l'axe optique de la lunette, devra partager cette échelle dans son centre.

Ensuite on laissera tomber du plafond, vers le plancher, un fil-à-plomb pareil, en ayant soin d'observer que le plan méridien magnétique passant par ce fil-à-plomb contienne l'axe optique de la lunette, et que, lorsque le magnétomètre sera suspendu à ce même fil-à-plomb, les distances réunies de la surface de réflexion du magnétomètre. (*voyez* plus bas *miroir et porte-miroir*) à l'échelle et au théodolithe, soient égales à celle qui sépare ce théodolithe d'un point tracé sur la muraille en face, point qui servira de mire et vers lequel le théodolithe peut être dirigé.

On fixera à la place du plafond d'où l'on aura laissé tomber ce fil-à-plomb, le porteur du magnétomètre, muni de sa vis et de son fil ; on attachera provisoirement à ce dernier un poids qui servira d'aiguillette, et on déplacera le porteur jusqu'à ce que l'aiguillette qui y est suspendue, coïncidera parfaitement avec le fil-à-plomb, en ayant soin de placer le porteur dans sa longueur et parallèlement aux parois exposées au nord et au sud de la salle.

Cette opération terminée, on mesurera exactement l'élévation à laquelle le porteur, le théodolithe et l'échelle se trouveront au-dessus du plancher ; ensuite on déduira de l'élévation du premier, la moitié de la somme des élévations des deux autres réu-

nies, et l'on confectionnera un fil composé de fils de cocon parallèles, ayant exactement cette longueur, et assez forts pour pouvoir, outre le magnétomètre, supporter un poids d'un kilogramme. L'extrémité supérieure de ce fil sera attachée à la vis du porteur; à sa partie inférieure, on assujettira l'étrier destiné à porter le barreau aimanté. Sous ce barreau, on placera une caisse spacieuse au fond de laquelle se trouveront deux coussinets destinés à recevoir ce barreau aimanté, dans le cas où les fils de soie viendraient à se rompre, et à préserver ainsi le miroir, qui est fixé à l'une des extrémités du barreau, de tout accident.

Ces préparatifs terminés, on pourra se livrer à des mesures plus exactes; par exemple :

1° Placer l'axe de l'aimant dans une direction horizontale, y fixer le miroir dans une direction perpendiculaire, ou bien mesurer le petit angle que l'axe du miroir formera avec l'axe magnétique.

2° Déterminer, lorsque l'aimant se trouvera dans son point central, la torsion du fil et l'amener à zéro; si cela était impossible, mesurer ce qui pourra rester de torsion (*voyez* plus bas *verge de torsion*).

3° Déterminer le rapport du moment de torsion du fil et du moment magnétique du barreau dans une déviation (*voyez* plus bas *étrier et cercle de torsion*).

4° Mesurer sur la muraille opposée au théodolithe la place où devra être tracé le point de mire.

Après avoir été ainsi préparé, on pourra faire servir l'appareil pour mesurer la déclinaison, cette opération consiste:

1° A mesurer l'azimut du point de mire;

2° A déterminer la valeur des divisions de l'échelle;

3° A observer les mouvemens oscillatoires et les élongations (*voyez* plus bas *verge d'accoissement*).

Plus loin, nous donnerons les instructions nécessaires pour exécuter les mesures que nous avons indiquées ci-dessus.

Lorsqu'il s'agira de mesurer l'intensité, l'imposition de verges de mesurage d'après lesquelles la position de la verge de déviation devra être déterminée, deviendra nécessaire. Ces verges de

mesurage pourront être placées dans une position horizontale, des deux côtés de la caisse qui renfermera le magnétomètre, et en ligne parallèle avec le méridien magnétique : de telle sorte que les lignes qui réuniront les points correspondans des deux verges, se trouvent en face du méridien magnétique, dans une position horizontale et rectangulaire. On pourra les placer à une élévation telle, que la verge de déviation qui leur sera superposée se trouve à égale hauteur avec la verge oscillatoire; s'il n'en pouvait être ainsi, on devra mesurer la distance verticale existant entre cette dernière et la verge de déviation placée sur les verges de mesurage.

Ces dernières devront avoir une longueur de cinq à six mètres, et dépasser le magnétomètre d'une égale longueur au nord et au sud. Lorsque la largeur de la salle le permettra, il sera avantageux de lier aux deux autres verges et dans une position horizontale et rectangulaire, une troisième verge de mesurage; on pourra la faire passer sous la caisse du magnétomètre, de manière à rencontrer un fil-à-plomb qu'on laissera tomber du point central entre la suspension et le centre de gravité de la verge oscillatoire. Les verges de mesurage devront pouvoir être déplacées dans le sens de leur longueur, afin que l'on puisse les disposer de manière que la verge de déviation, soit qu'elle se trouve placée sur des points correspondans, soit devant ou derrière la caisse du magnétomètre, produise constamment des déviations égales.

Ces préparatifs terminés, l'opération de mesurer l'intensité consiste :

1° A déterminer le moment d'inertie de la verge de déviation (*voyez* plus bas *poids et verge de support*);

2° A mesurer la durée d'oscillation de la verge de déviation;

3° A mesurer avec la verge de déviation la déviation d'une verge de secours suspendue près de la première. Ce mesurage devra s'opérer à deux distances différentes de la verge de déviation, soit dans la direction du nord au sud, soit dans celle de l'est à l'ouest du magnétomètre.

Après avoir donné un aperçu général de la manière d'établir les observations magnétiques, et indiqué l'arrangement que l'on

devra observer dans le placement des instrumens, nous allons entrer à ce sujet dans quelques détails plus circonstanciés.

*Observations sur quelques parties des observatoires et des instrumens magnétiques.*

1° *La salle.* Les planches I et II représentent la salle vue en perspective et vue de plan ; dans le premier de ces deux dessins, la muraille est enlevée dans la partie qui fait face au sud. Sur le premier plan et à main droite, on aperçoit *a* le massif de maçonnerie sur lequel est placé le théodolithe, *b* son pied, *c* le théodolithe, *d* l'échelle qui y est fixée, *e* le fil-à-plomb tombant du centre de l'objectif. A côté, *f* est placé la pendule; une ligne droite partant de l'objectif et allant aboutir au point de la muraille en face, que nous avons marqué d'une flèche, figure le méridien magnétique. A peu près vers le centre de la salle, on voit fixé au plafond le porteur du magnétomètre. De ce point descend un fil attaché à une vis; il supporte l'étrier dans lequel repose la lame aimantée; à l'extrémité antérieure de cette dernière est fixé, dans une position verticale, le miroir. Les deux distances, celle du miroir au théodolithe et celle du centre de l'échelle que traverse le fil-à-plomb tombant de l'objectif au miroir réunies, forment la distance totale qui doit séparer le théodolithe du point de mire.

2° *Le théodolithe.* Pour observer les variations de la déclinaison, il suffira d'un télescope qui puisse être mu dans un plan vertical et être braqué, à volonté, sur le miroir et sur le point de mire, afin de permettre à l'observateur de s'assurer que son instrument n'a point été dérangé. Pour les mesures de déclinaison absolues, on se sert au lieu du télescope d'un théodolithe.

Comme il est nécessaire que non-seulement on puisse parfaitement apercevoir les graduations d'une échelle divisée en millimètres, mais encore que les subdivisions des millimètres puissent être estimées, il faudra que, placé à une distance de cinq mètres du magnétomètre, le télescope au pied duquel est fixée l'échelle grandisse au moins trente fois les objets.

3° *La pendule.* Toutes les observations doivent être faites exactement d'après le temps; à cet effet, une horloge sonnant distinctement les secondes devra être placée près de l'observateur et lui présenter son cadran, pour qu'à tout instant il puisse apercevoir les aiguilles et compter les secondes. Un chronomètre pourrait servir au même but;

4° *Le magnétomètre.* Outre la pendule et le théodolithe que l'on doit nécessairement supposer exister dans tous les lieux où des observations magnétiques devront être faites exactement et complétement, le magnétomètre sera composé des parties suivantes, indispensables pour mesurer les déclinaisons : la lame aimantée, l'étrier avec le cercle de torsion, le porteur, sa vis et le fil qui supportera le magnétomètre, le miroir et le porte-miroir, la verge de torsion, l'échelle et la verge d'accoissement. Pour opérer les mesures d'intensité, il faudra ajouter aux instrumens précités : les verges de mesurage, la verge de déviation, les poids et leur verge de support.

Planche IV, *fig.* 3 et 5, nous avons dessiné la lame aimantée en rapport avec son étrier et le cercle de torsion, lequel à son tour est mis en rapport avec le porteur, par le moyen du fil qui le supporte, plus le miroir et le porte-miroir.

5° *L'échelle.* La figure 4 nous donne le modèle de l'échelle employée jusqu'à ce jour, et dont la longueur doit être au moins d'un mètre. M. *Rittmüller* a fait lithographier, dans son établissement de Gœttingue, une échelle semblable et l'a fait imprimer sur un carton blanc.

6. *L'aiguillette pendant de l'objectif du télescope.* Un fil très-fin et de couleur sombre portant un poids à son extrémité inférieure, est attaché au bord supérieur de l'objectif, de manière à se trouver précisément dans le centre de celui-ci. Les petites entailles qui forment une crénelure autour de l'objectif, pourront servir à attacher ce fil, ou bien encore on fera glisser sur sa volée une bague en bois dans laquelle on aura pratiqué diamétralement en face l'une de l'autre deux entailles. Celle supérieure servira à y fixer le fil, et la bague sera tournée de telle manière que ce fil puisse passer librement dans l'entaille infé-

rieure. Si, avec le télescope, on regarde l'image de l'échelle dans le miroir, on devra en même temps apercevoir celle du fil se projetant sur la surface plane et blanche de l'échelle, et pouvoir reconnaître ainsi quel est le point de celle-ci qui se trouve situé dans le plan vertical de l'axe optique du télescope. On remarquera avec soin la place où l'aiguillette prolongée touchera au sol, afin de pouvoir s'assurer par la suite que durant les observations le pied du théodolithe n'a point été dérangé.

7° *Le miroir et le porte-miroir.* Le miroir du magnétomètre devra être parfaitement plan, autrement le télescope grossissant les objets trente fois, rendrait l'image de l'échelle trop confuse. Les miroirs plans qui sont fabriqués dans l'institut d'optique d'*Utzschneider* à Munich, sont ceux qui, jusqu'à ce jour, ont été reconnus être les meilleurs. Il est avantageux que le miroir soit plus large que haut, parce que, durant les oscillations de la lame aimantée, le côté droit et le côté gauche du miroir viennent alternativement se placer devant l'objectif du télescope. Les dimensions les plus convenables à donner à ces miroirs sont de 50 à 70 millimètres de haut, sur 70 à 100 millimètres de large. Lorsqu'on mesurera les distances qui séparent le miroir de l'échelle et du point de mire, il faudra avoir égard à la réfraction des rayons de lumière à la surface antérieure du verre du miroir; car il a été reconnu par une longue expérience que, par l'effet de la réfraction dans l'intérieur du verre, on doit considérer comme plan réflecteur celui qui se trouve à une distance égale de la face antérieure et de la face postérieure du miroir.

Ce dernier est fixé à l'extrémité de la lame aimantée qui fait face au télescope, et doit être tellement bien assujetti à cette lame que l'on n'ait pas à redouter le moindre dérangement durant les observations, même alors que la lame serait tirée de sa nacelle pour y être replacée en sens contraire; en outre, le miroir devra conserver vis-à-vis la lame aimantée une position telle que la normale du miroir soit ou tout-à-fait, ou du moins à peu de chose près parallèle à l'axe magnétique de cette lame. Le porte-miroir que nous avons dessiné, *fig.* 4, et dont la douille est assujettie à la lame par le moyen de vis, pourra servir aux deux fins. Le

porte-miroir pourra, par le moyen de quelques tours de vis, être mu autour de deux axes rectangulaires, et placé ainsi dans la position voulue.

8° *Le porteur, sa vis et le fil.* Il est convenable d'attacher au plafond le fil destiné à supporter la lame aimantée, parce que de la sorte, cette dernière est suffisamment isolée du parquet et n'a rien à redouter des ébranlemens que pourraient produire dans une salle les pas des hommes ou toute autre cause, et surtout parce que dans cette position on peut donner au fil la longueur voulue. Si, pour supporter le magnétomètre, on préférait à un fil en métal (dont l'élasticité, à égale puissance portative, est six fois plus grande que celle d'un fil en soie) un fil formé de fils de cocon parallèles, il faudrait observer que ce dernier s'allongera considérablement dans les premiers temps, et qu'il deviendra par conséquent nécessaire de le remonter quelquefois, afin de rendre à la lame aimantée et au miroir qui y est attaché, leur élévation première. En remontant le fil, il faudra avoir soin de ne point le déplacer de la position verticale qu'il avait prise. Pour empêcher qu'il ne soit dérangé, on se servira d'une vis dont les filets recevront le fil et sur laquelle il pourra être guindé à volonté, tandis que l'une des extrémités de la vis entrera dans une matrice solidement placée. Le filet dans lequel viendra se placer le fil lorsqu'on tournera la vis, prendra tout naturellement la place de celui dans lequel le ligneul tombant verticalement, s'était trouvé placé auparavant. La matrice solidement assujettie, et l'encastrement également solide dans lequel passera librement, par une de ses extrémités, la broche de la vis, seront encastrés dans une coulisse en bois qui, avec sa rainure et son ressort, enjambera une planche de dimension plus grande, fixée au plafond, et cette coulisse pourra être déplacée à volonté, dans une direction parallèle aux murailles exposées au nord et au sud de la salle. Si avec le temps la position du méridien magnétique devait considérablement varier, cette coulisse servira à maintenir le magnétomètre dans le méridien du télescope. Lorsqu'il aura été nécessaire, et ce cas arrivera rarement, de déplacer le porteur fixé au plafond, il faudra tracer un nouveau

point de mire sur la muraille en face, et braquer sur lui le télescope sans s'éloigner du méridien.

Le fil auquel est suspendue la lame aimantée est formé de deux cents fils de cocon parallèles dont chacun doit pouvoir supporter, sans se rompre, un poids de 30 grammes. Le poids total que ce fil devra supporter ordinairement, s'élève à environ 2000 grammes auxquels nous devrons ajouter 500 grammes de poids pour les observations où il s'agira de mesurer l'intensité du moment d'inertie de la lame aimantée. Le fil ne portera donc en tout à peu près que la moitié du poids qui pourrait le faire rompre. Sa longueur totale sera d'environ deux mètres; le moment de sa puissance de torsion comportera, dans les petites déviations, environ un millième de celle du moment magnétique. Le fil sera préparé de la manière suivante : un simple fil de cocon est conduit 25 fois autour de deux tubes qui sont éloignés l'un de l'autre à une distance quatre fois plus grande que la longueur des ligneuls; les deux extrémitées du fil seront fortement nouées ensemble, l'écheveau de 25 fils sera tendu en éloignant encore davantage l'un de l'autre les deux tubes : on suspendra au centre de l'écheveau un crochet portant un petit bois, on enlèvera simultanément les deux tubes, on les rapprochera l'un de l'autre et on réunira les deux écheveaux en un seul, de la sorte on obtiendra un ligneul formé de cent fils noués par les deux extrémités, et qui replié une seconde fois de la même manière que la première, produira celui auquel la lame aimantée devra être suspendue.

9° *L'étrier et le cercle de torsion.* Alors même que le fil serait très-long et très-fin, on devra bien se garder une fois que l'étrier y aura été assujetti, de négliger, surtout dans les mesures de déclinaison et d'intensité absolue, sa puissance de torsion. Pour mesurer cette puissance et diminuer son influence, on choisira le moment où le fil sera rendu à sa position naturelle, c'est-à-dire celui où l'aiguille aimantée sera revenue à son centre d'immobilité, et où par conséquent la torsion sera nulle : on tournera le fil sur lui-même par l'une de ses extrémités de manière à pouvoir mesurer son angle de torsion. On devra faire de préférence cette opération à l'extrémité inférieure du fil, parce que

là il sera plus facile d'observer. Mais pour que la lame aimantée ne soit point tournée en même temps, l'étrier sera formé de deux parties, à peu près comme une alidade et un cercle dont le mouvement de rotation ne pourrait s'opérer qu'autour d'un axe vertical commun. L'alidade supportera la lame aimantée et sera supportée à son tour par le cercle. Ce dernier sera muni d'un pivot qui traversera l'alidade et portera à son extrémité supérieure deux crochets qui viendront saisir la goupille attachée au fil, et qui seront à cet effet munis de deux pointes.

En construisant ainsi l'étrier, il faudra avoir soin de faire appuyer l'alidade qui portera la lame aimantée, sur les bords du cercle qui sera supporté par le fil; autrement il résultera du frottement qui aura lieu par suite de l'impulsion que l'instrument recevra de la verge oscillatoire, près de l'axe de rotation, un déplacement mutuel de deux parties. Du reste, l'étrier sera construit de telle sorte que l'on puisse y placer la lame aimantée soit par son côté large, soit par son côté étroit; ceci dans le but de pouvoir déterminer exactement et au moyen d'observations de déclinaison, la situation du miroir vis-à-vis de l'axe magnétique, dans les différentes positions où l'on placera la lame aimantée dans son étrier.

10° *La caisse et la verge de mesurage.* La caisse qui devra garantir le magnétomètre de toute influence des courans d'air, devra être d'une construction large et accessible; elle formera un cylindre de 800 millimètres de diamètre et de 300 millimètres de hauteur. On lui a donné la forme cylindrique parce que dans les mesures d'intensité il deviendra nécessaire, pour déterminer le moment d'inertie, de superposer sur la lame aimantée dont la longueur devra être de 600 millimètres, et dans une position rectangulaire, une verge en bois de la longueur de 700 millimètres; cette dernière, à laquelle on suspendra des poids, devra trouver place dans la caisse avec le magnétomètre, et osciller librement.

Pour exécuter ces essais plus commodément, il sera nécessaire que la caisse puisse être ouverte par le haut et ensuite refermée exactement, de telle manière qu'il ne reste dans le couvercle que

la petite ouverture donnant passage au fil, plus une autre ouverture pratiquée sur l'une des parois de la caisse pour le miroir. Cette dernière pourra être fermée au moyen d'une coulisse en bois, afin d'empêcher que des courans d'air ne viennent s'établir dans l'intérieur de la caisse pendant le temps où l'on ne fera point d'observations. Deux couvercles en forme de demi-cercle et joignant exactement fermeront la caisse par le haut; dans l'un d'eux on aura pratiqué un petit trou pour y passer le fil qui supportera l'instrument. Ce trou ne devra point être pratiqué dans le centre du cercle formé par les deux couvercles, il devra être placé de telle sorte que tandis que le fil y passera librement, le miroir de la lame aimantée qui y sera suspendue vienne se balancer devant et tout près de l'ouverture pratiquée dans l'une des parois de la caisse. Cela est nécessaire pour qu'une petite ouverture suffise pour faire arriver la lumière depuis l'échelle jusqu'au miroir, et depuis celui-ci jusqu'au télescope. Autour de la caisse, sont placées les verges de mesurage, elles servent à pouvoir placer soit dans la direction du nord au sud, soit dans celle de l'est à l'ouest, à des distances prescrites et dans une position déterminée, une autre lame aimantée qui devra faire dévier la verge suspendue de la direction du méridien magnétique.

11. *La verge de torsion et la verge de déviation.* On reconnaît que le fil auquel est suspendue la lame aimantée, a, lorsque celle-ci est revenue à son centre d'immobilité, repris sa position naturelle (sans torsion), en mettant dans l'étrier au lieu de la lame aimantée, une lame de laiton d'une longueur et d'une largeur égales, et autant que possible du même poids que la première. Dans cette lame, on placera une petite aiguille aimantée (pour diminuer un peu la durée d'oscillation que lui imprimerait l'élasticité du fil), son axe magnétique devra être placé dans la même direction où se trouvait celui de la lame aimantée, dont elle a pris la place. Pour opérer cet essai avec plus d'exactitude, cette lame accessoire devra être munie, de même que la lame principale, d'un miroir avec son porte-miroir. Pour mesurer l'intensité, il sera besoin d'une deuxième lame aimantée, ayant également les mêmes dimensions que la lame principale, et qui

pourra également remplacer celle-ci dans l'étrier, pour mesurer ses oscillations et son moment d'inertie. Cette même lame devra également servir de verge de déviation; à cet effet, on l'ajustera dans une boîte en bois, ayant au dehors des chanfreins droits, unis et parallèles à l'axe magnétique de la lame; on pourra ainsi lui assigner promptement et exactement sa place sur les verges de mesurage.

12. *Les poids et leur verge de rapport.* Pour mesurer l'intensité, il faudra que l'observateur fasse également osciller la verge de déviation et qu'il détermine son moment d'inertie. A cet effet, on placera en travers de la lame aimantée et oscillante, une verge de bois mince; on y suspendra des deux côtés de la lame aimantée, successivement et à distances égales, deux petits poids.

Afin de reconnaître les points où ces poids devront être placés sur la verge en bois, et déterminer exactement leurs distances, ces petits poids, dont chacun comportera 500 grammes, sont munis d'anses, à la partie antérieure desquels on aura soudé un petit dé. Ce dé est placé sur une pointe fine, dépassant le listeau. On aura soin de placer dans ce dernier, à 50 millimètres de distance les unes des autres, une certaine quantité de ces pointes, en observant toutefois que celles qui sont placées au centre du listeau, aient entre elles une distance de cent millimètres. Toutes ces distances devront être mesurées avec une exactitude microscopique.

13. *La verge d'accoisement.* Pour exécuter promptement et exactement les observations, il importe de pouvoir modérer à volonté les oscillations de la lame aimantée, en leur donnant par exemple, lorsqu'on mesurera la durée d'oscillation, et pour commencer, une extension de 2 à 3 degrés, ou bien de les diminuer, autant que possible, lorsqu'on observera les variations, et de ne leur jamais laisser dépasser deux ou trois minutes du cercle. On atteindra ce but à l'aide de la verge d'accoisement, dont tout observateur devra apprendre à se servir en s'exerçant souvent.

La verge d'accoisement est une lame aimantée, de même longueur et de même largeur que la lame principale, mais d'un

poids quatre fois moindre. Lorsque l'observateur placé derrière le théodolithe, tiendra cette verge horizontalement et rectangulairement en face du méridien magnétique, il devra produire à cette distance (environ 5 mètres et demi), si toutefois sa verge est fortement aimantée, une déviation d'environ une minute de cercle vers l'ouest, si son pôle boréal est tenu dans la direction de l'est et *vice versa*. Plus cette verge sera éloignée de la position horizontale, plus les déviations deviendront petites, et elles cesseront entièrement, lorsque la verge se rapprochera de la position verticale.

On ne devra donc pas craindre de tenir, durant les observations, cette verge contre la muraille, derrière soi, ou bien de la placer, mais toujours dans une position verticale, contre la caisse de la pendule (*voy*. pl. 1 et 2), jusqu'à ce que l'on doive s'en servir. L'usage de la verge d'accoisement dans les mesures magnétiques est très-varié; il est important d'acquérir beaucoup de dextérité à s'en servir dans l'ordonnance des essais auxquels on se livrera, et surtout de bien se familiariser avec les lois de son activité. Nous consacrerons donc un article spécial à expliquer les règles et les lois de l'usage et de l'activité de la verge d'accoisement.

Enfin, quant à la situation du bâtiment, nous ferons observer que sans danger pour les expériences, il pourra se trouver d'autres bâtimens à quelque distance. A Gœttingue par exemple, l'observatoire magnétique ne pouvait, sans qu'il en résultât de grands inconvéniens pour l'observateur, être trop éloigné de l'observatoire astronomique, dans les environs duquel la place qu'occupe aujourd'hui l'observatoire magnétique, était sous tous les rapports celle qui, parmi les emplacemens dont on avait le choix, offrait les plus grands avantages. Le centre de la place sur laquelle a été établi le magnétomètre, est situé, ainsi que l'on pourra s'en convaincre par l'inspection du plan topographique (planche III), à environ soixante mètres ouest de l'observatoire. A cette distance, l'influence qu'exercent les puissances magnétiques sur le magnétomètre, est tellement minime, que l'on n'a point craint d'établir dans l'une des salles de l'observatoire, un

appareil d'assistance, instrument qui, dans les mesures absolues, est de la plus grande utilité, ne fût-ce que parce qu'il met l'observateur à même de pouvoir comparer, malgré les variations du magnétisme terrestre, les différentes observations faites et à faire pour arriver à un résultat absolu.

Nous donnerons par la suite des instructions plus précises pour déterminer l'influence que peuvent exercer des aimans placés à certaines distances, et dont la puissance et la situation vis-à-vis du magnétomètre sont connues; ces instructions serviront principalement à faire connaître, lorsque plusieurs appareils magnétiques (un magnétomètre principal, un magnétomètre d'assistance, et un instrument d'inclinaison, par exemple) devront être établis dans des maisons voisines, soit pour se convaincre qu'ils n'exerceront aucune influence les uns sur les autres, soit, s'il en était autrement, pour savoir jusqu'à quel point on devra y avoir égard dans les calculs, et enfin si cette influence était trop considérable, pour se mettre à même de déterminer quelle devra être la distance respective que l'on devra observer dans la construction des différens bâtimens et le placement des instrumens.

### *Explication de la planche IV.*

Nous avons représenté, dans cette planche, les différentes parties qui composent le magnétomètre, en exceptant toutefois la pendule, le théodolithe, les verges de mesurage, la caisse, les verges de torsion et d'accoisement, qui en partie ou n'ont pas besoin d'être spécialement représentés, ou qui l'ont déjà été, mais sur une petite échelle, dans les planches I et II.

L'arrangement du porteur et de sa vis, de l'étrier et de son cercle de torsion, du porte-miroir et des corrections à y apporter, des poids et de leur verge de rapport, avaient au contraire besoin d'être plus particulièrement décrits et représentés; nous avons dessiné toutes ces parties à demi échelle et dans différentes positions. L'étrier, son cercle de torsion et la lame aimantée qui y est placée, ont été représentés, vus de trois faces, de l'ouest, du sud et d'en haut; de même, nous avons représenté

le cadre du miroir, le porteur et sa vis, vus de deux faces, l'ouest et le sud. Nous avons profité de l'aspect qu'offrent l'étrier, son cercle de torsion et la lame aimantée qui s'y trouve placée, pour démontrer bien clairement de quelle manière l'on devra poser sur la lame aimantée et dans la direction ouest-est, la verge de support des poids, et suspendre aux pointes dont elle est garnie, deux poids d'un demi-kilogramme chacun, pour déterminer, dans les mesures absolues d'intensité, le moment d'inertie des parties oscillantes du magnétomètre.

Pour ménager l'espace, nous avons dessiné dans la partie supérieure de la planche, l'une à côté de l'autre, les deux vues du porteur et de sa vis de manœuvre, et nous avons par conséquent été empêché de les placer exactement dans la position relative qu'ils devaient occuper vis-à-vis la partie oscillatoire du magnétomètre à laquelle ils servent de support. On pourra cependant facilement se faire une idée de la manière dont le porteur n° 1 est placé vis-à-vis l'étrier, le cercle de torsion, la lame aimantée et le cadre du miroir de la figure n° 3, pour peu que l'on considère le fil rompu dessiné au-dessus de cette dernière, comme une continuation de celui tombant de la figure n° 1. Ces deux figures représentent les parties principales du magnétomètre vu de l'ouest. De même les figures 2 et 6 devront être considérées comme n'en formant qu'une seule et représentant l'instrument vu du sud. Dans cette dernière figure nous avons enlevé le porte-miroir qui était adapté à l'extrémité sud de la lame aimantée, afin d'empêcher qu'il ne couvrît l'étrier placé derrière lui, nous avons dessiné séparément cette pièce, figure n° 4.

Tandis que dans la figure n° 3, représentant l'instrument vu de l'ouest, nous n'avons indiqué que par une petite entaille l'endroit de l'étrier où la verge de support des poids devra être placée, nous donnons dans la figure 6 qui représente l'instrument vu du côté du sud, le dessin complet de cette verge placée dans l'entaille et posée sur la lame aimantée; nous y avons également tracé les pointes sur lesquelles les deux demi-kilogrammes que cette verge est destinée à supporter, devront être posés.

La figure 1 représente le porteur, sa vis et le fil, vus de l'ouest.

*aa* est une planche fixée au plafond ; *bb* représente deux tringles en bois collées sur cette planche et dans lesquelles un châssis *dd* peut être mu à volonté dans la direction de l'est à l'ouest ; deux listeaux en saillie *cc*, supportent ce dernier ; au moyen de vis on a fixé au châssis deux porte-vis en cuivre jaune *e* ; la vis de manœuvre les traverse dans la direction de l'est à l'ouest ; *f* représente la tête de la vis à l'extrémité ouest, dans cette figure la vis elle-même est couverte ; *g* représente le fil attaché à la vis.

La figure 2, représente ce même porteur avec vis et fil, mais vu du sud. *aa* diamètre longitudinal de la planche fixée au plafond ; *bb* la tringle collée sur cette planche au nord ; *c'c'* le listeau qui supporte la coulisse ; sur son bord on a dessiné une échelle qui sert à marquer la position de cette dernière ; *dd* représente la coulisse dans sa longueur, les deux porte-vis en cuivre jaune *ee* y sont attachés par le moyen de vis. La vis de manœuvre dont la tête est en *f*, les traverse. Le filet de cette vis passe dans le porte-vis *e* et y est maintenu par le contre-écrou *h*. Près du porte-vis *e'*, le filet de la vis cesse et celle-ci se termine par un cylindre uni qui traverse une ouverture également unie pratiquée dans le porte-vis *e'*. A l'extrémité du filet de la vis, on a attaché le fil *g*, tournant dans les pas de vis jusque vers le point central situé entre les deux porte-vis d'où il tombe perpendiculairement et supporte à son extrémité inférieure l'étrier du magnétomètre. Lorsque le fil devra être élevé, on desserrera le contre écrou *h* et on tournera la vis de manœuvre dans ses porte-vis en la saisissant par sa tête *f*.

La figure 3, représente la partie oscillatoire du magnétomètre vu de l'ouest. Elle est formée de deux crochets *aa* ; dans cette figure, celui placé à la partie postérieure, est caché par le crochet placé à la partie antérieure. On attachera à l'une des deux goupilles qui prennent sous les deux crochets et par son extrémité inférieure le fil *g*. Le cercle de torsion *bb*, sur lequel repose l'étrier *cccc*, appartient également à cette partie du magnétomètre. La lame aimantée *dd*, le porte-miroir *e* avec deux petits cadres *ff*, *hh*, et les deux sergens *kk* destinés à maintenir le miroir. A l'exception de la lame aimantée *dd* qui à elle seule pèse

1700 grammes, et du miroir qui doit être d'une certaine épaisseur si on veut empêcher qu'il ne se courbe, toutes les autres parties de l'instrument devront être faites d'un cuivre jaune très-mince, afin de ne point trop augmenter le moment d'inertie du magnétomètre. Le fil qui supporte l'étrier n'est point attaché immédiatement à celui-ci, il est fixé à une goupille qui passe sous les crochets *aa*; par ce moyen on peut à volonté enlever l'étrier sans détacher le fil. Cette goupille longue d'environ quarante millimètres, est munie de pointes à ses deux extrémités, ces pointes entrent dans deux petites ouvertures semblables à des trous de pivot et pratiquées sous les deux crochets *aa*. Le cercle de torsion *bb* est muni d'un pivot vertical dont l'extrémité supérieure porte les crochets *aa*; ce pivot est enceint par la nacelle qui se meut autour de lui; la nacelle elle-même repose sur la périphérie du cercle de torsion, mais est empêchée de se tourner par le frottement qu'elle exerce sur lui. A l'extrémité de la lame aimantée *dd*, on voit le porte-miroir, qui en *e*, forme une gaîne dans laquelle entre la lame aimantée et sur laquelle le porte-miroir est maintenu au moyen de vis. A l'extrémité de cette gaîne est adapté un petit cadre *ff'*, tournant autour d'un axe vertical. Une petite vis de pression et une vis de fixation servant à fixer ce cadre, se trouvent placées du côté opposé à celui de la figure que nous avons représentée et n'y sont point visibles. A ce premier cadre *ff'*, pouvant être mu autour d'un axe vertical, est uni en *ff* un second cadre se mouvant autour d'un axe horizontal *hh*, et pouvant en même temps être déplacé et fixé contre le premier au moyen de la vis de pression et de la vis de fixation dont nous avons parlé plus haut. A ce second cadre sont ajustés les sergens qui doivent maintenir le miroir. Ces sergens sont au nombre de trois; dans notre dessin on n'en aperçoit que deux *kk'*, le troisième est couvert par ce second sergent en *k'*.

La figure 4 sert à donner une idée plus parfaite de toutes les parties du porte-miroir qui, dans cette position et vues du sud, peuvent être beaucoup mieux aperçues en détail que dans la position de l'ouest. Les parties isolées sont désignées par les mêmes lettres. Le parallélogramme que l'on aperçoit entre *e* et *e''*, re-

présente la section transversale de la douille ou gaîne, dans laquelle doit entrer la lame aimantée et sur laquelle cette douille doit être fixée par le moyen de vis. De l'un des côtés de la douille en *e'e'*, se trouvent deux saillies qui forment l'axe vertical (horizontal dans notre dessin), du cadre *ffff'*. En face, en *e''*, se trouve une troisième saillie contre laquelle viennent agir la vis de pression et la vis de fixation, qui servent à déplacer et à fixer ce premier cadre. A celui-ci, on a pratiqué en *f'f'* un axe horizontal (vertical dans notre dessin), autour duquel peut se mouvoir le second cadre *hhhh*. En face de cet axe et sur les deux cadres, se trouvent de petites saillies qui, par le moyen de vis de pression et de fixation, peuvent mutuellement être déplacées et fixées. Dans le second cadre, on aperçoit trois entailles *hh*, *hh*, *hh*, dans lesquelles on pourra à volonté déplacer et fixer trois petits châssis. Ces dispositions serviront à ajuster l'espace qui devra recevoir le miroir aux proportions de celui-ci. Ces trois petites coulisses sont terminées vers le sud par trois petites faces planes orbiculaires et verticales sur lesquelles sont placés les bords du revers du miroir, tandis que la tête d'une vis, dont les filets entreront dans la coulisse tout près des bords du miroir, exercera une pression légère sur la face plane antérieure de celui-ci. La coulisse n'a pu être représentée dans cette figure, nous avons dû nous contenter d'indiquer les têtes des trois vis qui la saisissent et la couvrent en entier.

Après avoir expliqué en détail les premières figures, il suffira de quelques observations abrégées pour les autres.

*Figure* 5. Dans cette position de l'étrier du cercle de torsion, de la lame aimantée et du porte-miroir, vus par le haut, le cercle de torsion principalement se montre d'une manière plus distincte et les formes de l'étrier reposant sur les bords de ce cercle (étrier que l'on peut tourner de même qu'une alidade), en deviennent plus intelligibles. Au centre du cercle de torsion, on aperçoit l'extrémité du pivot qui traverse l'alidade et le double crochet avec les deux trous à pivot destinés à recevoir les deux extrémités de la goupille attachée au fil qui y est fixé. Cette goupille en cuivre jaune n'a point été représentée ici, parce

qu'elle aurait pu nuire à l'intelligence du dessin. Dans cette figure, on voit en outre de quelle manière le miroir est fixé au porte-miroir.

*Figure* 6. Dans cette figure dont il a déjà été question à diverses reprises, on voit de qnelle manière la goupille attachée au fil saisit avec ses deux pointes, dans les trous pratiqués sous les deux crochets liés ensemble par un support au milieu duquel se trouve une ouverture carrée que traverse, et dans lequel est maintenu au moyen d'une vis, le pivot quadrangulaire du cercle de torsion. Lorsqu'il faudra renverser la lame aimantée pour déterminer son axe magnétique, il deviendra nécessaire d'élever l'étrier; pour empêcher que la goupille assujettie au fil ne vienne à se détacher en ce moment des crochets, on aura soin d'adapter au-dessous de la goupille un ressort pareil à celui que nous avons dessiné dans la figure 6, et qui est destiné à maintenir la goupille en place, quelle que soit la position que l'on fera prendre à l'étrier. La verge en bois dont la longueur dépasse 700 millimètres et qui, dans cette figure, est posée sur le centre de la lame aimantée et sert à supporter deux poids d'un demi-kilogramme chacun, poids qui sont destinés à augmenter le moment d'inertie de la lame aimantée, est munie de six pointes sur lesquelles les deux poids pourront être placés à trois distances différentes. Les deux pointes du centre sont éloignées l'une de l'autre de 100 millimètres, les deux suivantes se trouvent à une distance de 400 millimètres, et enfin les deux pointes placées aux deux extrémités de la verge, ont entre elles une distance de 700 millimètres.

Les pointes du centre et celles des deux extrémités sont solidement fixées dans la verge; les pointes intermédiaires, peuvent être enlevées à volonté et placées dans des entailles pratiquées à des distances égales de 50 en 50 millimètres. Ces distances, nous l'avons déjà dit, devront être mesurées avec une exactitude microscopique.

Les figures 7, 8 et 9, représentent de profil et vue des deux faces, la goupille à laquelle est attaché le fil. Le premier dessin nous montre cette goupille avec les deux pointes qui sont destinées à être reçues dans les deux trous de pivot, pratiqués sous les

crochets du cercle de torsion, ainsi que le ressort destiné à maintenir la goupille lorsque l'étrier sera enlevé et que, par conséquent, le fil qui le supporte, sera détendu.

La figure 8 nous montre l'ouverture étroite par laquelle le fil devra passer et être contenu. Le figure 9 laisse apercevoir une ouverture ovale au centre de laquelle passe en travers, une autre petite goupille à laquelle le fil est attaché et maintenu par son extrémité inférieure formant un nœud à collet.

N° 10 enfin, nous donne le modèle de l'échelle qui doit être placée sous le théodolithe et dont l'image est observée dans le miroir à l'aide de celui-ci. Lorsqu'on emploiera un télescope astronomique, instrument qui, avec le même verre objectif, offre, sous le rapport de la clarté et de la dimension, de grands avantages sur les télescopes terrestres, on retournera l'échelle de manière à ce que les chiffres placés dans notre dessin au-dessous de la division, viennent à se trouver au-dessus d'elle.

*Table des dépenses que nécessitera la construction et l'arrangement d'un observatoire magnétique.*

Les dépenses à faire pour établir un observatoire magnétique se divisent en deux parties : prix de construction du bâtiment, et prix des instrumens.

Les premières ne sont point les mêmes dans toutes les localités. Nous donnerons ici les frais de construction qu'a occasionnés l'observatoire magnétique de Gœttingue, et qui s'élèvent à 797 th. 19 gros 7 pennings argent courant de Prusse.

Il est à remarquer qu'une grande partie de cette somme a été sacrifiée pour exclure de la construction toute espèce de fer. Le cuivre jaune a été employé pour la confection des clous, des serrures, des gonds de portes et des fenêtres, enfin de tout ce qui dans les autres bâtisses est en fer ; il en est résulté que dans un rayon assez étendu du magnétomètre, il ne se trouve aucun objet qui puisse exercer une influence fâcheuse sur les observations.

Le prix courant que nous donnons ci-dessous, des instrumens

confectionnés par le mécanicien *Meyerstein* à Gœttingue, lequel a confectionné la plupart des instrumens qui ont été employés jusqu'à ce jour, donnera la mesure des dépenses à faire pour les instrumens.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Théodolithe de huit pouces . . . . . . . . | 150 risd. |
| 2. | Une pendule à secondes. . . . . . . . . . | — |
| 3. | Un pied solide pour le théodolithe . . . . . | 7 » |
| 4. | Une échelle et sa monture . . . . . . . . | 1 » |
| 5. | Un appareil d'éclairage . . . . . . . . . | 11 » |
| 6. | Le porteur, le châssis et la vis . . . . . . | 8 » |
| 7. | La nacelle avec son cercle de torsion . . . . | 15 » |
| 8. | Une lame principale pesant quatre livres et sa caisse, une lame d'assistance pesant également quatre livres, une verge d'accoisement pesant une livre . . . . . . . . . . . . . | 7 » |
| 9. | Une verge de torsion en cuivre jaune avec l'aimant qui y est enchâssé . . . . . . . . . | 9 » |
| 10. | Deux porte-miroirs avec correcteurs et miroirs . | 43 » |
| 11. | Une verge de support de poids; 2 demi-kilogrammes et leurs crochets . . . . . . . . . | 7 » |
| 12. | Une caisse avec des couvercles en verre . . . | 16 » |
| 13. | Trois verges de mesurage longues de six mètres chacune avec leurs supports ou chevalets . . | 4 » |

*Marche à suivre pendant le cours des observations.*

Les six périodes fixes pour chaque année, sont les mois de janvier, mars, mai, juillet, septembre et novembre. Elles commencent le dernier samedi de chacun de ces mois, à l'heure de midi à Gœttingue, et se terminent à l'heure de midi du jour suivant; les périodes accessoires qui, jusqu'à ce jour, avaient été ajoutées aux périodes principales, et durant lesquelles on observait de 8 à 10 heures du soir, étaient le jeudi suivant l'observation principale et le mercredi d'après. On cessera d'observer dorénavant à ces périodes accessoires.

A chaque période et conformément à la règle établie, la position de l'aiguille aimantée sera déterminée de cinq en cinq minutes, de manière que cette période donnera 289 résultats. En commençant, la pendule de Gœttingue est exactement réglée d'après le temps moyen. Comme il est fort à désirer que toutes les observations soient faites simultanément, le plus grand nombre des observateurs étrangers, ont adopté l'habitude de régler pour les périodes des observations leurs pendules d'après le temps moyen de Gœttingue : dans les localités où l'on ne pourrait pas le faire, il serait à désirer que l'on choisît pour les momens des observations, les minutes pleines de l'horloge qui se rapprocheront le plus des momens d'observations de Gœttingue. Si par exemple on avait trouvé avant que la période ne commençât, que la pendule dont on veut se servir pour les observations a, sur le temps moyen de Gœttingue, une avance de 13′ 48″, les observations sur la position de l'aiguille aimantée devraient être faites à $0^{h.}$ 14′... $0^{h.}$19′... $0^{h.}$24′.... $0^{h.}$29′, et ainsi de suite. Il vaut mieux choisir les minutes pleines, parce que de cette manière on facilitera considérablement le mécanisme des opérations isolées.

Par la position de l'aiguille aimantée, position qui devra être déterminée à certains instans, on ne devra point entendre la position que la lame magnétique suspendue occupe au moment où l'observation devra se faire, mais la position qu'elle occuperait si cette lame, ou plutôt son axe magnétique, se trouvait à ce même instant exactement dans le méridien magnétique. Cette distinction n'a point été nécessaire aussi long-temps que l'on ne s'est servi que d'aiguilles qui ne pouvaient guère donner des résultats d'une grande exactitude, on n'avait alors qu'à faire en sorte qu'au moment de l'observation, l'aiguille n'éprouvât point d'oscillations sensibles, et immédiatement après on obtenait les résultats cherchés. Aujourd'hui que, par suite de la découverte d'appareils nouveaux, il est permis de se montrer beaucoup plus exigeant quant à l'exactitude des appréciations, il ne saurait plus être question de déterminations immédiates. Il n'est point en notre pouvoir de tenir l'aiguille du magnétomètre

assez tranquille pour qu'elle ne conserve que des mouvemens d'oscillation imperceptibles, ou du moins, cette opération, si toutefois elle était possible, ne pourrait se faire sans sacrifier beaucoup de temps; elle ne serait point certaine et surtout ne pourrait avoir aucune durée. Il faudra donc bien remplacer les observations immédiates par d'autres observations tellement indirectes, qu'un repos complet devienne tout-à-fait inutile.

La première méthode qui s'offre à nous, consiste à observer à dessein l'aiguille aimantée dans l'état oscillatoire, à marquer sur l'échelle deux positions successives et extrêmes (un *maximum* et un *minimum*) et à prendre ensuite pour base de son opération le terme moyen. Ce procédé, irréfragable en lui-même, aura cependant besoin d'être modifié lorsque les oscillations seront d'une étendue considérable, et ne saurait être admis qu'à des conditions restreintes lorsque les oscillations sont petites.

Dans le premier cas, par exemple, la diminution successive de l'arc d'oscillation deviendra même perceptible d'une oscillation à une autre, et par conséquent la déviation du méridien réel sera déjà moindre, du côté du *maximum*, que dans le *minimum* précèdent elle ne l'aura été du côté opposé; donc le terme moyen de ce *minimum* et du *maximum* suivant sera beaucoup trop petit. Par le même motif, le terme moyen de ce *maximum* et du *minimum* qui lui succèderont, donnera un résultat trop grand. Mais comme maintenant la diminution de l'axe d'oscillation sera à peu près uniforme, pendant quelques oscillations, on pourra considérer la moyenne de deux termes moyens égaux comme étant d'une exactitude suffisante et pouvant être considérée comme la valeur de la seconde élongation; ou bien, pour s'exprimer par une formule, si $a$, $b$, $c$, figurent les annotations de trois élongations qui se sont succédé sans interruption (n'importe que ce soient la première et la troisième qui représentent le *minimum* ou la seconde qui représente le *maximum* et *vice versa*, $\frac{1}{4}(a + 2b + c)$ représenteront la position du méridien magnétique au moment de l'élongation.

Ce procédé pourra être adopté pour les petites oscillations, alors que la déclinaison ne sera point sujette à des variations per-

ceptibles à de courts intervalles ; et dans ce dernier cas, le milieu entre deux élongations successives pourra valablement être admis comme terme moyen, mais dans le cas contraire, c'est-à-dire lorsque la déclinaison sera sujette à des variations rapides et étendues, il ne saurait être d'aucune utilité.

Toujours est-il que la méthode employée pour déterminer la position du méridien magnétique au moyen d'élongations observées, est sujette à un inconvénient auquel rien ne saurait remédier ; cet inconvénient consiste en ce que les momens pour lesquels les résultats obtenus sont valables, ne sont jamais, ou du moins ne sont que par hasard, ceux qu'il faudrait connaître pour déterminer cette position. En admettant même que dans la plupart des cas ceci soit de peu d'importance, il n'en sera pas moins vrai qu'un procédé qui n'offrira pas le moindre inconvénient, un procédé qui réunira la commodité, l'uniformité et toute l'exactitude désirable, aura toujours l'avantage sur tous les autres, et sera suivi de préférence par tous ceux qui participeront aux observations des périodes fixées par la société.

Ce procédé est fondé sur ce principe que le milieu de deux positions de l'aiguille, correspondant toutes deux exactement à deux momens différant entre eux d'une durée d'oscillation, sera en concordance avec cette position du méridien magnétique qui aura été admise comme terme moyen entre ces deux momens, quelles que soient les divisions de la période d'oscillation dans lesquelles ces momens puissent tomber. Ce principe serait mathématiquement exact si des causes extérieures (la résistance de l'air par exemple) ne contribuaient en partie à diminuer successivement l'amplitude des oscillations, et si d'un autre côté durant ce court intervalle, un changement possible dans la situation du méridien magnétique ne pouvait être considéré que comme *uniforme*. La première de ces deux circonstances n'influera point d'une manière sensible, lorsque le procédé n'est employé que pour des mouvemens d'oscillation peu étendus ; quant à ce qui est de la deuxième, les variations de la déclinaison sont dans la règle en elles-mêmes et dans un aussi court intervalle de temps tellement peu sensibles, qu'il en est d'autant

plus permis d'admettre, pour ce peu d'instans du moins, l'uniformité des variations [1].

Ainsi donc le problème se résout de lui-même. Pour connaître la position de l'aiguille correspondant au moment T de la déclinaison, il suffira, après avoir auparavant et en cas de besoin, réduit par des moyens d'accoisement convenables ses mouvemens aux plus petites excursions possibles, d'observer les positions réelles pour les momens $T - \frac{1}{2}t$ et $T + \frac{1}{2}t$ et de prendre le terme moyen des deux, où $t$ signifie la durée d'oscillation. Cependant et pour plus de sécurité et d'exactitude, on ne se bornera point à cette seule opération, d'autres déterminations semblables et en nombre égal, seront faites à des intervalles égaux, quelques instans avant et quelques instans après $t$, et, en supposant que durant ce temps la variation de la déclinaison puisse être considérée comme uniforme, le terme moyen résultant de toutes ces opérations sera le *résultat définitif* et valable pour cette période $t$, résultat beaucoup plus certain que ne le serait la simple détermination pour $t$ lui-même.

L'on a pour cela une méthode très-simple. Elle consiste, lorsque le résultat définitif devra par exemple, être basé sur cinq résultats partiels, à annoter la position réelle de l'aiguille aimantée pour les six périodes.

$$T - {}^5/_2\, t,\ T - {}^3/_2\, t,\ T - {}^1/_2\, t,\ T + {}^1/_2\, t,\ T + {}^3/_2\, t,\ T + {}^5/_2\, t.$$

Si les chiffres annotés sont $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, $f$, $\frac{1}{2}(a+b)$ sera le résultat valable pour la période $T - 2t$; de même $\frac{1}{2}(b+c)$, $\frac{1}{2}(c+d)$, $\frac{1}{2}(d+e)$, $\frac{1}{2}(e+f)$, répondront aux périodes $T - t$, $T$, $T + t$, $T + 2t$; et le terme moyen de ces résultats partiels, ou la cinquième partie de leur somme totale, devra être considéré comme étant le résultat définitif corrigé pour la période T.

---

1) Quelquefois, quoique bien rarement, il s'est présenté des cas faisant exception, et, à d'aussi courts intervalles, des traces d'accélération ou de retardement dont les variations ne pouvaient être méconnues Plus tard nous traiterons ce sujet dans le plus grand détail.

Comme exemple nous donnons ici le détail des observations faites à Gœttingue le 17 août 1836 pour $1^{h}$ 30′. L'observateur était M. le docteur *Wappaens*. On avait admis pour *t*, 20″.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 15 heur. 29′ 10″. . . . | 865,2 | 866,35 | |
| 30 . . . . | 867,5 | 866,85 | |
| 50 . . . . | 866,3 | 867,10 | 867,16 |
| 30 10 . . . . | 868,0 | 867,65 | |
| 30 . . . . | 867,3 | 867,90 | |
| 50 . . . . | 868,5 | | |

La première colonne contient l'indication des périodes d'observation, la deuxième les divisions annotées de l'échelle, la troisième le terme moyen entre deux annotations successives et par conséquent les résultats partiels correspondant à $15^{h}$ 29′ 20″, $15^{h}$ 29′ 40″, $15^{h}$ 30′ 0″, $15^{h}$ 30′ 20″ et $15^{h}$ 30′ 40″; à côté est indiqué le résultat définitif qui répond à $15^{h}$ 30′ 0″.

Dans cet exemple, la variation continuelle de la déclinaison durant la période d'observation est manifeste : elle a été confirmée et par les résultats qui l'avaient précédée et par ceux qui l'ont suivie, car le résultat pour

15 heur. 25′ 0″ était . . . 862,82

tandis que celui pour

35 0 a été . . . 872,32

Du reste il arrive fort souvent que durant les périodes d'observation la position de la déclinaison est presque stationnaire, et que les variations, au lieu d'être considérables, sont presque imperceptibles; dans ces derniers cas, les oscillations plus ou moins grandes de çà et de là des résultats partiels, serviront à mesurer avec plus ou moins de certitude les observations elles-mêmes, soit maintenant que cette certitude dépende de la plus ou moins grande dextérité, ou de l'attention de l'observateur, soit qu'elle doive être attribuée à la bonté de l'appareil ou à toute autre circonstance extérieure plus ou moins favorable.

Le procédé que nous avons indiqué, est celui qui a été mis en usage par le plus grand nombre de personnes qui suivent les

périodes d'observation. Ce procédé présuppose la connaissance de la durée d'oscillation de l'aiguille, laquelle durée, comme on sait, dépend également et de la force d'aimantation de l'aiguille, et de l'intensité de la partie horizontale de la puissance magnétique terrestre, et par conséquent n'est, rigoureusement parlant, pas la même à toutes les époques. Nous donnerons plus tard un moyen pour déterminer avec exactitude la durée d'oscillation; pour remplir le but que nous avons en vue dans ce moment, il n'est point nécessaire que nous en possédions une connaissance intime, et l'on pourra non-seulement ignorer toutes les petites variations auxquelles elle est sujette, mais encore se permettre de substituer à la valeur exacte, celle de la seconde pleine suivante, afin d'obtenir de cette manière que les momens où l'observateur devra regarder fixément la place de l'image de l'échelle apparaissant sous le fil qui tombe verticalement du théodolithe, viennent toujours à tomber à des secondes pleines; cela se fait de soi-même, lorsque le chiffre qui se rapproche le plus de la véritable valeur de la durée d'oscillation est un nombre pair. Si le nombre était impair, l'observateur aura pour se préserver de ces inconvéniens le choix de trois moyens.

1° On ne s'en tiendra pas moins au nombre pair le plus rapproché, et on pourra le faire d'autant plus, que la différence qui existe entre ce nombre et la valeur véritable ne dépassera point une demi-unité; en général, plus la durée d'oscillation sera grande, plus il deviendra facile de maintenir l'aiguille dans un état de quasi repos. L'aiguille placée dans l'observatoire magnétique de Gœttingue, par exemple, a en ce moment une durée d'oscillation de 20″ 64; quoique le chiffre 21″ soit celui qui se rapproche davantage de 20″ 64, on n'en peut pas moins, dans les circonstances existantes, et où l'axe d'oscillation dépasse rarement quelques divisions de l'échelle, se tenir sans scrupule et le plus souvent au chiffre 20, beaucoup plus commode; car il est facile de démontrer que l'erreur qui en résulterait ne pourra dépasser, dans un résultat partiel, la vingtième partie de l'arc d'oscillation, et que dans le résultat définitif, cette erreur sera tout au plus d'un centième.

Cependant nous conseillerons à l'observateur, possesseur d'une aiguille dont la durée d'oscillation serait de 10″ 64, et cela surtout dans le cas où il ne serait point en son pouvoir d'amener l'instrument à un repos égal et complet, de choisir le chiffre 11 et l'une des modifications suivantes.

2° On choisit à la vérité le chiffre impair, mais on annote les momens d'observations qui, d'après la formule ci-dessus, tomberaient à des demi-secondes, une demi-seconde plutôt ou plus tard; il est clair que d'un tel procédé, il ne résultera d'autre différence que celle que tous les résultats définitifs ne pourront être considérés comme répondant à la minute pleine de l'horloge, mais bien à une demi-seconde de plus ou de moins.

3° Si le résultat définitif n'est point basé, comme dans le procédé que nous avons développé plus haut, sur un nombre impair, mais sur un nombre pair de résultats partiels, les périodes d'observation tomberont d'elles-mêmes à des secondes pleines, que le chiffre adopté au lieu de la véritable durée d'oscillation, chiffre qui sera toujours celui qui s'en rapprochera le plus, soit pair ou non. Ainsi par exemple si le résultat définitif devait dépendre de six résultats partiels, les périodes d'observation seront :

$$T - 3t,\ T - 2t,\ T - t,\ T,\ T + t,\ T + 2t,\ T + 3t.$$

Ce procédé dans lequel l'influence des fractions écartées dans la durée d'oscillation se trouve encore bien plus complétement éliminée dans le résultat définitif, qu'elle ne l'est par le procédé qui précède, se recommande surtout à ceux des observateurs qui possèdent des appareils plus petits ou des aiguilles ayant une durée d'oscillation comparativement plus petite.

Nous devons encore faire observer que, vu que par l'imposition d'un petit poids, la durée d'oscillation de l'aiguille est augmentée, on pourra, en choisissant convenablement le poids, et la place où il devra être posé, amener la durée d'oscillation bien près d'un nombre entier de secondes et obvier ainsi aux fractions.

Quelques observateurs qui ne pouvaient diminuer les durées d'oscillation trop étendues de leur aiguille ont choisi cet expé-

dient qui toutefois n'en sera pas moins généralement insuffisant. Car en admettant même qu'en pareille circonstance le théorème ci-dessus puisse être considéré comme très-rigoureux, il n'en sera pas moins vrai que les résultats auront toujours un degré d'exactitude beaucoup moindre, parce qu'il sera impossible, lorsque l'aiguille sera entraînée à des mouvemens étendus et visibles, de fixer la division de l'échelle et sa fraction correspondant à une seconde déterminée, avec la même exactitude qu'on la déterminerait lorsque la lenteur du mouvement oscillatoire laissera à peine observer une seule variation par seconde. On ne saurait donc assez recommander de chercher autant que possible à maintenir constamment l'aiguille, dans un état de repos convenable.

C'est précisément à cause de cela qu'il est important que, entre deux annotations d'observation successives, il reste en cas de besoin, le temps nécessaire pour un accoisement. Dans l'observation magnétique de Gœttingue, cet intervalle de l'aiguille est, lorsqu'on emploie la première méthode, de 3′ 20″; si on employait la deuxième méthode, cet intervalle ne serait que de 2′ 54″; toutefois dans l'un ou l'autre cas, il suffirait à des observateurs exercés, et pour atteindre le but que nous nous sommes proposé plus haut.

D'ordinaire, les observateurs profitent des intervalles (il est rare que le besoin d'accoiser se présente), pour mettre au net les observations faites et pour calculer les résultats définitifs. Mais quand la durée d'oscillation de l'aiguille est beaucoup plus étendue, et que par conséquent cet intervalle entre deux observations est beaucoup plus court, il est préférable de remédier autant que faire se peut à cet inconvénient, en employant l'une ou l'autre des méthodes que nous venons d'indiquer.

La modification consiste à ne laisser entre les périodes d'observations isolées non point l'intervalle d'une durée d'oscillation, mais une partie aliquote de cette durée (la moitié ou le tiers). Outre qu'en agissant de cette manière on échappe à l'inconvénient que présente la première méthode, celui de rester inoccupé pendant la plus grande partie du temps qui s'écoule entre deux

annotations, cette dernière offre encore l'avantage de pouvoir faire beaucoup plus promptement les annotations pour chaque position, et fait que l'observateur gagne par conséquent beaucoup de temps. Aussi les observateurs tant soit peu exercés préfèrent-ils employer le procédé modifié, même là où la durée d'oscillation n'est point très-étendue. Dans l'observatoire de Gœttingue, plusieurs observateurs ont fait leurs annotations à des intervalles de 10″ (moitié de 20″) et même de 7″ (tiers de 21″). Quelques exemples que nous allons citer serviront beaucoup mieux à rendre plus intelligibles nos observations ultérieures.

*Observation faite le* 17 *août* 1836 *à* 10$^{h}$ 20′, par M. le professeur ULRICH.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 heur. 19′ 30″. . . . | 869,9 | | |
| 40 . . . . | 871,3 | 870,80 | |
| 50 . . . . | 871,7 | 871,05 | |
| 20 0 . . . . | 870,8 | 871,35 | 871,35 |
| 10 . . . . | 871,0 | 871,60 | |
| 20 . . . . | 872,4 | 871,95 | |
| 30 . . . . | 872,9 | | |

Dans la deuxième colonne sont contenues les annotations isolées; dans la troisième les résultats partiels; le chiffre de 870,80 est le terme moyen entre la première et la troisième annotation, et par conséquent correspond à 10h 19′ 40″ et ainsi de suite. On voit avec plaisir par cet exemple, choisi dans une période de variations rapides de la déclinaison, avec quelle certitude un observateur exercé, peut reconnaître les variations en 10 secondes.

*Observation faite le* 25 *mars* 1837 *à* 0$^{h}$ 5′, par M. le docteur GOLDSCHMIDT.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 heur. 4′ 32″. . . . | 847,3 | | |
| 39 . . . . | 847,2 | | |
| 46 . . . . | 847,8 | 848,00 | |
| 53 . . . . | 848,7 | 848,05 | |
| 5 0 . . . . | 848,9 | 847,95 | 847,91 |
| 7 . . . . | 848,1 | 847,85 | |
| 14 . . . . | 847,0 | 847,90 | |
| 21 . . . . | 846,9 | 847,70 | |
| 28 . . . . | 847,3 | | |

Ici, le premier résultat partiel est obtenu par la combinaison des première et quatrième annotations, le second par la combinaison des deuxième et cinquième et ainsi de suite.

Dans cet exemple, le sousmultiple rapproché de la durée d'oscillation donnée comme base, est un nombre entier; dans les cas où il n'en serait point de même, il faudra diviser la durée de l'oscillation en parties inégales, procédé qui ne donne lieu à aucun inconvénient, pourvu que l'on s'arrange de manière que, dans les annotations à combiner, ce soit toujours *la même* valeur rapprochée de la durée d'oscillation qui leur corresponde comme intervalle, et que dans le cas où l'on croira devoir le faire, l'on annote soigneusement sur le registre servant à l'inscription des résultats définitifs et la période et ses fractions.

Ainsi par exemple, les observations faites à l'observatoire astronomique avec une lame pesant vingt-cinq livres, et ayant actuellement une durée d'oscillation de 43″,14 devront, si l'on veut diviser en quatre parties la valeur rapprochée 43″ qui remplacera le chiffre 43″,14 et baser le résultat définitif sur cinq résultats partiels, être faites d'après le modèle suivant :

| | | |
|---|---|---|
| 0 heure 4′ 17″ . . . . . | | |
| 28 . . . . . | | |
| 39 . . . . . | 0 heure 4′ 38″,5 | |
| 49 . . . . . | 49,5 | |
| 5 0 . . . . . | 5 0,5 | 0 heure 5′ 0″,1 |
| 11 . . . . . | 10,5 | |
| 22 . . . . . | 21,5 | |
| 32 . . . . . | | |
| 43 . . . . . | | |

Dans cet exemple, la première colonne renferme les périodes d'annotation; la deuxième, la période pour laquelle les résultats partiels sont réellement valables et où naturellement il est tout-à-fait indifférent que le résultat définitif, pris avec exactitude, tombe à 0 heure 5′ 0″, 1. Si le résultat définitif devait avoir pour base six résultats partiels, on opèrerait de la

manière suivante :

| | | |
|---|---|---|
| 0 heure 4′ 12″ . . . . . | | |
| 22 . . . . . | | |
| 33 . . . . . | 0 heure 4′ 33″,5 | |
| 44 . . . . . | 43,5 | |
| 55 . . . . . | 54,5 | 0 heure 5′ 0″ |
| 5 5 . . . . . | 5 5,5 | |
| 16 . . . . . | 16,5 | |
| 27 . . . . . | 26,5 | |
| 38 . . . . . | | |
| 48 . . . . . | | |

L'avantage qu'offrent les observations modifiées, deviendra bien plus manifeste, lorsqu'il s'agira d'observer la marche de la déclinaison magnétique, à des intervalles plus rapprochés que de cinq en cinq minutes.

Effectivement, ces intervalles suffisant pour observer la marche ordinaire des variations de la déclinaison, sont encore trop grands, si l'on veut examiner et étudier à fond les variations extraordinaires plus fortes, et se succédant avec une étonnante rapidité. C'est par cette considération et vu qu'il n'était guère possible de fixer des intervalles moindres que de cinq en cinq minutes, comme étant de règle générale et absolue pour les périodes d'observations de vingt-quatre heures, que nous avons été conduits dans le temps, à fixer pour chaque période principale, deux périodes accessoires, ayant chacune une durée de deux heures, pendant lesquelles on devait observer de trois en trois minutes. Mais comme l'observation de ces périodes accessoires a rencontré des difficultés dans quelques localités, que d'ailleurs jusqu'à ce jour il ne s'est point présenté de phénomènes d'oscillation bien extraordinaires, nous avons résolu de renoncer à ces observations accessoires, d'autant plus que nous avons acquis la certitude que nous pourrons atteindre le même but, qui est d'une haute importance, par d'autres moyens plus sûrs et plus faciles.

Les intervalles de cinq en cinq minutes continueront donc à être généralement observés, ainsi que le prescrit le règlement

de l'association ; mais s'il arrivait que des variations subites et extraordinaires fussent remarquées, les positions de l'aiguille seront, aussi long-temps qu'on le croira nécessaire, déterminées de 2 1/4 en 2 1/2 minutes. D'après ce qui a été dit plus haut, il suffira d'ajouter pour tout éclaircissement à l'exemple précité, du 17 août, l'observation faite immédiatement après.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 heures 22′ | 0″. . . . | 875,0 | | |
| | 10 . . . | 874,8 | 875,50 | |
| | 20 . . . | 876,0 | 875,95 | 876,27 |
| | 30 . . . | 877,1 | 876,40 | pour |
| | 40 . . | 876,8 | 876,60 | 10 heures 22′ 30″ |
| | 50 . . . | 876,1 | 876,90 | |
| 23 | 0 . . . | 877,1 | | |

En cas de besoin ou si l'occasion s'en présentait, nous prions tous les sociétaires d'en agir de la même manière : s'ils répondent à notre attente et à notre invitation, il est hors de doute que, toutes les fois que des variations extraordinaires auront lieu, il nous parviendra un grand nombre d'observations scrupuleusement détaillées et que des explications intéressantes pourront être données sur les rapports de ces phénomènes remarquables.

Dans le cas où l'on se servirait, pour les observations, au lieu d'une pendule à secondes, d'une horloge qui indiquât d'autres divisions du temps, il ne sera point, nous le croyons du moins, nécessaire d'instructions particulières. Au lieu des secondes, on comptera les temps marqués par les battemens, et on ordonnera les observations à faire, de telle manière qu'elles puissent toutes être faites à des temps déterminés. Cependant nous ne devons point omettre de dire qu'il faudra beaucoup plus d'attention pour compter exactement les temps marqués par un chronomètre qu'il n'en faudrait pour observer les mouvemens d'une pendule à secondes, surtout lorsque l'aiguille du premier a une marche tant soit peu excentrique, et n'indique pas exactement sur le cadran les divisions de secondes.

Nous devrons encore faire mention ici de quelques mesures

de prudence à observer. Bien qu'elles parussent ne porter que sur des objets insignifians, nous n'avons pu les passer sous silence et avons cru nécessaire d'appeler sur elles l'attention de quelques observateurs moins expérimentés, qui sans cela peut-être n'y auraient eu aucun égard.

Avant tout, il faut que l'aiguille aimantée puisse osciller librement. Toute entrave portée à ses mouvemens, pourra facilement être reconnue et écartée par l'observateur; mais il est d'autres empêchemens souvent imperceptibles à l'œil et qui peuvent gâter toutes les observations, et rendre inutiles les travaux.

Dans la belle saison par exemple, il arrivera souvent qu'une araignée s'introduira dans la caisse du magnétomètre (surtout lorsqu'on n'a pas soin de fermer hors le temps des observations, l'ouverture latérale par laquelle on observe le miroir ; elle attachera sa toile, un simple fil, entre la lame aimantée ou les pièces qui en dépendent et les parois de la caisse et empêchera par cela seul, le mouvement libre de la lame aimantée. On fera donc bien de s'assurer avant chaque période d'observation, que la caisse soit bien propre au dedans. Si le couvercle ou plutôt les deux couvercles de la caisse sont en verre, on y reconnaîtra facilement de l'extérieur, l'existence d'insectes plus ou moins grands et celle de leur tissus, néanmoins on ne devra point pour cela négliger d'enlever les couvercles et de faire une visite plus exacte, et surtout ne point se tranquilliser parce que l'on n'a rien aperçu à l'œil nu; de nombreuses expériences ont démontré que le fil le plus fin, imperceptible à l'œil nu, ou dont l'existence du moins ne pourra être reconnue que sous certaines conditions de lumière, suffit pour entraver le mouvement libre de l'instrument et gâter les observations faites. Pour se garantir contre de pareils ennemis, d'autant plus dangereux qu'ils sont invisibles, il suffira de passer légèrement le doigt sur toutes les parties de la lame aimantée et de déchirer, au moyen de cet attouchement, tous les fils qui pourraient y avoir été attachés. On atteindra le même but en imprimant à la lame des oscillations grandes et étendues. Nous devons encore faire observer que toutes les fois qu'il existera de pareils obstacles au libre mouve-

ment de l'instrument, ils seront reconnaissables par une diminution sensible de la durée d'oscillation ; les fils d'araignées ou d'autres insectes, quelque minime que soit leur volume, peuvent occasionner une diminution très-considérable dans la durée d'oscillation. Nous en citerons plus loin un exemple assez curieux.

Durant les observations de nuit, il est nécessaire d'éclairer l'échelle ; à l'observatoire de Gœttingue, on se sert à cet effet durant les périodes d'observation, de deux lampes astrales d'Argand. Au-dessus de la flamme s'élève constamment un courant d'air attiédi et s'il arrivait que l'une ou l'autre des lampes fût placée près du pied et sous le théodolithe, un pareil courant d'air, s'élevant devant le verre objectif, influerait d'une manière nuisible sur la netteté de la vue, les divisions de l'échelle apparaîtraient vacillantes ou onduleuses ; souvent cet inconvénient s'est représenté à Gœttingue, mais il a entièrement cessé, depuis que l'on a muni chaque lampe d'une cheminée en cuivre, inclinée vers les côtés.

Comme il arrive que durant les périodes d'observation, un nombre plus ou moins grand de personnes doivent se partager le travail, il en résulte ordinairement des différences considérables dans la distance de la vision distincte, et cependant il est essentiel que, dans les observations, la vision soit parfaitement nette. Si une personne ayant la vue longue, était remplacée au théodolithe par une autre personne atteinte de myopie, il deviendrait naturellement nécessaire de modifier la position d'optique de la lunette, autrement il serait impossible à cette personne d'apercevoir les objets d'une manière aussi nette et aussi distincte qu'ils s'étaient offerts aux regards de son prédécesseur ; il deviendrait incommode de rentrer l'un des verres concaves, cette opération occasionnerait d'ailleurs une très-grande perte de lumière, et cependant la simple opération de pousser en avant le tube oculaire ne suffira point, car alors même qu'on arriverait ainsi à rendre l'image de l'échelle plus distincte, celle des fils croisés n'en resterait pas moins toujours indistincte et formerait une parallaxe vis-à-vis de l'image de l'objet. Il serait donc à désirer

que les instrumens qui doivent servir à ces sortes d'essais, fussent disposés de manière à ce que le tube objectif qui porte les fils croisés, pût être déplacé à volonté dans le tube oculaire, et rapproché ou éloigné ainsi de la lentille oculaire ; toutefois cette opération exige une main exercée, fait perdre du temps et ne saurait par divers autres motifs être recommandée pour le cas dont il s'agit. Il sera beaucoup plus convenable et plus simple de remédier à l'inconvénient en se faisant une règle du procédé suivant.

Avant de commencer les observations, le tube oculaire de la lunette et les fils croisés qui y sont attachés sont placés de telle manière que même le plus myope d'entre les observateurs puisse apercevoir en même temps, distinctement et complétement, l'image de l'échelle et celle des fils croisés ; quand viendra le tour d'un observateur à la vue plus longue, il ne lui restera qu'à tirer en arrière et sans déranger le moins du monde ni le tube oculaire ni les fils, la lentille la plus rapprochée de l'œil jusqu'à ce qu'il aperçoive distinctement le fil, vision à laquelle est naturellement subordonnée celle de l'échelle. Si ce dernier observateur est remplacé à son tour par un myope, elui-ci n'aura qu'à faire rentrer en vissant, cette même lentille autant qu'il sera nécessaire de le faire pour sa vue.

Pour s'assurer que le théodolithe n'a point été dérangé de la place qu'il occupait, on trace une marque à une distance de l'instrument telle, que, dans la position oculaire nécessaire pour apercevoir distinctement l'échelle, cette marque apparaisse également d'une manière très-distincte.

Dans l'observatoire magnétique de Gœttingue, cette marque consiste en une ligne fine et verticale tracée sur la muraille exposée au nord ([1].

---

[1]) Nous croyons devoir faire remarquer, quant à cet arrangement, que l'existence d'une marque destinée à servir à l'observateur pour s'assurer que son instrument n'a point été dérangé, doit être considérée comme chose indispensable pour arriver à quelque certitude dans les observations, et que par conséquent on ne devra jamais omettre d'y songer lorsqu'on construira un nouvel observatoire. Avant que celui de Gœttingue fût élevé, on s'était

Avant de commencer les opérations, l'on devra diriger la lunette du théodolithe sur la marque, et répéter ensuite de temps en temps l'épreuve; dès que la moindre déviation sera reconnue, l'on devra s'empresser de ramener l'axe optique du télescope dans la situation plane verticale qu'il occupait auparavant. Si on a eu soin de tracer des deux côtés de la marque deux autres divisions, on reconnaîtra facilement quelle est l'étendue de la correction à faire. Toutefois nous devons faire remarquer que ces divisions, même en admettant qu'elles fussent comme celles tracées sur l'échelle, d'un millimètre, n'ont point, en secondes, chacune exactement la même valeur que ces dernières. A défaut des ces divisions, l'on pourra se contenter d'estimer à vue d'œil, la grandeur de la déviation d'après les divisions de l'échelle telles que celles-ci apparaissent.

Les observations sont faites à la partie verticale du fil croisé; la partie horizontale ne servant qu'à indiquer à peu près le centre de la première. Afin d'éviter qu'il ne résulte des différences de la position plus ou moins élevée que les divisions de l'échelle occuperont dans le champ de vision, le fil croisé devra tenir une posi-

---

demandé s'il ne vaudrait pas mieux placer cette marque sur un piédestal disposé exprès dans l'intérieur de la salle, plutôt que de l'appliquer contre une muraille dont la face extérieure était sujette aux intempéries de l'air ; on dut se déterminer en faveur de ce dernier parti parce que, autrement, il aurait fallu ou diminuer la distance qui sépare l'observateur de la lame aimantée, ou bien renoncer à l'avantage d'apercevoir distinctement dans une même position oculaire et la marque et l'échelle, ou bien encore donner à la salle plus de longueur, ce qui n'eut guère été possible sur l'emplacement que l'on avait choisi pour la construction. Différens motifs firent rejeter la proposition qui avait été faite de substituer à la marque une subrogation factice. D'un autre côté, on trouva que la crainte de voir la place absolue de la marque tracée sur la muraille éprouver quelques modifications par suite de l'influence de l'intempérie des saisons, était peu fondée, et devait disparaître devant la solidité de la construction et du peu de hauteur que la marque avait au-dessus des fondemens, d'autant plus que le clocher que l'on aperçoit par la croisée exposée au nord, facilitait les vérifications goniométriques. Trois années d'expériences exactes ont prouvé qu'on avait bien fait.

tion telle que lorsqu'on élèvera ou que l'on abaissera un peu le théodolithe, un objet solide se représentant à l'endroit où les deux fils se croisent, reste exactement placé sur le fil tournant verticalement. La marque servira également pour cette correction, qui du reste n'a pas besoin d'être souvent répétée lorsque la position des tubes oculaires ne souffre point de dérangement.

Le fil auquel est suspendu l'aiguillette tombant du centre de l'objectif, devra être tellement rapproché de l'échelle, que l'image de tous deux apparaisse en même temps et avec une clarté égale devant le télescope, et que par conséquent l'observateur puisse exactement saisir la division de l'échelle qui sera couverte par le fil. On placera l'échelle de manière que ce point de l'échelle soit exactement situé au centre de celle-ci, ou du moins cette division devra avoir été arbitrairement admise comme centre de l'échelle. Durant le cours des observations on devra s'assurer de temps en temps que l'échelle n'a point été dérangée; cependant dans le cas où l'on ne reconnaîtrait que des changemens peu sensibles, il ne sera point nécessaire de la replacer dans sa position première, il suffira d'annoter sur le registre la division à laquelle correspondra le fil du perpendicule.

Il ne sera point inutile de diriger maintenant l'attention sur quelques points qui paraissent être de peu d'importance.

Supposons que le magnétomètre et le télescope soient placés de manière que la position moyenne de la déclinaison magnétique corresponde à peu près au centre de l'échelle. Durant les périodes où les variations seront considérables, il arrivera assez souvent que ce centre disparaîtra entièrement du champ de vision, et il deviendra impossible de se livrer à l'examen de la position de l'échelle : dans ce cas, et si l'on soupçonnait qu'un dérangement a eu lieu, il faudra faire servir l'aimant d'accoisement à produire des effets tout opposés à ceux auxquels il est destiné habituellement, et imprimer avec son aide à l'aiguille du magnétomètre des oscillations telles qu'elles puissent arriver et même dépasser un peu la place recherchée; de la sorte l'on parviendra à apercevoir le fil du perpendicule au centre du champ de vision, et en ce moment de la période d'oscillation, où la rapi-

dité du mouvement sera peu considérable, et où par conséquent rien ne saurait empêcher de saisir rigoureusement la division couverte par le fil. Tout le monde comprendra que lorsqu'un pareil accident arrivera dans le cours d'une période d'observations, l'observateur devra s'empresser, pour ne point perdre la position d'observation suivante, de procéder immédiatement à l'accoisement de la lame magnétique, et que par conséquent il devra avoir une grande habitude de l'usage de l'aimant d'accoisement.

Dans le cas contraire, c'est-à-dire lorsque la déclinaison tombera près du centre de l'échelle, il sera utile d'engager les personnes peu exercées à ce genre d'opérations à ne point confondre le fil du perpendicule avec le fil vertical du télescope. Dans l'appareil établi à Gœttingue : ces deux fils se ressemblent si bien que, dans l'état de repos de l'aiguille, il deviendrait très-facile de les confondre l'un avec l'autre, si ce dernier n'était reconnaissable par quelques atomes de poussière qui s'y sont attachés; dans d'autres endroits, le cas s'est réellement présenté : durant une demi-heure, l'observateur trouva que l'aiguille restait complétement stationnaire, et cela parce qu'il avait constamment observé l'un des fils au lieu de l'autre.

Comme durant les périodes d'observations, ces dernières deviennent difficiles par le rapprochement des fils, on ne fera pas mal de lever, en pareil cas et pendant quelque temps, le fil du perpendicule.

Pour ce qui est du modèle à suivre pour les communications, quelques-uns des observateurs se contentent de nous les adresser *in extenso*, d'autres nous font parvenir les résultats partiels et les résultats définitifs, un certain nombre se contentent d'envoyer ces derniers. En supposant qu'avant de les expédier, on ait revu les calculs et collationné les chiffres communiqués, ce dernier extrait pourrait suffire; cependant il serait nécessaire que les observateurs conservassent le brouillon même des observations, afin que, le cas échéant, on pût y avoir recours. Pour les périodes où des mouvemens extraordinaires auront été observés, il serait à désirer que les communications fussent aussi complètes

que possible. Outre les chiffres d'observation, on devra joindre dans les envois l'annotation des autres circonstances qui s'y rattacheront, telles que la valeur des divisions de l'échelle (ou les mesurages sur lesquels repose la détermination), la durée d'oscillation, la position et la marche de l'horloge, les noms des observateurs, des éclaircissemens sur celles des observations qui pourraient paraître douteuses, etc. Il n'est point nécessaire de dire que les communications devront être faites le plus promptement possible. »

(Dans un prochain numéro de la *Correspondance* nous ferons connaître les principaux résultats auxquels ont conduit les recherches qui viennent d'être indiquées.)

---

*Nouvelle discussion de l'équation générale des courbes du second degré.* Fragment, par M. Ampère [1].

Quand une courbe rapportée à deux axes quelconques, obliques ou rectangulaires, est donnée par une équation dans laquelle les coordonnées $x$ et $y$ entrent symétriquement, c'est-à-dire puissent être permutées sans que l'équation cesse d'exister, cette courbe se compose de deux portions égales et semblables symétriquement placées de part et d'autre de la droite AG, *fig.* 1, qui divise l'angle YAX en deux parties égales. En effet, si, dans ce cas, l'équation de la courbe est vérifiée par deux valeurs $x=a$, $y=b$, ou s'il y a un point M de la courbe qui ait pour coordonnées $x=\mathrm{AP}=a$, $y=\mathrm{PM}=b$, il y aura un autre point M′ qui aura pour coordonnées $x=\mathrm{MP}=\mathrm{AP'}=\mathrm{AQ}=b$, $y=\mathrm{AP}=\mathrm{M'P'}=\mathrm{AQ'}=a$. Or, si l'on divise l'angle YAX en deux

---

[1]) L'article que nous présentons ici se trouvait parmi les notes manuscrites qui nous ont été remises par M. *Ampère*, quelque temps avant sa mort (*voyez* pag. 144, t. IX de la *Correspondance Math.*

parties égales par la droite AG, et qu'on replie la figure autour de cette droite; à cause de l'égalité des lignes AP′ et AG, P′M′ et QM, et des angles AP′M′ et AQM, P′AG et GAQ, le point M′ tombera sur le point M; la ligne MM′ sera perpendiculaire à la ligne AG, et les deux points M,M′ ainsi que tous les autres points de la courbe, seront deux à deux sur des droites perpendiculaires à la ligne AG et à égale distance de cette droite.

Lorsque dans une équation, il y a des termes non symétriques, parce que les coefficiens de deux termes qui le seraient sans cela, sont différens, on peut faire disparaître cette asymétrie de deux manières, soit en faisant évanouir ces deux termes, soit en rendant leurs coefficiens égaux par la même transformation qui aurait servi à les faire évanouir, quand cela n'est pas possible, parce qu'on serait conduit à des résultats infinis ou imaginaires. En changeant l'origine et la direction des axes, l'on a quatre indéterminées dont on peut se servir pour faire disparaître ou rendre symétriques les termes qui ne le sont pas.

Soit, entre des coordonnées rectangulaires, l'équation générale du second degré

$$Ay^2 + Bxy + Cx^2 + Dy + Ex + F = o \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

A étant positif. Si cette équation était donnée entre des axes obliques faisant un angle $\theta$, on commencerait par les rendre rectangulaires, en posant

$$y = \frac{y'}{\sin.\theta},\ x = x' - \frac{y'\cos.\theta}{\sin.\theta},\ fig.\ 2.$$

Si A n'était pas positif, on changerait tous les signes.

L'équation (1) a deux termes symétriques $Bxy$ et F, et quatre asymétriques $Ay^2$, $Cx^2$, $By$ et $Ex$. Le cas le plus favorable est celui où ces derniers termes peuvent s'évanouir tous les quatre: ce qui donne quatre conditions qui déterminent les coordonnées $a$, $b$ de la nouvelle origine et les angles $\alpha$ et $\alpha'$ relatifs à la direction des nouveaux axes. Quand les termes asymétriques du premier degré peuvent s'évanouir, mais non ceux du second; en

les faisant disparaître, on a les mêmes valeurs de $a$ et de $b$; puis, on a une relation entre $\alpha'$ et $\alpha$ qui rend symétriques les termes du second degré; et comme cela ne donne qu'une condition, on peut encore faire évanouir un des deux termes symétriques pour simplifier l'équation. Enfin, quand on ne peut rendre nuls ni les termes asymétriques du premier degré, ni ceux du second, on les rend symétriques: ce qui ne fournit que trois conditions; l'angle $\alpha' - \alpha$ des nouveaux axes reste arbitraire, et l'équation réduite a lieu pour une infinité de systèmes d'axes qui donnent tous identiquement la même courbe. Les trois cas dont nous venons de parler répondent aux trois espèces de courbes du second degré, et conduisent pour chacune à la forme d'équation la plus simple et surtout à celle qui donne le mode le plus facile de description par points.

Reprenons l'équation (1) et faisons $x = x' + a$, $y = y' + b$; ce qui transportera l'origine au point $(x = a, y = b)$; en substituant on trouve

$$Ay'^2 + Bx'y' + Cx'^2 \begin{array}{l|l|l} +2Ab & y' + Bb & x' + Ab^2 \\ +Ba & \;\; +2Ca & \;\; +Bab \\ +D & \;\; +E & \;\; +Ca^2 \\ & & \;\; +Db \\ & & \;\; +Ea \\ & & \;\; +F \end{array} \left.\vphantom{\begin{array}{l}1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array}}\right\} = o \quad (2)$$

Pour faire disparaître les termes asymétriques qui renferment $y'$ et $x'$ à la première puissance, il faut poser

$$\left.\begin{array}{l} 2Ab + Ba + D = o, \\ Bb + 2Ca + E = o; \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

d'où

$$\left.\begin{array}{l} a = \dfrac{2AE - BD}{B^2 - 4AC}, \\[2ex] b = \dfrac{2CD - BE}{B^2 - 4AC}; \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Cette transformation sera impossible si $B^2 - 4AC = o$; dans tout

autre cas, la courbe se trouve ramenée à la forme

$$Ay'^2 + Bx'y' + Cx'^2 + F' = o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

L'on peut calculer facilement F' : en effet, si nous multiplions la première des équations (3) par $b$ et la seconde par $a$, et que nous les ajoutions, nous aurons

$$Ab^2 + Bab + Ca^2 = -\frac{Db + Ea}{2},$$

ou

$$Ab^2 + Bab + Ca^2 + Db + Ea = \frac{Db + Ea}{2};$$

les deux équations (4) donnent

$$\frac{Db + Ea}{2} = \frac{CD^2 + AE^2 - BED}{B^2 - 4AC};$$

donc enfin

$$F' = F + \frac{CD^2 + AE^2 - BDE}{B^2 - 4AC}.$$

Changeons maintenant la direction des axes au moyen des formules connues,

$$\begin{aligned} y' &= y'' \sin.\alpha' + x'' \sin.\alpha, \\ x' &= y'' \cos.\alpha' + x'' \cos.\alpha; \end{aligned}$$

l'équation (5) devient alors :

$$\left.\begin{array}{l|l|l|l} A\sin.^2\alpha' & y''^2 + 2A\sin.\alpha\ \sin.\alpha' & x''y'' + A\sin.^2\alpha & x''^2 + F' \\ +B\sin.\alpha'\cos.\alpha' & +\ B\sin.\alpha\ \cos.\alpha' & +B\sin.\alpha\cos.\alpha & \\ +C\cos.^2\alpha' & +\ B\sin.\alpha'\cos.\alpha & +C\cos.^2\alpha & \\ & +2C\cos.\alpha'\cos.\alpha & & \end{array}\right\} = o. \quad (6)$$

Pour faire disparaître $y''^2$ et $x''^2$, il faut poser

$$\left.\begin{aligned} A\sin.^2\alpha' + B\sin.\alpha'\cos.\alpha' + C\cos.^2\alpha' &= o, \\ A\sin.^2\alpha + B\sin.\alpha\ \cos.\alpha + C\cos.^2\alpha &= o; \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (7)$$

ou bien

$$\begin{aligned} A\,\mathrm{tang.}^2\alpha' + B\,\mathrm{tang.}\alpha' + C &= o, \\ A\,\mathrm{tang.}^2\alpha + B\,\mathrm{tang.}\alpha + C &= o; \end{aligned}$$

de sorte que $\alpha$ et $\alpha'$ sont les deux racines de l'équation

$$m^2 + \frac{B}{A}m + \frac{C}{A} = o;$$

d'où

$$\text{tang. } \alpha' + \text{tang. } \alpha = -\frac{A}{B}, \quad \text{tang. } \alpha' \text{ tang. } \alpha = \frac{C}{A};$$

de plus, comme les deux racines de cette équation

$$m = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

ne seront réelles qu'autant que $B^2 - 4AC$ sera positif et plus grand que zéro, ce n'est que dans ce dernier cas que la transformation dont nous parlons, pourra s'effectuer et que l'on réduira l'équation (1) à la forme

$$B'xy + F' = o. \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

On peut déterminer graphiquement la position des nouveaux axes. En effet, soit A' la nouvelle origine. Prenons sur l'horizontale passant par A', une longueur $A'K = 2A$ et sur la verticale passant par K une autre longueur $KH = B$, et sur cette même verticale prenons à partir de H deux parties HG, HG' égales toutes deux à $\sqrt{B^2 - 4AC}$; en menant les droites A'G, A'G', ce seront les nouveaux axes des $x$ et des $y$ cherchés. Car on a

$$\text{tang. } \alpha = -\text{ tang. GA'K} = \frac{KH + H'G}{A'K} = \frac{-B \mp \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A};$$

$$\text{tang. } \alpha' = \frac{G'K}{A'K} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}.$$

Nous venons de voir que l'équation de la courbe est alors

$$B'xy + F' = o, \quad xy = -\frac{F'}{B'};$$

mais

$$B' = \cos.\alpha' \cos.\alpha [2A \operatorname{tang}.\alpha \operatorname{tang}.\alpha' + B(\operatorname{tang}.\alpha + \operatorname{tang}.\alpha') + 2C]$$

$$= \cos.\alpha' \cos.\alpha \left(\frac{4AC - B^2}{A}\right);$$

et par conséquent, l'équation de la courbe devient

$$xy = \frac{AF'}{\cos.\alpha' \cos.\alpha (B^2 - 4AC)} \quad . \ . \ . \ . \ (9)$$

Quant à l'angle des nouveaux axes, on a, en nommant cet angle $\theta$,

$$\operatorname{tang}.\theta = \operatorname{tang}.(\alpha' - \alpha) = \frac{\operatorname{tang}.\alpha' - \operatorname{tang}.\alpha}{1 + \operatorname{tang}.\alpha \operatorname{tang}.\alpha'} = \frac{\pm\sqrt{B^2 - 4AC}}{A + C}.$$

Cette transformation n'est possible, comme nous l'avons déjà vu, qu'autant que $B^2 - 4AC$ est plus grand que zéro; en outre, d'après la construction ci-dessus, cos. $\alpha$ et cos. $\alpha'$ étant de même signe, le produit cos. $\alpha'$ cos. $\alpha$ sera toujours positif; A est positif par hypothèse : par conséquent, dans l'équation (9) de la courbe, le produit des deux coordonnées sera toujours de même signe que F', de sorte que si F' est positif, $x$, $y$ devront être tous deux de même signe, et la courbe sera composée de deux branches parfaitement égales et symétriques situées dans les angles Y'A'X', Y''A'X''. Si au contraire F' était négatif, $x$ et $y$ devraient être de signes contraires et la courbe serait située symétriquement dans les angles Y'A'X'', Y''A'X'.

Dans l'angle Y'A'X', on devra prendre les deux cosinus positifs, ce qui donnera

$$\cos.\alpha' \cos.\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}.^2\alpha'}} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}.^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}.^2\alpha' + \operatorname{tang}.^2\alpha + \operatorname{tang}.^2\alpha \operatorname{tang}.^2\alpha'}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(\operatorname{tang}.\alpha' \operatorname{tang}.\alpha - 1)^2 + (\operatorname{tang}.\alpha' + \operatorname{tang}.\alpha)^2}} = \frac{A}{\sqrt{(C - A)^2 + B^2}};$$

ce qui changera l'équation (9) en

$$xy = \frac{F'\sqrt{(C-A)^2+B^2}}{B^2-4AC} = r^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

valeur absolue, mais dont le signe serait incertain sans le raisonnement précédent. Cette équation se construit aisément, parce que $x = \pm r$, $y = \pm r$, donnent deux points de la courbe, les deux sommets, et qu'on en trouve alors tant d'autres qu'on veut par le procédé connu.

Quand $B^2 - 4AC < o$, ce qui suppose A et C de même signe, il faut recourir à une autre transformation qui consiste à rendre l'équation symétrique, en égalant les coefficiens des carrés $x^2$ et $y^2$, et à faire disparaître le terme $xy$. Pour cela, il faut poser dans l'équation (6),

$$2A \sin.\alpha \sin.\alpha' + B \sin.\alpha \cos.\alpha' + B \sin.\alpha \cos.\alpha' + 2C \cos.\alpha' \cos.\alpha = o,$$

ce qui revient à faire

$$2A \text{ tang. } \alpha \text{ tang. } \alpha' + B(\text{tang. } \alpha + \text{tang. } \alpha') + 2C = o; \quad (11)$$

et de plus, il faut que

$$A \sin.^2 \alpha' + B \sin.\alpha' \cos.\alpha' + C \cos.^2 \alpha' = G = G \sin.^2 \alpha' + G \cos.^2 \alpha',$$
$$A \sin.^2 \alpha + B \sin.\alpha \cos.\alpha + C \cos.^2 \alpha = G = G \sin.^2 \alpha' + G \cos.^2 \alpha;$$

d'où l'on tire

$$\left.\begin{array}{l}(A-G) \text{ tang.}^2 \alpha' + B \text{ tang. } \alpha' + C - G = o, \\ (A-G) \text{ tang.}^2 \alpha + B \text{ tang. } \alpha' + C - G = o;\end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (12)$$

Ainsi tang. $\alpha'$ et tang. $\alpha$ sont les deux racines de l'équation

$$m^2 + \frac{B}{A-G} m + \frac{C-G}{A-G} = o;$$

d'où

$$\text{tang. } \alpha' + \text{tang. } \alpha = -\frac{B}{A-G}, \quad \text{tang. } \alpha' \text{ tang. } \alpha = \frac{C-G}{A-G};$$

ces valeurs étant substituées dans l'équation (11), donnent

$$G=\frac{4AC-B^2}{2(A+C)};$$

et l'équation de la courbe devient alors :

$$G(x^2+y^2)+F'=o,$$

ou

$$x^2+y^2=-\frac{2F'(A+C)}{4AC-B^2}=r^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Il est bien facile de la construire, en inclinant les ordonnées du cercle dont le rayon est $r$, parallèlement aux nouveaux axes.

Ayant construit $G=\frac{4AC-B^2}{2(A+C)}$, on s'en servira : 1° pour construire $r=\sqrt{-\frac{F'}{G}}$, qui ne sera réel que quand

$$F'=F+\frac{CD^2+AE^2-BDE}{B^2-4AC}$$

sera négatif, c'est-à-dire de signe contraire à A et à C; 2° pour trouver tang. $\alpha'$ et tang. $\alpha$, en construisant les deux racines de l'équation

$$m^2+\frac{B}{A-G}m+\frac{C-G}{A-G}=o.$$

Il est bon de remarquer que dans l'ellipse représentée par l'équation (13) comme dans l'hyperbole représentée par l'équation (10),

$$\text{tang.}\ (\alpha'+\alpha)=-\frac{B}{A-C};$$

mais dans la seconde,

$$\text{tang.}\ (\alpha'-\alpha)=\frac{\pm\sqrt{B^2-4AC}}{A+C}$$

$$\cos.\ (\alpha'-\alpha)=\frac{A+C}{\sqrt{(A-C)^2+B^2}}$$

et dans la première

$$\text{tang.}(\alpha'-\alpha)=\pm\sqrt{\frac{4AC-B^2}{(A-C)^2+B^2}}$$

$$\cos.(\alpha'-\alpha)=\frac{\sqrt{\overline{A-C}^2+B^2}}{A+C},$$

valeur inverse de celle qui convient à l'hyperbole.

Quand $B^2-4AC=o$, les termes en $y'$ et $x'$ ne peuvent plus s'évanouir à la fois, non plus que les termes en $x'^2$ et $y'^2$, parce que l'on aurait tang. $\alpha'=$ tang. $\alpha$, ce qui ne se peut; voyons dans quel cas on pourrait les rendre symétriques par le simple changement des axes. Reprenons l'équation (1)

$$Ay^2+Bxy+Cx^2+Dy+Ex+F=o;$$

et faisons

$$y=y'\sin.\alpha'+x'\sin.\alpha,$$
$$x=y'\cos.\alpha'+x'\cos.\alpha;$$

cette équation devient alors :

$$\left.\begin{array}{l|l|l|l|l|l}
A\sin^2\alpha' & y'^2+2A\sin.\alpha\sin.\alpha' & x'y'+A\sin.^2\alpha & x'^2+D\sin.\alpha' & y'+D\sin.\alpha & x'+F \\
+B\sin\alpha'\cos.\alpha' & +B\sin.\alpha\cos.\alpha' & +B\sin.\alpha\cos\alpha & +E\cos.\alpha' & +E\cos.\alpha & \\
+C\cos.^2\alpha' & +B\sin.\alpha'\cos.\alpha & +C\cos.^2\alpha & & & \\
 & +2C\cos.\alpha'\cos.\alpha & & & &
\end{array}\right\}=o;$$

et il faut que l'on ait à la fois

$$\left.\begin{array}{r}
A\sin.^2\alpha'+B\sin.\alpha'\cos.\alpha'+C\cos.^2\alpha'=A\sin.^2\alpha+B\sin.\alpha\cos.\alpha+C\cos.^2\alpha \\
D\sin.\alpha'+E\cos.\alpha'=D\sin.\alpha+E\cos.\alpha;
\end{array}\right\}\ (14).$$

ou bien, puisque $B^2-4AC=o$,

$$\left.\begin{array}{l}
A\sin.\alpha'+\frac{B}{2}\cos.\alpha'=\pm\left(A\sin.\alpha+\frac{B}{2}\cos.\alpha\right); \\
D\sin.\alpha'+E\cos.\alpha'=D\sin.\alpha+E\cos.\alpha.
\end{array}\right\}\ (15)$$

Mais les formules connues de trigonométrie

$$\cos.\alpha - \cos.\alpha' = 2\sin.\frac{\alpha'-\alpha}{2}\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2},$$

$$\sin.\alpha' - \sin.\alpha = 2\sin.\frac{\alpha'-\alpha}{2}\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2},$$

$$\sin.\alpha' + \sin.\alpha = 2\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}\cos.\frac{\alpha'-\alpha}{2},$$

$$\cos.\alpha' + \cos.\alpha = 2\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}\cos.\frac{\alpha'-\alpha}{2},$$

donnent les relations suivantes :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\cos.\alpha - \cos.\alpha'}{\sin.\alpha' - \sin.\alpha} = \text{tang.}\dfrac{\alpha'+\alpha}{2}, \\ \text{et} \\ \dfrac{\sin.\alpha' + \sin.\alpha}{\cos.\alpha' + \cos.\alpha} = \text{tang.}\dfrac{\alpha'+\alpha}{2}; \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (16)$$

En vertu de ces équations, la première des équations (15) donne, en prenant le signe +,

$$\frac{2A}{B} = \text{tang.}\frac{\alpha'+\alpha}{2},$$

et en prenant le signe —,

$$\frac{B}{2A} = -\text{tang.}\frac{\alpha'+\alpha}{2};$$

la seconde des équations (15) donne

$$\frac{D}{E} = \text{tang.}\frac{\alpha'+\alpha}{2}.$$

De là, on tire les deux équations de condition :

$$\left.\begin{array}{l} 2AE - BD = o, \\ 2AD + BE = o, \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (17)$$

ou

$$BE - 2CD = o;$$
$$2CE + BD = o;$$

En général, on n'aura entre les coefficiens de l'équation (1) ni l'une ni l'autre de ces relations ; mais en changeant l'origine, on pourra, au moyen des deux indéterminées $a$ et $b$, en établir une, et en même temps faire disparaître le terme tout connu pour simplifier l'équation. Elle se trouvera alors préparée de manière qu'en la rendant symétrique par rapport aux termes qui contiennent les carrés des inconnues, elle le deviendra en même temps par rapport aux termes du premier degré.

Lorsqu'on fait $x' = x'' + a$, $y' = y'' + b$, il faut dans l'équation transformée et dans les équations (17), changer D et E en D' et E', en posant

$$\left.\begin{array}{l} D' = 2Ab + Ba + D, \\ E' = 2Ca + Bb + E, \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

en vertu de la première des équations de condition (17), l'on obtient pour $a$ et $b$

$$a = \frac{BD - 2AE}{4AC - B^2}, \quad b = \frac{BE - 2CD}{4AC - B^2},$$

valeurs infinies, et qui deviennent indéterminées quand $BD - 2AE = o$. On ne peut donc établir cette équation de condition entre les coefficiens, au moyen d'un simple changement de coordonnées. En vertu de la seconde équation de condition $2AD + BE = o$, et de son équivalente $2CE + BD = o$, on obtient facilement

$$\left.\begin{array}{l} 2Ab + Ba = -\dfrac{2AD + BE}{2(A+C)}, \\[2ex] 2Ca + Bb = -\dfrac{2CE + BD}{2(A+C)}; \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

au moyen de ces valeurs, les équations (18) deviennent

$$\left.\begin{array}{l} D' = \dfrac{2CD - BE}{2(A+C)}, \\[2ex] E' = \dfrac{2AE - BD}{2(A+C)}. \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

Les équations (19) donnent, en multipliant la première par $b$ et la seconde par $a$ et en les ajoutant

$$Ab^2 + Bab + Ca^2 = -\frac{D(2AB + Ba) + E(2Ca + Bb)}{4(A + C)}$$

$$= \frac{AD^2 + BDE + CE^2}{4(A+C)^2};$$

par conséquent

$$F' = Ab^2 + Bab + Ca^2 + Db + Ea + F = \frac{AD^2 + BDE + CE^2}{4(A+C)^2} + Db + Ea + F \quad . \quad (21)$$

Nous avons vu plus haut que, pour rendre l'équation symétrique, il suffisait que l'on eût entre $a$ et $b$ la relation

$$2Ab + Ba = -\frac{2AD + BE}{2(A+C)};$$

si donc on transporte l'origine en un point de la droite dont l'équation est celle que nous venons d'écrire, ou bien encore la suivante :

$$2Ca + Bb = -\frac{2CE + BD}{2(A+C)},$$

la condition $2AD' + BE' = o$ sera satisfaite et la symétrie aura lieu. Si, de plus, on construit une seconde droite dont l'équation soit

$$Db + Ea = -\frac{AD^2 + BDE + CE^2}{4(A+C)^2} - F,$$

elle ira couper la première en un point pour lequel, quand on y place l'origine des coordonnées, $F' = o$.

L'équation de la courbe rapportée à cette nouvelle origine et aux nouveaux axes sera

$$\left.\begin{array}{l}\left[\left(A\sin.\alpha'+\frac{B}{2}\cos.\alpha'\right)y'+\left(A\sin.\alpha+\frac{B}{2}\cos.\alpha\right)x'\right]^2\\ +A(D'\sin.\alpha'+E'\cos.\alpha')y'+A(D'\sin.\alpha+E'\cos.\alpha)x'\end{array}\right\}=o \quad (22)$$

et comme

$$-\frac{B}{2A}=\frac{D'}{E'}=\frac{\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}},$$

il vient

$$\frac{B}{2}=-\frac{A\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}},\ D'=\frac{E'\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}};$$

on a de plus, en faisant

$$\frac{\alpha'+\alpha}{2}=\beta,\ \frac{\alpha'-\alpha}{2}=\gamma;$$

$$H=A\sin.\alpha'+\frac{B}{2}\cos.\alpha'=-\left(A\sin.\alpha+\frac{B}{2}\cos.\alpha\right);$$

en prenant la première valeur de H, on a

$$H=A\sin.\alpha'-\frac{A\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}\cos\alpha'=A\frac{\sin.\alpha'\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}-\cos.\alpha'\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}$$

$$=A\frac{\sin.\left(\frac{\alpha'-\alpha}{2}\right)}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}=A\frac{\sin.\gamma}{\cos.\beta}.$$

On parviendrait à la même expression, en posant

$$H = -A\sin.\alpha - \frac{B}{2}\cos.\alpha = -A\sin.\alpha + A\frac{\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}\cos.\alpha$$

$$= A\frac{\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}\cos.\alpha - \sin.\alpha\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}};$$

$$H = A\frac{\sin.\frac{\alpha'-\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}} = A\frac{\sin.\gamma}{\cos.\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Faisons d'une autre part

$$K = D'\sin.\alpha' + E'\cos.\alpha' = D'\sin.\alpha + E'\cos.\alpha;$$

on aura :

$$K = \frac{E'\sin.\alpha'\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}} + E'\cos.\alpha' = E'\frac{\cos.\alpha'\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2} + \sin.\alpha'\sin.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}}$$

$$K = E'\frac{\cos.\frac{\alpha'-\alpha}{2}}{\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}} = E'\frac{\cos.\gamma}{\cos.\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

$$\cos.\beta = \sqrt{\frac{A}{A+C}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

En substituant dans l'équation (22), on trouve

$$(y'-x')^2 + \frac{E'}{\sqrt{A^2+AC}}\frac{\cos.\gamma}{\sin.^2\gamma}(y'+x') = o. \quad . \quad (26)$$

*Recherches expérimentales sur les abaissemens du thermomètre à boule mouillée*, par M. James Prinsep, F. R. S.

L'auteur rappelle que l'association britannique des sciences, dans sa première réunion, attira l'attention des physiciens sur la théorie de l'instrument nommé hygromètre à boule mouillée, sur lequel il avait déjà publié quelques observations dans le *Journal Scientifique* de Calcutta.

Le docteur *Apjohn* fit connaître, en 1835, une formule résultant de ses propres expériences, entreprises avec l'aide du docteur *Hudson*, et le célèbre professeur *Gay Lussac* donna, vers le même temps, une théorie sur la marche de cet instrument.

L'auteur a entrepris de nombreuses séries d'expériences sur ce sujet, à Calcutta, persuadé que sa position particulière, dans un climat très-chaud, lui promettait divers avantages; et dès 1829 il avait présenté une table de réduction des abaissemens du thermomètre à boule mouillée, en degrés de l'hygromètre ordinaire. Il a depuis continué ses observations avec de meilleurs instrumens.

Dans les expériences hygrométriques ordinaires, on est d'accord de considérer comme extrême degré de l'échelle, ou 100°, la saturation complète de l'air par l'humidité, et comme l'autre extrême, ou 0°, l'absence complète d'eau dans ce fluide. Au contraire, dans le thermomètre à boule mouillée, le point de saturation de l'air par la vapeur d'eau est indiqué par 0°, puisque, dans ce cas, aucune évaporation n'est possible, et aucun froid n'est produit.

Pour comparer les indications entre elles, il faut donc établir le *maximum* d'abaissement qui correspond à 0° de l'hygromètre, ou la sécheresse extrême pour chaque température, et aussi la valeur de chaque degré intermédiaire d'abaissement du thermomètre mouillé en degrés hygrométriques ordinaires.

Pour le premier point, la méthode suivie par M. *Gay Lussac* fut d'exposer le thermomètre mouillé à l'effet d'un courant d'air sec, élevé à diverses températures. C'est aussi celle que le docteur *Apjohn* et M. *Prinsep* ont suivie.

Pour le second, il suffisait de dessécher de l'air à divers degrés, par exemple en l'exposant sur diverses solutions salines, ou sur de l'acide sulfurique plus ou moins étendu, et de placer le thermomètre dans un courant de cet air, plus ou moins échauffé. Mais il est difficile d'obtenir un courant d'air un peu prolongé d'air desséché en tout ou en partie. M. *Gay Lussac* employait pour le dessèchement de l'air le contact du chlorure de calcium, ce qui paraît insuffisant. M. *Apjohn* le faisait passer trois fois dans l'acide sulfurique, méthode sûre, mais incommode. M. *Prinsep* desséchait l'air d'avance, pendant plusieurs jours ou même plusieurs semaines, dans un grand gazomètre, d'où il pouvait sortir en jet continu. Le secret de cette facilité était dans l'emploi d'huile de coco, au lieu d'eau, dans les réservoirs du gazomètre, ce qui empêche non-seulement toute humidité, mais conserve les gaz si purs, que l'auteur n'eut aucune inquiétude en allumant un jet d'hydrogène qui était resté *deux ans* préparé dans le gazomètre.

D'autres moyens ont été employés pour obtenir des degrés de dessèchement intermédiaires, tels que l'emploi de l'atmosphère elle-même, en s'assurant à l'avance de son degré d'humidité, à la température ordinaire ou à une température élevée par le passage dans un tube chaud, sans changer la tension aqueuse, ou bien encore l'emploi de l'air raréfié.

Indépendamment de ces questions, il se présente encore à examiner l'influence de la pression atmosphérique plus ou moins considérable, et celle de la nature des gaz, sur l'abaissement du thermomètre; puis enfin l'effet produit par l'accélération du mouvement de l'air, ce qui rend fort compliqué le problème à résoudre.

Dans ses recherches sur le courant d'air sec, M. *Prinsep* employait un gazomètre de 120 pintes, contenant de l'air desséché au moyen d'une large surface d'acide sulfurique concentré. L'air se rendait par un courant continu dans un grand ballon de verre, où étaient placés un second vase plein d'acide sulfurique, un bon thermomètre et un hygromètre à cheveu. Au robinet supérieur du ballon était adapté un petit tube de verre dans lequel

était introduit un petit thermomètre à boule couverte de mousseline, qu'on plongeait dans l'eau distillée au moment de commencer l'expérience.

Après avoir rapporté les résultats obtenus par M. *Gay Lussac* avec un appareil à peu près semblable, pour des températures allant de 32° F. (0° cent.) à 77° (25° cent.), l'auteur donne le tableau de ses expériences à Bénarès et à Calcutta, allant de 72°,5 F. (22°5 cent.) à 96° F. (35°,5 cent.). Il employa un appareil particulier pour obtenir des températures encore supérieures. Le tube qui conduisait l'air du gazomètre au ballon, fut encaissé dans un large tube en plomb, qui se remplissait de vapeur d'eau bouillante en courant continu. Un thermomètre en indiquait la température, qui s'éleva jusqu'à 190° F. (87°7 cent.). L'abaissement augmenta rapidement avec l'élévation de la température; et, pour dépasser les limites du point d'ébullition de l'eau, l'auteur employa un courant d'air chauffé, dans un tube rouge de feu, jusqu'au point de l'ébullition du mercure, 656° F. (335° cent.), ou de la fusion de l'étain.

Il était nécessaire de surveiller l'opération, car, dès que l'eau du thermomètre mouillé était évaporée, le mercure s'élevait si rapidement, que le tube se brisait, et la mousseline était charbonnée. Avec ces soins, on vit l'abaissement aller jusqu'à 145° F. (62°,7 cent.).

Après ces données expérimentales, M. *Prinsep* récapitule dans son mémoire les diverses formules successivement données par *Leslie*, *Gay-Lussac*, *Apjohn*, etc., et il donne dans un tableau la comparaison des valeurs de D, soit l'abaissement du thermomètre à boule mouillée, d'après ces diverses formules, avec les valeurs observées. Ainsi, par exemple, lorsque la dépression a été de 145° F., si l'on cherchait la température de l'air par les formules, on aurait les nombres suivans :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Leslie* . . . . . . . . | 6,53 | × | 96 | + | 145 | = | 772° F. |
| *Gay-Lussac* . . . . . | 6,53 | × | 95,7 | + | 145 | = | 770 |
| *Hudson* . . . . . . . . . . . . | | | 487 | + | 145 | = | 632 |
| *Apjohn* . . . . . . . | 6,531 | × | 87 | + | 145 | = | 713 |
| *Prinsep* . . . . . . . | 6,53 | × | 84 | + | 145 | = | 693 |

Or cette température, qui faisait bouillir le mercure et fondait le plomb, devait être un peu au-dessus de 660° F.; aussi l'auteur pense-t-il qu'au lieu de 84, on pourrait prendre 80 pour multiplicateur, et dire que la tension aqueuse, à la température du thermomètre mouillé, égale la 80e partie de l'abaissement.

M. *Prinsep* dirige ensuite ses recherches sur les degrés hygrométriques intermédiaires entre l'extrême sécheresse et la saturation. Il présente le tableau des expériences faites à Calcutta par la méthode dite *dew point*, c'est-à-dire, le degré de refroidissement nécessaire au dépôt de la rosée sur l'instrument. Il profita de l'importation de la glace d'Amérique, pour faire ces essais dans la saison la plus chaude de l'année, et trois fois par jour.

Une autre série d'expériences fut entreprise avec de l'air partiellement desséché, et dont le point d'humidité était exactement mesuré par un hygromètre à cheveu.

Enfin, un troisième tableau, introduit dans le mémoire, présente la comparaison des moyennes mensuelles des abaissemens du thermomètre à boule mouillée et de l'hygromètre à cheveu, pendant trois ans à Calcutta. Il en résulte, en moyenne générale, qu'à la température de 81°,2 F. (27°,3 cent.), prise à dix heures du matin, la tension de la vapeur aqueuse indiquée par le thermomètre était de 0°,71, et par l'hygromètre à cheveu de 0°,72, et qu'à 83°,8 F. (28°,7 cent.), les deux instrumens sont d'accord et donnent le chiffre 0°,63. Cette partie du travail est terminée par un tableau indiquant la quantité totale d'évaporation de l'eau à Bénarès, par jour, par mois et par année, comparée aux indications que donnerait la règle suivante que M. P. propose pour la trouver : multipliez la tension aqueuse à la température du thermomètre à boule mouillée, par l'abaissement observé, et divisez par 34. L'évaporation observée est 0,179 pouces par jour (64 pieds, 4 pouces par année) ; calculée, elle est 0,186 p. par jour.

L'auteur recherche ensuite l'influence de la pression atmosphérique sur l'abaissement du thermomètre mouillé. Dans ces expériences, il modifia l'appareil décrit, de manière à soumettre le thermomètre à un courant d'air entièrement sec, mais dont la

pression était diminuée à un degré connu, au moyen d'une pompe pneumatique. Par ce moyen, il suffit de porter la pression à 7 1/2 pouces, pour déterminer la congélation de l'eau; tandis que le thermomètre sec, qui n'en était éloigné que d'un pouce, marquait 92° F. (33°,3 cent.); et pourtant il est très-difficile aux Indes de geler l'eau, même avec un vide parfait, lorsque l'air n'est pas renouvelé. Il se forme alors une couche d'air humide qui arrête l'évaporation. Ce fait indique un moyen de modifier utilement, pour ce pays, l'appareil de Leslie pour la fabrication de la glace, qui, introduit tel qu'il est employé en Europe, y a mal réussi. Il résulte des séries d'expériences dont M. *Prinsep* donne les tableaux, que l'abaissement du thermomètre à boule mouillée, toutes choses égales d'ailleurs, varie inversement comme la pression barométrique.

La même règle se trouva confirmée, lorsqu'au moyen d'une pompe foulante, la pression de l'air fut augmentée jusqu'à soutenir 42 pouces de mercure.

L'abaissement de l'hygromètre à évaporation dans des gaz différens de l'air, pouvait donner les moyens de décider la question, si controversée en physique, de la capacité relative des gaz pour la chaleur, puisque la théorie de cet instrument est uniquement fondée sur le rapport des chaleurs spécifiques de l'eau, de la vapeur et de l'air.

La formule de M. *Gay-Lussac* indique que l'abaissement varie précisément dans la proportion inverse de la capacité de l'air pour la chaleur. L'auteur choisit deux gaz, l'hydrogène et l'acide carbonique, et procéda comme pour l'air et aux mêmes températures. Avec l'hydrogène, le résultat obtenu dans quatre séries d'expériences fut, qu'il produit un abaissement moindre que l'air, dans le rapport de 82 à 100, et la conséquence devrait être que la chaleur spécifique de ce gaz serait de 1,22, celle de l'air atmosphérique étant 1. Pour l'acide carbonique, des essais semblables ont donné le rapport de 94 à 100, d'où sa chaleur spécifique devrait être de 1,06. L'auteur n'admet lui-même qu'avec défiance des résultats si opposés aux travaux d'autres physiciens, et la circonstance que les deux gaz, si différens d'ailleurs, pré-

senteraient tous deux des chaleurs spécifiques supérieures à celle de l'air, lui paraît comme à nous une induction défavorable à l'exactitude de ses conclusions. La méthode d'ailleurs peut être utilement appliquée à des recherches de ce genre, puisque l'opinion que tous les gaz ont la même chaleur spécifique, n'est pas, comme l'on sait, encore admise par tout le monde.

M. *Prinsep* termine ce long et important travail par quelques applications pratiques. M. le baron *Hugel* remarqua que près de Cachemire, la glace se formait, le thermomètre étant à 44° F. (6°,6 cent.) à la hauteur de 15,000 pieds, d'où il concluait que le point de congélation s'élevait à mesure que celui d'ébullition baissait. Ce paradoxe est expliqué. L'air toujours fort sec dans ces latitudes, le devient encore plus sur les montagnes, et en même temps l'abaissement par l'évaporation augmente. Un fait semblable a été observé par M. *De Saussure* sur le Mont-Blanc. En faisant tourner un thermomètre mouillé, il a obtenu un refroidissement de 9°,3 cent. au-dessous de la température de l'air, qui était à 10°,1. Ainsi, dit l'illustre physicien, l'évaporation peut concourir avec le rayonnement pour déterminer la congélation de l'eau à la surface de la terre, dans un air dont la température serait de plusieurs degrés au-dessus de zéro.

La formation de la grêle s'explique par les mêmes principes. Les gouttes d'eau, passant au travers d'une couche d'air sec sous une faible pression, s'y gèlent, fût-il plus chaud que le nuage qu'elles ont quitté, et doivent même prendre une température au-dessous de 0°, puisqu'elles augmentent de volume en passant dans les couches inférieures. On remarque, en effet, rarement de la grêle dans les temps humides.

L'augmentation des gouttes de pluie dans leur descente des nuages est clairement l'effet du dépôt d'eau formé à leur surface, dans les couches atmosphériques refroidies au-dessous du point où la rosée paraît. Enfin *Perkins* a remarqué que lorsqu'on jette de l'eau sur un métal chauffé au-dessous du rouge visible, elle se réduit en vapeur avec explosion ; mais qu'au contraire, placée sur du fer, de l'or ou de l'argent chauffés beaucoup plus fortement, il lui faut beaucoup de temps pour s'évaporer. Cela sem-

blerait prouver qu'à environ 1200° F. (666° cent.) le point d'évaporation s'élève graduellement jusqu'à 212° F. (100° cent.), mais qu'au delà il devient négatif, ou que l'abaissement devient si grand qu'il la fait revenir au-dessous du point d'ébullition. Cette explication est du moins plus naturelle que celle de *Perkins*, qui admet que l'énorme pression exercée à la surface du liquide en empêche l'évaporation.

*P. S.* Dans un supplément à son mémoire, publié en décembre 1836, dans le même journal, M. *Prinsep* annonce avoir répété sur l'oxigène les mêmes expériences que celles pour l'hydrogène et l'acide carbonique, que nous avons analysées. D'après les résultats qu'il a obtenus, la chaleur spécifique de ce gaz ne différerait pas sensiblement de celle de l'air atmosphérique. Il en découle nécessairement que l'azote a aussi la même chaleur spécifique, puisque le mélange de ce gaz avec l'oxigène, qui constitue l'air atmosphérique, n'apporte sous ce rapport aucun changement. (*Asiatical journ,* juillet 1836, et *Bibliothèque univ.*, sept. 1837.)

---

### *Sur les causes des trombes ;* par le docteur Hare.

L'auteur ayant visité, près de New-Brunswick, les localités qu'une trombe avait dévastées en juillet 1836, recueillit beaucoup d'observations précises sur les effets qu'elle avait produits. Il pense que jamais autant d'exactitude n'a été apportée dans de semblables investigations, sur la marche et les effets de ces terribles phénomènes. Les causes apparentes des changemens produits sur les corps mobiles, paraissent être un courant vertical au centre ou axe de la trombe, et une forte attraction de l'air extérieur vers ce centre lui-même. Des arbres paraissent avoir été renversés à l'approche de la tourmente, soit directement en avant ou de chaque côté; les uns tombaient à angles droits, d'autres obliquement avec sa direction. Le temps nécessaire à leur chute était déterminé par la force de leurs racines et la protection occasionnelle qu'ils pouvaient recevoir d'objets environnans, comme

des maisons, par exemple. Mais ils tombaient tous vers le point occupé par l'axe de la trombe au moment où ils étaient déracinés. Ce fait démontre l'existence d'un courant convergeant en tous sens vers le centre; celle du courant vertical est prouvée par le transport à d'énormes distances de corps légers et de débris de bâtimens et d'arbres. Ainsi, un sac de femme fut porté à sept milles de New-Brunswick, et une lettre à vingt milles. Une poutre de dimensions assez considérables, arrachée au toit d'une église, fut transportée à un quart de mille et laissée sur des arbres au delà du fleuve Raritan.

D'après ces faits, l'auteur pense que les trombes sont l'effet d'un courant d'air électrisé, dépassant les moyens ordinaires de décharge entre la terre et les nuages par ces étincelles que l'on appelle éclairs. Il lui semble que le résultat inévitable d'un tel courant serait de soulever dans sa sphère d'action le poids de l'atmosphère, et ainsi de permettre à l'air, obéissant à son élasticité, de se précipiter dans le vide produit.

Toutes les fois que l'électricité est produite en assez grande abondance pour donner une succession d'étincelles, il doit pouvoir se former un courant dans des circonstances favorables, et les corps légers placés sur une des surfaces électrisées peuvent être attirés plus ou moins par l'autre.

Les phénomènes de l'éclair et du tonnerre sont la conséquence de décharges électriques entre la terre et les nuages, présentant en grand les apparences d'une bouteille de Leyde. Or, il est bien reconnu que l'éclair ou l'étincelle peuvent être remplacés par un courant, et c'est sur ce principe que sont établis les paratonnerres.

Une cause d'augmentation de l'effet produit par la trombe est l'état habituel de contraction des couches inférieures de l'atmosphère, qui, étant soudainement délivrées de la pression de l'air supérieur, se dilatent avec une sorte de violence explosive. On a la preuve de ce fait dans la destruction des maisons situées sur le passage de la trombe, et dont les murs ont été renversés en dehors et les toits emportés par la subite dilatation de l'air qu'elles contenaient. En même temps l'afflux de l'air extérieur,

pour remplir le vide, renverse en sens opposé les arbres et autres objets de tous les côtés de l'espace occupé par la trombe.

La trombe qui donna lieu à ces remarques éclata en juin 1836, à environ sept milles et demi de New-Brunswick (New-Jersey), et avec une vitesse de vingt-cinq à trente milles à l'heure, se termina à Amboy, à dix-sept milles et demi de son origine. Elle avait l'apparence d'un cône renversé, dont la base était dans les nuages et le sommet sur la terre. Elle renversa ou emporta tous les objets qui se trouvèrent sur l'espace de 300 à 600 pieds qu'elle occupait. Les arbres qui se trouvaient sur son axe étaient renversés dans une direction parallèle à la sienne, ceux qui étaient d'un et d'autre côté étaient au contraire toujours dirigés vers un point qui avait été dans l'axe, quelques maisons ont comme éclaté, et leurs murs ont été renversés en dehors ; d'autres perdirent leurs toits et même leurs planchers. La tourmente ne restait que quelques secondes dans le même lieu ; une ferme fut entièrement détruite et dévastée et tous les arbres renversés, tandis que le fermier traversait sa cour. Le phénomène était accompagné d'un bruit terrible, semblable à celui d'une multitude de chars pesamment chargés. Tous les objets qui se trouvaient sur son passage étaient couverts de boue du côté tourné vers le lieu d'où venait la trombe.

Le tonnerre et les éclairs l'accompagnaient dans quatre lieux différens, tous les arbres étaient couchés, avec leurs extrémités supérieures dirigées vers un centre commun. Une maison qui se trouvait à l'un de ces centres, a été dépouillée de son toit, et toutes les vitres ont été brisées, la plupart des morceaux de verre étant lancés au dehors.

La hauteur apparente de la trombe était d'environ un mille. — Un fait remarquable observé pendant la tourmente ou immédiament après, fut l'apparence flétrie que présentait le feuillage de ces petits arbres ou arbrisseaux qui, en vertu de leur flexibilité ne furent, comme le roseau de la fable, ni renversés, ni déracinés. Chaque feuille était en partie flétrie, ce qui paraît une confirmation de la supposition que l'électricité était la cause de la trombe et produisait cet effet particulier.

Tous les faits ont concouru à démontrer l'existence d'un mouvement convergeant de toutes les directions vers le centre de la trombe, en même temps que celle d'un mouvement en haut vers le milieu. L'auteur, passant en revue les opinions des physiciens sur l'origine des trombes, croît être le premier qui, en l'attribuant à l'électricité, ait donné une idée du mode spécial d'action de ce puissant agent dans ce terrible phénomène. (*American Journal*, avril 1837, et *Bibliothèque universelle*, septembre 1837).

---

*Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*, par P.-F. Verhulst.

On sait que le célèbre *Malthus* a établi comme principe que la population humaine *tend* à croître en progression géométrique, de manière à se doubler après une certaine période, par exemple, tous les vingt-cinq ans. Cette proposition est incontestable, si l'on fait abstraction de la difficulté toujours croissante de se procurer des subsistances lorsque la population a acquis un certain degré d'agglomération, ou des ressources que la population puise dans son accroissement, même lorsque la société est encore naissante, telles qu'une plus grande division du travail, l'existence d'un gouvernement régulier et de moyens de défense qui assurent la tranquillité publique, etc.

En effet, *toutes choses égales d'ailleurs*, si mille âmes sont devenues deux mille après vingt-cinq ans, ces deux mille deviendront quatre mille après le même laps de temps.

Dans nos vieilles sociétés européennes, où les bonnes terres sont cultivées depuis long-temps, le travail employé à bonifier un terrain déjà en culture, ne peut ajouter à ses produits que des quantités sans cesse décroissantes; en admettant que, dans les premiers vingt-cinq ans, on ait doublé le produit du sol, dans la seconde période à peine parviendra-t-on peut-être à lui faire produire un tiers en sus. L'accroissement virtuel de la population trouve donc une limite dans l'étendue et la fertilité du pays, et la population tend, par conséquent, de plus en plus à devenir stationnaire.

Il n'en est pas de même dans certains cas, purement exceptionnels à la vérité; par exemple, lorsqu'un peuple civilisé cultive un territoire fertile, jusqu'alors sans habitans, ou lorsqu'il exerce une industrie qui donne de grands bénéfices temporaires. Une famille nombreuse devient alors une richesse et la seconde génération trouve plus facilement à s'établir que la première, parce qu'elle n'a pas comme elle à lutter contre les obstacles que l'état sauvage de la terre offrait aux premiers colons.

Pour juger de la vitesse avec laquelle la population croît dans un pays donné, il faut diviser l'accroissement de la population de chaque année par la population qui l'a fourni. Ce rapport étant indépendant de la grandeur absolue de la population, peut être regardé comme la mesure de cette vitesse. S'il est constant, la population croît en progression géométrique ; s'il est croissant, la progression est plus que géométrique, et moins que géométrique s'il est décroissant.

On peut faire diverses hypothèses sur la résistance ou la somme des obstacles opposés au développement indéfini de la population. M. *Quetelet* la suppose proportionnelle au *carré de la vitesse avec laquelle la population tend à croître* ([1].

C'est assimiler le mouvement de la population à celui d'un mobile qui tombe en traversant un milieu résistant. Les résultats de cette comparaison s'accordent, d'une manière satisfaisante, avec les données de la statistique et avec ceux que j'ai obtenus par mes propres formules, quand on suppose aux couches du milieu traversé, une densité indéfiniment croissante.

L'accroissement de la population a nécessairement une limite, ne fût-ce que dans l'étendue du sol indispensable pour le logement de cette population. Quand une nation a consommé tous les fruits de ses champs, elle peut à la vérité se procurer des subsistances du dehors par l'échange de ses autres produits, et supporter ainsi un nouvel accroissement de population. Mais il

---

[1]) *Essai de physique sociale*, tome I$^{er}$, p. 277.

est évident que ces importations doivent avoir des bornes, et s'arrêter long-temps même avant que la surface entière du pays soit convertie en villes. Toutes les formules par lesquelles on essaiera de représenter la loi de la population, doivent donc satisfaire à la condition d'admettre un *maximum* qui ne soit atteint qu'à une époque infiniment éloignée. Ce *maximum* sera le chiffre de la population devenue stationnaire.

J'ai tenté depuis long-temps de déterminer par l'analyse, la loi probable de la population; mais j'ai abandonné ce genre de recherches, parce que les données de l'observation sont trop peu nombreuses pour que les formules puissent être vérifiées, de manière à ne pas laisser de doute sur leur exactitude. Cependant, comme la marche que j'ai suivie me paraît devoir conduire nécessairement à la connaissance de la véritable loi, quand on aura des données suffisantes, et que les résultats auxquels je suis parvenu peuvent offrir de l'intérêt, au moins comme objet de spéculation, j'ai cru devoir céder à l'invitation de M. *Quetelet*, et les livrer au public.

Soit $p$ la population : représentons par $dp$ l'accroissement infiniment petit qu'elle reçoit pendant un temps infiniment court $dt$. Si la population croissait en progression géométrique, nous aurions l'équation $\frac{dp}{dt} = mp$. Mais comme la vitesse d'accroissement de la population est retardée par l'augmentation même du nombre des habitans, nous devrons retrancher de $mp$ une fonction inconnue de $p$; de manière que la formule à intégrer deviendra

$$\frac{dp}{dt} = mp - \varphi(p).$$

L'hypothèse la plus simple que l'on puisse faire sur la forme de la fonction $\varphi$, est de supposer $\varphi(p) = np^2$. On trouve alors pour intégrale de l'équation ci-dessus

$$t = \frac{1}{m}\left[\log. p - \log. (m - np)\right] + \text{constante},$$

et il suffira de trois observations pour déterminer les deux coefficiens constans $m$ et $n$ et la constante arbitraire.

En résolvant la dernière équation par rapport à $p$, il vient

$$p = \frac{mp' e^{mt}}{np' e^{mt} + m - np'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

en désignant par $p'$ la population qui répond à $t = o$, et par $e$ la base des logarithmes népériens. Si l'on fait $t = \infty$, on voit que la valeur de $p$ correspondante est $P = \frac{m}{n}$. Telle est donc *la limite supérieure de la population.*

Au lieu de supposer $\varphi p = np^2$, on peut prendre $\varphi p = np^\alpha$, $\alpha$ étant quelconque, ou $\varphi p = n \log. p$. Toutes ces hypothèses satisfont également bien aux faits observés ; mais elles donnent des valeurs très-différentes pour la limite supérieure de la population.

J'ai supposé successivement

$$\varphi p = np^2, \ \varphi p = np^3, \ \varphi p = np^4, \ \varphi p = n \log. p;$$

et les différences entre les populations calculées et celles que fournit l'observation ont été sensiblement les mêmes.

Lorsque la population croît en progression plus que géométrique, le terme $- \varphi p$ devient $+ \varphi p$; l'équation différentielle s'intègre alors comme dans les cas précédens, mais on conçoit qu'il ne peut plus y avoir de population *maxima.*

J'ai calculé les tableaux qui suivent d'après la formule (1). Les chiffres pour la France, la Belgique et le comté d'Essex avaient été puisés dans les documens officiels. Ceux qui concernent la Russie se trouvent dans l'ouvrage du Dr *Sadler, Law of population*, et je ne puis en garantir l'authenticité, ignorant de quelle manière ils ont été relevés. J'aurais pu étendre les tableaux pour la France et la Belgique jusqu'à 1837, au moyen des *Annuaires* publiés dans ces deux pays depuis 1833, et vérifier ainsi ma formule ; mais mes occupations ne m'en ont pas laissé le loisir. Mon travail était terminé en 1833, et je n'y ai plus touché depuis.

Je ferai remarquer en passant que le tableau qui concerne la France semble annoncer que la formule est d'autant plus exacte, que les observations portent sur de plus grands nombres et ont été faites avec plus de soin. Au reste l'avenir seul pourra nous dévoiler le véritable mode d'action de la force retardatrice que nous avons représentée par $\varphi p$.

No 1.

*Tableau des progrès de la population de la France depuis* 1817 *jusqu'à* 1831, *d'après l'Annuaire pour* 1834.

| ANNÉES. | D'APRÈS L'ÉTAT CIVIL. | D'APRÈS LA FORMULE. | ERREUR proportionle. | Logarithmes de la population calculée. |
|---|---|---|---|---|
| 1817 | 29,981,336<br>195,902 | 29,981,336<br>208,281 | 0,0000 | 7,4768490 |
| 1818 | 30,177,238<br>161,948 | 30,189,500<br>204,500 | +0,0004 | 7,4798565 |
| 1819 | 30,339,186<br>199,863 | 30,394,000<br>200,500 | +0,0018 | 7,4827875 |
| 1820 | 30,539,049<br>188,227 | 30,594,500<br>197,300 | +0,0018 | 7,4856461 |
| 1821 | 30,727,276<br>212,144 | 30,791,800<br>192,700 | +0,0021 | 7,4884310 |
| 1822 | 30,939,420<br>198,634 | 30,984,500<br>189,500 | +0,0014 | 7,4911453 |
| 1823 | 31,138,054<br>221,286 | 31,174,000<br>185,223 | +0,0012 | 7,4937907 |
| 1824 | 31,359,340<br>220,546 | 31,359,340<br>182,777 | 0,0000 | 7,4963719 |
| 1825 | 31,579,886<br>175,974 | 31,542,000<br>178,000 | —0,0012 | 7,4988859 |
| 1826 | 31,755,860<br>157,533 | 31,720,000<br>175,000 | —0,0011 | 7,5013366 |
| 1827 | 31,913,393<br>189,071 | 31,895,000<br>172,000 | —0,0005 | 7,5037257 |
| 1828 | 32,102,464<br>139,402 | 32,067,000<br>168,000 | —0,0011 | 7,5060547 |
| 1829 | 32,241,866<br>161,074 | 32,235,000<br>164,500 | —0,0002 | 7,5083251 |
| 1830 | 32,402,940<br>157,994 | 32,399,500<br>161,434 | 0,0000 | 7,5105385 |
| 1831<br>1r janv. | 32,560,934<br>(Chiffre du recenst.) | 32,560,934 | 0,0000 | 7,5126965 |

N° 2.

*Population de la Belgique.*

| ANNÉES. | D'APRÈS L'ÉTAT CIVIL. | D'APRÈS LA FORMULE. | ERREUR. |
|---|---|---|---|
| 1815 . . . . . | 3,494,985<br>33,465 | 3,494,985<br>35,315 | 0,000 |
| 1816 . . . . . | 3,528,450<br>38,104 | 3,530,300<br>35,500 | 0,000 |
| 1817 . . . . . | 3,566,554<br>15,329 | 3,565,800<br>35,500 | 0,000 |
| 1818 . . . . . | 3,581,883<br>26,708 | 3,601,300<br>35,600 | + 0,005 |
| 1819 . . . . . | 3,608,591<br>37,303 | 3,636,900<br>35,700 | + 0,008 |
| 1820 . . . . . | 3,645,894<br>30,774 | 3,672,600<br>35,800 | + 0,007 |
| 1821 . . . . . | 3,676,668<br>45,200 | 3,708,400<br>35,800 | + 0,008 |
| 1822 . . . . . | 3,721,868<br>47,858 | 3,744,200<br>36,000 | + 0,006 |
| 1823 . . . . . | 3,769,726<br>46,523 | 3,780,200<br>36,049 | + 0,003 |
| 1824 . . . . . | 3,816,249<br>50,828 | 3,816,249<br>36,050 | 0,000 |
| 1825 . . . . . | 3,867,077<br>46,780 | 3,852,299<br>36,001 | — 0,004 |
| 1826 . . . . . | 3,913,857<br>42,661 | 3,888,300<br>36,100 | — 0,006 |
| 1827 . . . . . | 3,956,518<br>38,462 | 3,924,400<br>36,200 | — 0,008 |
| 1828 . . . . . | 3,994,980<br>46,519 | 3,960,600<br>36,200 | — 0,008 |
| 1829 . . . . . | 4,041,499<br>33,213 | 3,996,800<br>36,300 | — 0,011 |
| 1830 . . . . . | 4,074,712<br>22,178 | 4,033,100<br>36,300 | — 0,010 |
| 1831 . . . . . | 4,096,890<br>33,231 | 4,069,400<br>36,400 | — 0,007 |
| 1832 . . . . . | 4,130,121<br>12,136 | 4,105,800<br>36,457 | — 0,006 |
| 1833 . . . . .<br>1er janvier. | 4,142,257 | 4,142,257 | 0,000 |

No 3.

*Tableau des progrès de la population dans le comté d'Essex en Angleterre, depuis* 1811 *jusqu'à* 1831.

| ANNÉES. | D'APRÈS les registres des paroisses. | D'APRÈS la formule. | ERREUR proportionnelle. |
|---|---|---|---|
| 1811 . . . . . . . . . | 252,473 | 252,473 | 0,000 |
| 1812 . . . . . . . . . | 255,410 | 256,600 | + 0,004 |
| 1813 . . . . . . . . . | 258,393 | 260,500 | + 0,008 |
| 1814 . . . . . . . . . | 262,705 | 264,400 | + 0,006 |
| 1815 . . . . . . . . . | 266,143 | 268,300 | + 0,008 |
| 1816 . . . . . . . . . | 270,270 | 272,100 | + 0,006 |
| 1817 . . . . . . . . . | 274,088 | 275,650 | + 0,005 |
| 1818 . . . . . . . . . | 278,513 | 279,300 | + 0,002 |
| 1819 . . . . . . . . . | 282,232 | 282,700 | + 0,001 |
| 1820 . . . . . . . . . | 285,797 | 286,100 | + 0,001 |
| 1821 . . . . . . . . . | 289,424 | 289,424 | 0,000 |
| 1822 . . . . . . . . . | 293,085 | 292,600 | — 0,001 |
| 1823 . . . . . . . . . | 296,436 | 295,750 | — 0,002 |
| 1824 . . . . . . . . . | 299,166 | 298,800 | — 0,001 |
| 1825 . . . . . . . . . | 302,302 | 301,600 | — 0,002 |
| 1826 . . . . . . . . . | 304,482 | 304,570 | 0,000 |
| 1827 . . . . . . . . . | 306,474 | 307,300 | + 0,002 |
| 1828 . . . . . . . . . | 308,887 | 309,800 | + 0,003 |
| 1829 . . . . . . . . . | 311,807 | 312,400 | + 0,002 |
| 1830 . . . . . . . . . | 314,306 | 314,900 | + 0,002 |
| 1831 . . . . . . . . . | 317,233 | 317,233 | 0,000 |

N° 4.

*Population de la Russie.* (Individus de la communion grecque.)

| ANNÉES. | D'APRÈS LES REGISTRES DE l'église grecque. | D'APRÈS LA FORMULE. |
|---|---|---|
| 1796 . . . . . . . . . . | 29,177,980 | 29,177,980 |
| | 461,521 | |
| 1797 . . . . . . . . . . | 29,639,501 | 30,332,000 |
| | 461,525 | |
| 1798 . . . . . . . . . . | 30,101,026 | 31,424,000 |
| | 428,248 | |
| 1799 . . . . . . . . . . | 30,529,274 | 32,456,000 |
| | 432,418 | |
| 1800 . . . . . . . . . | 30,961,692 | 33,350,000 |
| | 440,000 | |
| 1801 . . . . . . . . . . | 31,401,692 | 34,338,000 |
| | 453,205 | |
| 1802 . . . . . . . . . . | 31,854,897 | 35,191,000 |
| | 616,097 | |
| 1803 . . . . . . . . . . | 32,470,994 | 35,988,000 |
| | 475,372 | |
| 1804 . . . . . . . . . . | 32,946,366 | 36,731,000 |
| | 568,469 | |
| 1805 . . . . . . . . . . | 33,514,835 | 37,423,000 |
| | 542,701 | |
| 1806 . . . . . . . . . . | 34,057,536 | 38,065,000 |
| | 500,662 | |
| 1807 . . . . . . . . . . | 34,558,198 | 38,661,000 |
| | 468,508 | |
| 1808 . . . . . . . . . . | 35,026,706 | 39,213,000 |
| | 462,478 | |
| 1809 . . . . . . . . . . | 35,489,184 | 39,723,000 |
| | 466,712 | |
| 1810 . . . . . . . . . . | 35,955,896 | 40,195,000 |
| | 471,546 | |

| ANNÉES. | D'APRÈS LES REGISTRES DE l'église grecque. | D'APRÈS LA FORMULE. |
|---|---|---|
| 1811 . . . . . . . . . . | 36,427,442 | 40,630,000 |
| | 369,779 | |
| 1812 . . . . . . . . . . | 36,797,221 | 41,031,000 |
| | 293,033 | |
| 1813 . . . . . . . . . . | 37,090,254 | 41,401,000 |
| | (dimin.) 2,740 | |
| 1814 . . . . . . . . . . | 37,087,514 | 41,741,000 |
| | 389,255 | |
| 1815 . . . . . . . . . . | 37,476,769 | 42,055,000 |
| | 407,473 | |
| 1816 . . . . . . . . . . | 37,884,242 | 42,342,000 |
| | 637,247 | |
| 1817 . . . . . . . . . . | 38,521,489 | 42,606,000 |
| | 670,045 | |
| 1818 . . . . . . . . . . | 39,191,534 | 42,849,000 |
| | 556,441 | |
| 1819 . . . . . . . . . . | 39,747,975 | 43,071,000 |
| | 603,025 | |
| 1820 . . . . . . . . . . | 40,351,000 | 43,276,000 |
| | 662,719 | |
| 1821 . . . . . . . . . . | 41,013,719 | 43,463,000 |
| | 600,591 | |
| 1822 . . . . . . . . . . | 41,614,310 | 43,634,000 |
| | 562,735 | |
| 1823 . . . . . . . . . . | 42,177,045 | 43,791,000 |
| | 663,345 | |
| 1824 . . . . . . . . . . | 42,840,390 | 43,935,000 |
| | 713,285 | |
| 1825 . . . . . . . . . . | 43,553,675 | 44,067,000 |
| | 633,405 | |
| 1826 . . . . . . . . . . | 44,187,080 | 44,187,080 |
| | 450,386 | |
| 1827 . . . . . . . . . . | 44,637,466 | |

***Notice sur* J.-M.-C. Van Utenhove, *membre de l'Académie royale de Bruxelles* (1.**

*Jacques-Maurice-Charles*, baron Van Utenhove, naquit à Utrecht le 26 juillet 1773. Doué de dispositions heureuses, il fit des progrès rapides dans l'étude des langues anciennes, et entra à l'âge de quinze ans à l'université de sa ville natale. Ce fut là que son goût pour les sciences exactes et pour l'astronomie en particulier, se développa par les leçons du professeur *Hennert*, qui, sorti de l'école d'*Euler*, y enseignait ces sciences avec un talent remarquable.

Les hommes les plus célèbres, les découvertes les plus heureuses jetaient à cette époque sur l'astronomie un éclat dont cette science n'avait point encore brillé jusqu'alors. Un grand nombre de personnes distinguées par leur rang ou par leur fortune s'associaient avec plaisir à des recherches pénibles, concertées sur une grande échelle et qui les mettaient en rapport avec les savans les plus illustres de l'Europe. Quoique l'observatoire d'Utrecht laissât beaucoup à désirer sous le rapport des instrumens, M. *Van Utenhove* s'y livra aux observations avec une ardeur égale à celle qu'il avait déployée, pour se mettre au courant de la théorie. On doit à son zèle et à sa persévérance, des recherches conscientieuses et utiles qui ont été insérées successivement dans l'annuaire de *Bode*, espèce de rendez-vous général pour les astronomes de tous les pays, qui y faisaient enregistrer leurs travaux.

Quand *Lalande* qui, dans sa passion pour l'astronomie, aurait voulu faire des observateurs de tous les hommes avec lesquels il était en rapport, quand *Lalande* passa en revue les différens observatoires de l'Europe, il trouva notre confrère à son poste,

---

1) Nous devons à l'obligeance de M. le professeur *Van Rees*, membre de l'Académie, plusieurs des renseignemens présentés dans cette notice, que nous avons insérée dans l'*Annuaire* de l'Académie de Bruxelles pour 1838.

et il consigna honorablement son nom dans son ordre du jour, qu'il faisait soigneusement insérer dans les journaux de l'époque ([1].

Les premières observations de M. *Van Utenhove* paraissent dater de l'année 1795. Dans une lettre adressée à l'astronome *Bode* de Berlin, il lui fait part de l'observation d'une occultation de *Jupiter* par la lune qui avait eu lieu le 23 septembre, et de celle d'une occultation d'étoile par le même astre qu'il avait faite le 30 du même mois ([2]. On voit par cette lettre qu'il avait déterminé le temps par des hauteurs correspondantes du soleil.

Les annuaires de Berlin pour 1800, 1801 et 1802, renferment encore différentes observations d'occultations d'étoiles et de planètes par la lune; mais il semblerait qu'à partir de 1799, M. *Van Utenhove* se soit moins occupé de la pratique de l'astronomie pour se livrer à la théorie de cette science ([3]. Sa vue paraissait avantageusement conformée pour les recherches astronomiques. En 1796, il s'était occupé des étoiles changeantes, et de la comparaison de différentes étoiles pour déterminer leur classement; dans la lettre qu'il écrit à l'astronome *Bode* à ce sujet, il lui marque aussi qu'en plein jour, il a pu voir *Vénus* à la vue simple, quoique cette planète fût encore loin de sa plus grande élongation et dans la partie supérieure de son orbite ([4].

M. *Van Utenhove* a calculé plusieurs de ses observations, et

---

1) « Les magistrats de la république d'Utrecht consacrèrent en 1726, à l'usage de l'astronomie, une ancienne tour de la ville. On y plaça divers instrumens : le célèbre *Van Musschenbroek*, alors professeur de philosophie et de mathématiques dans l'université d'Utrecht, y fit quelques observations, et M. *Hennert*, qui en a la direction depuis 1774, en a fait également, ainsi que M. le baron *Van Utenhove*. Mais l'observatoire est peu commode, et il y a peu d'instrumens. » Lalande, continuation de l'*Histoire des mathématiques* de *Montucla*, tom. IV, pag. 352.

2) *Astronomisches Jahrbuch für das Jahr* 1799, pag. 242.

3) On retrouve cependant encore plus tard de ses observations. Ainsi il observa l'éclipse de soleil du 16 juin 1806, *Astronomisches Jahr.* 1810, p. 183.

4) *Astronomisches Jahrbuch für das Jahr* 1800, pag. 180.

il a fait connaître les résultats auxquels il est parvenu. Ainsi, en calculant l'occultation de Mars par la lune qu'il avait observée le 30 juillet 1798 ([1], il trouva pour différence des longitudes entre Paris et Utrecht 11', 13",5 ([2]; le général *Krayenhoff*, à qui l'on doit la triangulation de la Hollande, a trouvé 11' 8" pour la même détermination.

On doit moins s'étonner que M. *Van Utenhove* ait insensiblement renoncé à l'astronomie d'observation, si l'on considère les travaux pénibles qu'impose cette science et les soins assidus qu'elle exige. Les gens du monde qui n'examinent que superficiellement les choses, et qui ne sont frappés que de la magnificence du spectacle que présente le ciel étoilé, vu commodément et pendant une nuit chaude d'été, à travers les forts instrumens de l'optique moderne, ont peine à s'imaginer ce qu'il faut de constance et de veilles, pour réunir des observations qui puissent être de quelque utilité à la science. Ces difficultés sont telles qu'il est bien rare de voir de simples amateurs d'astronomie persévérer plusieurs années dans leurs travaux; nous parlons surtout de ceux qui doivent se déplacer, pendant la nuit, pour se rendre à leur observatoire, et dont les instrumens sont trop faibles pour qu'ils puissent songer à s'occuper de mesures de précision. Notre confrère d'ailleurs n'était pas d'une constitution vigoureuse, et l'observatoire où il observait n'était pas le sien, ce qui forme une différence essentielle, quelque complaisance que mette d'ailleurs celui qui le dirige à favoriser les recherches d'un simple amateur ([3].

En 1798, M. *Van Utenhove* s'était occupé de calculer avec un soin particulier les positions de trente-cinq étoiles principales, en les rapportant au plan de l'écliptique ([4]. Ses calculs le conduisirent à faire des rapprochemens intéressans avec les

---

1) *Astronomisches Jahrbuch für das Jahr* 1801, pag. 227.

2) *Astronomisches Jahr.* 1802, pag. 252.

3) Nous avons lieu au moins de croire que c'était à l'observatoire d'Utrecht que M. *Van Utenhove* observait habituellement.

4) *Astronomisches Jahrb.* 1801, pag. 217.

déterminations connues, relativement au mouvement propre de quelques étoiles.

Vers la même époque, il insérait dans le journal hollandais : *Kunst en Letterbode* (messager des sciences et des lettres) plusieurs mémoires scientifiques dont nous nous bornerons à citer les titres :

1° *Remarques sur l'opinion de Bode relativement au déplacement des pôles* (1800).

2° *Observations et calcul de l'orbite de la comète de* 1811.

3° *Réfutation de l'hypothèse de Flauguergues sur l'identité des comètes de* 1811 *et* 1301.

Enfin ce fut encore par les soins de notre confrère que fut publié à Amsterdam, vers la même époque (en 1801), la traduction française des *lettres cosmologiques* de *Lambert* par M. *Darquier* de Toulouse. M. *Van Utenhove* y joignit une biographie de l'auteur et plusieurs notes intéressantes, concernant les progrès de l'astronomie depuis l'époque où l'édition allemande de cet ouvrage avait paru.

La plupart des sociétés savantes du pays s'étaient empressées d'associer M. *Van Utenhove* à leurs travaux ; il avait été élu membre de la société des sciences de Harlem en 1808 ; il fut, en 1816, nommé membre de la 1re classe de l'institut royal des Pays-Bas, et il publia, dans les recueils de ce corps savant :

1° Un mémoire sur la division du cercle en parties égales ; tome IV, p. 92 (1815) ;

2° Un mémoire sur l'invariabilité des forces centrifuges dans le mouvement cycloïdal. *Nouv. mém.*, tome 1, p. 145 ;

3° Un mémoire sur la différence des miroirs sphériques et paraboliques dans les télescopes. *Nouv. mém.*, tome II, p. 107.

M. *Van Utenhove* a cherché à déterminer dans ce dernier mémoire quelle est la plus grande erreur que l'on commet en prenant au lieu de ces derniers miroirs les premiers ; il décrit à cet effet un cercle dont le centre est sur l'axe de la parabole, à une distance du sommet de cette courbe double de celle du foyer. Ce cercle représente une section méridienne du miroir sphérique. En menant alors un rayon du centre, et en nommant $\delta$

le prolongement de ce rayon compris entre la circonférence et la parabole, il calcule sa valeur en fonction de la distance focale et du diamètre du miroir; il applique ensuite la formule à différens exemples, et trouve que la quantité $\delta$ est dans sa plus grande valeur $\frac{1}{1778}$ d'une ligne dans le grand télescope d'*Herschel;* et $\frac{1}{1001}$ dans le grand télescope fait pour l'observatoire de Leyde, par les artistes frisons *Rienks* et *Roelofs*. Nous avons particulièrement parlé de ce mémoire, parce qu'il avait une utilité de circonstance. Le gouvernement, dans la vue d'encourager la construction des télescopes, avait dépensé des sommes assez considérables, pour plusieurs de ces instrumens dont le principal, qui est très-défectueux, se trouve à l'observatoire de Leyde (1.

On trouve encore dans les mémoires de l'institut des Pays-Bas, des annotations de M. *Van Utenhove* à un mémoire *sur la détermination de la longueur d'un arc elliptique au moyen d'un arc circulaire*, qu'il avait traduit en langue hollandaise, à la demande de l'institut. Ce mémoire, écrit primitivement en latin, était de notre compatriote le commandeur de Nieuport (2, qui avait été trop poli pour se refuser aux hommages de la traduction; mais qui, avec sa causticité habituelle, s'en montrait assez peu flatté. On ne saurait disconvenir en effet que l'habitude d'écrire les ouvrages scientifiques dans une langue parlée par un petit nombre d'hommes, doit à la fin réagir d'une manière fâcheuse sur l'état intellectuel d'un peuple, qui se prive ainsi volontairement de tout moyen de contact et de communication avec le monde savant, et s'isole en quelque sorte au milieu de l'Europe. C'est un inconvénient qu'ont senti les savans les plus distingués de la Hollande, qui ont en général écrit leurs ouvrages en latin, en français ou en allemand. Il y a des nécessités devant lesquelles il faut savoir plier.

---

1) Nous en possédons un de moindre dimension à l'observatoire de Bruxelles, mais il laisse aussi beaucoup à désirer.

2) Voyez la notice sur ce savant, dans le tom. V de la *Correspondance mathématique*, pag. 242.

M. *Van Utenhove* fut un des premiers membres que l'académie s'associa, après sa réorganisation en 1816 : il fut élu le 30 novembre, et sa nomination fut agréée le 15 décembre suivant. Notre nouveau confrère n'enrichit nos recueils d'aucun de ses ouvrages, mais il se rendit très-utile à nos travaux par les nombreux rapports qu'il fut chargé de faire et dont il s'acquittait toujours avec autant de zèle que de savoir. On peut dire même que quelques-uns de ses rapports étaient de véritables mémoires académiques, et il est à regretter que nous n'eussions pas alors nos bulletins pour les recueillir. L'un de ces rapports, qui renferme des recherches curieuses sur les courbes spiriques, puisées particulièrement dans les ouvrages des anciens, a été imprimé dans le tome V de nos mémoires couronnés. Nous citons ici ce rapport avec d'autant plus d'empressement, qu'il nous fournit l'occasion de rectifier une erreur faite au préjudice de notre confrère. M. *Chasles*, en parlant de cet écrit avec éloge, nous l'a attribué dans les notes de son ouvrage remarquable sur l'histoire de la géométrie ([1].

En 1818, M. *Van Utenhove* avait été détourné de ses paisibles occupations scientifiques par son élection à la seconde chambre des États-Généraux, pour la province d'Utrecht. Il remplit avec zèle les devoirs attachés à cette place, qu'il occupa jusqu'en 1830. Le Roi avait reconnu ses mérites, en le nommant en 1825, chevalier de l'ordre du lion Belgique. Il faut convenir du reste que le député d'Utrecht n'avait aucune des qualités physiques qui constituent l'orateur ; mais il réunissait à des connaissances profondes, une probité sûre, une grande habitude du travail et une scrupuleuse exactitude, qualités peut-être plus précieuses encore dans nos assemblées législatives. Dans ses relations particulières, il était d'un commerce très-doux, ses dehors étaient généralement graves, et par là même rendaient parfois fort amusantes les préoccupations auxquelles il était assez sujet,

---

[1]) Tom. XI des *Mémoires couronnés de l'Académie royale de Bruxelles*, pag. 272.

comme la plupart des gens d'étude. Nous nous bornerons à en citer un seul exemple. Dans une circonstance assez solennelle et pendant une discussion entièrement étrangère à l'astronomie, à laquelle il assistait sans y prendre aucune part, il fut subitement et malicieusement interpellé par un collègue fatigué de ces débats, et invité à dire son avis sur la différence entre le temps vrai et le temps sidéral. M. *Van Utenhove* croyant que son avis était invoqué de bonne foi, entama aussitôt une dissertation longue et savante qui, comme on le pense bien, fit en effet cesser entièrement la discussion.

Rendu à ses études favorites, notre confrère s'occupa particulièrement d'observations météorologiques. Elles sont surtout précieuses pour la partie barométrique : elles ont été faites au moyen d'un excellent baromètre de *Bunten* comparé préalablement au baromètre qui sert aux observations journalières de l'observatoire de Paris. Les journaux de ces observations, continuées régulièrement depuis 1830 jusqu'en 1836, sont déposés aux archives de l'institut des Pays-Bas.

M. *Van Utenhove* possédait une bibliothèque composée avec choix des livres les plus précieux et les plus rares, particulièrement pour les sciences; il en a fait imprimer le catalogue à Bruxelles, en 1827, sous le titre : *Bibliotheca continens libros selectos in omni genere disciplinarum, præcipuè verò mathematicarum* (1. Nous ne pensons pas que ce catalogue ait été mis en vente; il était destiné à être distribué aux amis de l'auteur et aux savans de sa connaissance.

M. *Van Utenhove* mourut, à l'âge de 63 ans, le 1er septembre 1836, à Lienden en Gueldre, où il se trouvait accidentellement.

---

1) Brochure in-8o, chez Wahlen.

---

## *Aperçu des recherches de M.* Whewell, *sur les marées* [1].

La Société royale de Londres a décerné, le 30 novembre dernier, jour anniversaire de sa fondation, une des médailles royales, à M. *Whewell*, pour les recherches sur les marées, qui ont fait l'objet de différens mémoires publiés par ce savant dans les Transactions Philosophiques. Nous allons tâcher de donner ici une idée générale des résultats de ces recherches.

Les travaux de M. *Whewell* ont été dirigés vers trois points principaux, savoir : 1° la marche de la *marée* (*tide-wave*) [2] dans les différentes parties de l'Océan; 2° la comparaison des lois *déduites de l'observation* en différens lieux, avec la *théorie*; 3° les lois de l'*inégalité diurne* de la marée.

### I.

Le *premier* mémoire de M. *Whewell*, relatif aux marées, parut en 1833, sous le titre de *Premier essai d'une carte de lignes cotidales* (*Essay towards a first approximation to a map of cotidal lines*). Par *lignes cotidales*, M. *Whewell* entend des lignes tracées sur la surface de l'Océan et passant par tous les points pour lesquels l'heure de la pleine mer est la même. Ainsi, l'on sait que la pleine mer a lieu au même instant sur la côte de Guinée et sur la côte opposée du Brésil, ou sept heures environ après le passage de la lune au méridien; on en conclut que la *ligne cotidale de sept heures*, traverse l'Océan Atlantique dans le voisinage de l'équateur. En tirant parti de tous les matériaux qu'il put trouver dans les livres d'astronomie et de navigation, les

---

[1]) Cette note est la traduction d'un article destiné à paraître dans un journal anglais; elle a été traduite, avec le consentement de l'auteur, par M. *Mailly*, attaché à l'observatoire de Bruxelles. Nous donnerons dans un prochain numéro les résultats des calculs sur les marées dans les ports de Belgique, d'après les observations faites par ordre du gouvernement. A. Q.

[2]) L'auteur entend par *tide-wave*, cette protubérance d'eau au-dessus de la surface de l'Océan, qui se meut le long des mers, et produit dans un lieu quelconque, la pleine mer ou la basse mer, à l'instant où les parties élevées ou déprimées de la surface liquide atteignent ce lieu. (*Note du traducteur.*)

cartes marines, les voyages, etc., M. *Whewell* essaya de tracer les lignes cotidales de chaque heure sur la plus grande partie de la surface du globe. Il y réussit fort bien pour toute l'étendue des côtes de l'Europe, pour l'Océan Atlantique et les mers des Indes, et pour le voisinage de la Nouvelle-Zélande; mais il fut moins heureux en ce qui concerne l'Océan Pacifique: là, presque tout reste à faire, parce qu'on n'a pas de données suffisantes sur les marées des îles de la côte occidentale de l'Amérique et sur celles des mers de la Chine. L'on voit facilement que les lignes cotidales indiquent la marche de la marée (*tide-wave*).

Pour améliorer ce premier essai, en se bornant toutefois aux côtes de l'Europe, des observations furent faites sur une grande échelle, à la demande de M. *Whewell*. Les côtes de la Grande-Bretagne et de l'Irlande sont occupées par 547 stations d'une garde, dont l'objet spécial est d'empêcher la contrebande. Le directeur de ce service, le capitaine *Bowles*, donna des ordres pour que des observations de marées fussent faites et continuées pendant quinze jours, à chacune de ces stations, en juin 1834. Déjà, l'on put, d'après l'examen des résultats déduits de ces observations, acquérir une idée plus exacte de la marche de la marée le long des côtes de la Grande-Bretagne et de l'Irlande. En juin 1835, ces observations furent répétées par les mêmes personnes et durant la même période, en coïncidence avec celles qui se faisaient à la même époque par ordre des puissances maritimes de l'Europe et de l'Amérique du nord, sur les côtes de leurs pays respectifs, savoir: en vingt-huit endroits de l'Amérique, sept de l'Espagne, sept du Portugal, seize de la France, cinq de la Belgique, dix-huit des Pays-Bas, trente-quatre du Danemarck et trente-quatre de la Norwége; en sorte que les observations s'étendaient des bouches du Mississipi au cap nord de la Norwége.

Le capitaine *Beaufort*, hydrographe de la marine, fit calculer toutes ces observations dans les bureaux de l'amirauté, et M. *Whewell* en consigna les résultats dans la *troisième* et la *sixième* série de ses recherches sur les marées, qui avaient pour titres: Sur les résultats des observations de marées, faites en

juin 1834, aux stations de la garde des côtes de la Grande-Bretagne et de l'Irlande (*On the results of tide observations, made in june 1834, at the coast guard of Great Britain and Ireland*, Phil. Trans., 1835); et, Sur les résultats d'un système étendu d'observations de marées, faites sur les côtes d'Europe et d'Amérique, en juin 1835 (*On the results of an extensive system of tide observations made on the coasts of Europe and America, in june* 1835, Phil. Trans., 1836). Dans ce dernier mémoire, on trouve un second essai d'une carte des lignes cotidales des côtes de l'Europe; et sur une autre carte, M. *Whewell* a indiqué, au moyen d'une notation particulière, la hauteur différente de la marée aux différens points de la côte; cette notation consiste à tracer parallèlement à la côte des lignes très-rapprochées entre elles, dont le nombre correspond au nombre de *yards* compris entre la pleine mer et la basse mer, à l'époque des grandes marées; l'on voit très-bien ainsi comment la hauteur de la marée varie d'un point au point voisin. Pour bien saisir la forme générale et la distribution des lignes cotidales, il faut examiner les cartes de M. *Whewell*. Nous nous bornerons ici à signaler la tendance que ces lignes semblent manifester à se resserrer près de la côte pour en suivre la limite extérieure. Quelquefois aussi, leur forme est singulièrement modifiée, lorsque des marées arrivent par des canaux séparés qui interfèrent entre eux, ou bien, dans quelques cas, lorsqu'une marée interfère avec elle-même sans l'interposition d'aucun canal. L'exemple le plus curieux de ce phénomène, que l'on connaisse, se rencontre dans l'Océan Germanique, où il existe deux systèmes de lignes cotidales, dans lesquels la marée semble éprouver un mouvement de translation autour du point de rencontre des lignes de chacun des systèmes.

La marée qui entre dans l'Océan Germanique entre la Norwége et les îles d'Orkney, s'y divise; une faible partie se dirige vers le sud, le long des côtes de la Grande-Bretagne; mais arrivée au pays de Norfolk, qui forme un coude, elle tourne vers l'est, remonte la côte nord de l'Allemagne, et va rejoindre la marée principale sur les rivages du Danemarck. La mer plus étroite entre Suffolk et Kent d'une part, la Hollande et la Bel-

gique de l'autre, est occupée par une marée qui, bien que la continuation de la précédente des deux côtés, peut être considérée comme accomplissant une révolution séparée ; en effet, du côté de l'Angleterre, elle s'avance vers le détroit de Douvres, tandis qu'elle y a son point de départ, du côté de la Belgique; à Yarmouth, la marée n'arrivant qu'un peu plus tard qu'au Texel, la ligne menée par ces deux points peut être considérée comme la limite du circuit.

La théorie de l'hydrodynamique, dans son état actuel, répand très-peu de jour sur ces phénomènes intéressans. Pour se rendre compte des raisons mécaniques qui déterminent la forme et la distribution des lignes cotidales, il faudrait résoudre le problème du mouvement des ondes, non-seulement dans un *canal* de profondeur variable, mais aussi dans un *bassin* de profondeur variable et de forme donnée : problème qu'on n'a pas encore résolu. Si d'une autre part on réfléchit à l'extrême petitesse des marées dans de vastes mers telles que l'Atlantique, où elles n'ont que deux ou trois pieds de hauteur, et l'Océan Pacifique, où l'on prétend qu'elles sont imperceptibles, l'on devra convenir qu'il nous est encore impossible de nous représenter le mouvement de la marée autour du globe.

## II.

Nous venons de voir que la théorie ne peut jusqu'ici rendre compte des phénomènes que nous offrent les marées, considérées quant à l'*espace;* si on les considère *quant au temps*, c'est-à-dire dans leurs rapports avec les mouvemens du soleil et de la lune, l'on trouve encore bien des phénomènes que la théorie ne peut expliquer ; mais d'autres ont conduit à des comparaisons fort curieuses, qui ont fait le second objet des recherches de M. *Whewell;* ici la route avait été aplanie par M. *Lubbock*, qui, dans les Transactions Philosophiques de 1831, avait, d'après dix-neuf années d'observations pour le port de Londres, trouvé un accord très-satisfaisant entre les lois empiriques des marées et la théorie de l'équilibre, telle que l'a éta-

blie *Bernouilli*, surtout en ce qui concerne la loi de l'intervalle qui s'écoule entre le passage de la lune au méridien et l'heure de la pleine mer. Cet intervalle est affecté d'une inégalité dont la période s'accomplit dans l'espace d'une demi-lunaison, et que, pour ce motif, l'on a appelée l'*inégalité semi-mensuelle*. Non-seulement la loi de cette inégalité, mais en grande partie son étendue, s'accordent fort bien avec la théorie. M. *Lubbock* ayant publié dans les Transactions de 1835, une autre discussion de dix-neuf années d'observations de marées, faites à Liverpool, M. *Whewell* en déduisit, dans les Transactions de 1836, une concordance remarquable entre l'observation et la théorie, en ce qui concerne l'inégalité semi-mensuelle, considérée tant par rapport à l'époque que par rapport à la hauteur de la pleine mer.

M. *Lubbock* avait calculé les effets de la parallaxe et de la déclinaison de la lune; M. *Whewell* pensa qu'il serait intéressant de comparer ces résultats à la théorie; ce fut l'objet de la *deuxième* et de la *quatrième* série de ses recherches, intitulées : Des lois empiriques des marées dans le port de Londres (*On the empirical laws of the tides in the port of London*, Phil. Trans., 1834); et, Des lois empiriques des marées dans le port de Liverpool (*On the empirical laws of the tides in the port of Liverpool*, Phil. Trans., 1836). Il fit voir qu'il y avait encore ici entre les résultats de l'observation et la théorie, non plus une concordance entière, mais au moins un certain rapport. Ainsi, d'après la théorie, l'effet perturbatif de la parallaxe lunaire sur l'heure de la pleine mer, est proportionnel à la variation de la parallaxe, et au sinus du double angle horaire de la lune; l'observation donne un résultat semblable, sauf qu'il faut ajouter une quantité constante. La parallaxe modifie donc un peu l'époque à laquelle il faut rapporter l'angle horaire. On trouve un rapport analogue entre l'effet perturbatif de la déclinaison déduit de la théorie et celui qui a lieu réellement. M. *Whewell* suggéra différens moyens, tous nécessairement imparfaits, pour représenter les effets de la parallaxe et de la déclinaison de la lune, et pour rendre compte de l'écart que l'on remarque entre l'observation et la théorie de l'équilibre. Mais la plus heureuse de ces

tentatives est due à M. *Lubbock;* ce savant, au lieu de rapporter la marée au dernier passage de la lune, imagina de la rapporter à un passage antérieur, d'un, de deux ou d'un plus grand nombre de jours. L'on voit facilement que ce procédé peut expliquer les résultats de l'observation; en effet, puisque la variation de l'angle horaire de la lune, d'un jour à l'autre, est d'autant plus rapide que la parallaxe est plus grande (la lune étant alors plus rapprochée de la terre et sa vitesse plus grande); si nous rapportons l'heure de la pleine mer au passage du mardi, tandis qu'elle devrait l'être à celui du lundi, l'intervalle (entre le passage et l'heure de la pleine mer) va se trouver affecté d'une erreur qui sera la parallaxe multipliée par une constante; et l'on voit, qu'en rapportant la marée à une époque antérieure, la constante dont il a été question plus haut, pourra s'évanouir. M. *Lubbock* a démontré l'exactitude de ce procédé ingénieux, dans un mémoire qui a paru dans la seconde partie des Transactions Philosophiques pour 1836.

Pour le port de Londres, il faut rapporter la marée au passage de la lune qui a eu lieu cinquante-une heures auparavant; mais il reste encore alors une petite différence qu'on ne sait pas expliquer.

L'inégalité semi-mensuelle nous force même à choisir l'époque de la marée antérieure, avec une différence de trente-cinq minutes pour la hauteur et pour l'instant de la pleine mer; et la comparaison de la parallaxe observée et calculée, met encore en évidence une faible constante à ajouter au sinus du double angle horaire. Il paraîtrait donc que les inégalités dues à la parallaxe et à la déclinaison de la lune, ne peuvent pas, quoique généralement conformes à la théorie de l'équilibre, être représentées exactement par une modification de cette théorie.

Observons encore que, si nous pouvions obtenir un accord exact de ce genre, il resterait pour les personnes qui s'occupent d'hydrodynamique, à démontrer qu'un pareil accord résulte du mécanisme des fluides, c'est-à-dire, que dans un fluide en mouvement, sollicité par diverses forces, l'onde produite par la tendance à l'équilibre, éprouve des variations de

grandeur et de vitesse, qui correspondent aux variations de grandeur et de place dans la montagne d'eau que les forces produiraient si le fluide devait prendre une position d'équilibre. Cette proposition d'hydrodynamique ou une autre qui s'en rapprocherait, peut être vraie ; mais jusqu'ici nous n'avons aucune preuve de son existence.

La manière si exacte dont les effets de parallaxe et de déclinaison lunaires étaient représentés par les formules empiriques de M. *Whewell*, l'engagea à chercher à dégager des quantités qui restaient la *correction solaire*. Ce fut l'objet de la cinquième série de ses recherches; les résultats auxquels il parvint, se rapprochent encore de très-près de ceux que donne la théorie.

## III.

Dans la *cinquième* série de ses recherches, M. *Whewell* dirigea son attention sur l'*inégalité diurne* des marées à Liverpool. L'existence de cette inégalité en quelques lieux, était déjà connue du temps de *Newton;* mais on n'en avait pas encore établi les véritables lois. MM. *Dessiou* et *Bywater* la découvrirent dans les observations de Liverpool; le premier, en travaillant sous la direction de M. *Lubbock* à la discussion des marées de ce port; le second, ayant eu son attention dirigée vers ce point par les premières recherches de M. *Whewell*. Mais cette inégalité se montra sous une forme plus évidente et plus régulière dans la *septième* série des recherches de M. *Whewell:* Sur l'inégalité diurne de la hauteur de la marée, en particulier à Plymouth et à Sincapore (*On the diurnal inequality of the height of the tide, especially at Plymouth and Sincapore*, PHIL. TRANS., 1837). L'on y fait voir que l'inégalité diurne à Plymouth, donne une différence entre la hauteur de la pleine mer qui a lieu avant midi et celle qui a lieu après midi; cette différence, à son *maximum*, s'élève à un pied et demi, et parcourt dans le cours d'une demi-lunaison, un cycle d'une régularité pareille à celle que l'on remarque dans les autres phénomènes des marées. La loi de ce cycle est curieuse, et l'on était loin de s'y attendre : M. *Whewell* trouva que l'iné-

galité diurne qui, d'après la théorie, doit s'évanouir quand la lune est dans l'équateur, ce qui arriverait en effet, s'il faut en croire *Laplace*, ne s'évanouit à Plymouth que *quatre jours* après cette période; et que sa grandeur et ses variations sont déterminées par la déclinaison de la lune, qui a lieu quatre jours avant l'époque de l'observation.

Un autre exemple frappant d'inégalité diurne, se présenta à Sincapore, dans les mers de l'Inde. Là, des observations avaient été faites depuis environ une année, par M. W. *Scott*, chef du port, d'après les instructions des directeurs de la compagnie des Indes orientales. Ces observations étaient bonnes, puisqu'elles mirent en évidence une inégalité dont les lois étaient inconnues jusqu'alors et qui atteint, en ce lieu, à une hauteur dont on ne se faisait pas d'idée. L'inégalité diurne à Sincapore produit une différence d'environ deux pieds dans la hauteur de la pleine mer, et de *six pieds* dans celle de la basse mer, différence plus grande que celle que l'on trouve entre les hautes marées et les mortes-eaux. Cette inégalité diurne suit une loi semblable à celle de Plymouth; mais l'intervalle de temps est différent; elle est déterminée par la déclinaison de la lune au *quatrième* passage (supérieur ou inférieur) compté avant la marée, c'est-à-dire trente-six heures lunaires avant le dernier passage; et la correction trouvée par cette règle est si exacte, que la courbe représentant la formule théorique, se rapproche de la courbe représentant les observations à un point tel que l'on dirait qu'elle a été tracée seulement dans le but de faire disparaître des inégalités accidentelles.

D'après les calculs de M. *Bunt* et de M. *Bywater*, pour Bristol et Liverpool, il paraît que l'inégalité diurne y correspond à la déclinaison de la lune qui a eu lieu *cinq* ou *six jours* avant la marée. Il y avait donc lieu de croire que cette *époque* ou période antérieure, qui détermine l'inégalité, n'était pas la même pour les différens lieux. Afin de décider ce point, M. *Whewell* entreprit des recherches qui ont fait l'objet de la *huitième* série intitulée : Sur la marche de l'inégalité diurne le long des côtes de l'Europe (*On the progress of the diurnal inequality wave*

*along the coasts of Europe*, PHIL. TRANS. 1837). Il y examina l'inégalité diurne tant pour la pleine mer que pour la basse mer, en soixante-et-onze endroits, d'après les observations de juin 1835, et trouva que le changement dans l'époque de l'inégalité diurne n'était pas aussi considérable que ses premières recherches semblaient l'avoir indiqué. Les variations en différens points des côtes européennes sont faibles, et dues, selon toute apparence, à des causes locales; et si nous concevons que l'inégalité diurne soit amenée par une marée (*tide-wave*) diurne qui arrive à des intervalles de trente-quatre heures lunaires, il faut supposer que cette marée se meut le long de nos côtes, en se partageant de la même manière que l'onde semi-diurne qui amène chaque marée.

L'énorme inégalité diurne à Sincapore ne pouvait manquer de rappeler à la mémoire des personnes à qui le sujet des marées est familier, d'autres particularités que l'on attribue aux marées de certains endroits dans la mer de l'Inde. Ainsi, du temps de *Newton*, on prétendait qu'à Batshan dans le Tonquin il n'y avait qu'une marée par jour; en différens points des côtes de l'Australie, il n'y aurait qu'une marée tous les vingt-quatre heures; dans d'autres, on a reconnu une grande inégalité diurne. M. *Whewell* montre que pour une partie de la lunaison, il peut résulter d'une forte inégalité diurne qu'il semble n'y avoir qu'une marée par jour; il en donne un exemple, tiré des observations du capitaine *Fitz-Roy*, au détroit de S^t-Georges. Ces phénomènes auront probablement donné naissance à l'étrange histoire qui a circulé dernièrement dans ce pays: on disait que dans un ou plusieurs endroits des côtes de l'Australie, la marée s'écarte des lois ordinaires, au point d'arriver de jour en jour *plus-tôt* (à un intervalle de temps donné) au lieu de retarder d'un jour à l'autre, comme elle doit le faire en vertu de l'action lunaire.

Nous venons de résumer les résultats auxquels est parvenu M. *Whewell*. Pendant le cours de ses recherches, il fit un grand nombre d'hypothèses et de conjectures qu'il abandonna ou modifia plus tard. Ainsi, lorsqu'il parut que les changemens dans

la marée, dus à la parallaxe et à la déclinaison lunaires, coïncidaient si bien avec les changemens de la marée (considérée dans la théorie de l'équilibre) à des époques antérieures, M. *Whewell* imagina de représenter les phénomènes des marées en Europe par une marée théorique qui aurait pris naissance dans certaines parties de l'Océan du Sud, et se serait propagée vers notre continent à travers de certains canaux. Mais des difficultés nombreuses se présentèrent quand il s'agit de modifier ces hypothèses pour faire coïncider les résultats, qui s'en déduisaient avec les phénomènes observés. De plus, jusqu'au moment où nous connaîtrons la nature du mouvement de propagation de la marée dans l'Océan du Sud et l'Océan Pacifique, d'après les observations et avec assez d'exactitude pour tracer la marche de la marée autour du globe, il n'est pas probable que nous puissions nous faire une idée exacte du mouvement général des eaux, ou bien rapporter ce mouvement aux principes fondamentaux de l'hydrodynamique. Déjà l'on a fait beaucoup pour la théorie des marées; mais on n'en voit que mieux tout ce qui reste encore à faire.

Observons toutefois que les résultats obtenus jusqu'ici, présentent un haut intérêt et une grande importance. L'on a fait un très-grand pas en prouvant l'accord des faits avec la théorie de l'équilibre, quoique l'application de cette théorie n'ait pas encore été basée sur des principes de mécanique. La détermination des lois de l'inégalité diurne, en mettant en évidence un caractère remarquable du problème d'hydrodynamique, nous offre encore les moyens d'améliorer sous le point de vue matériel, les tables de marées. L'on a déjà tenu compte de cette inégalité dans les tables de Liverpool, de Bristol, de Plymouth, ainsi que dans celles de Londres par M. *Lubbock*, quoique pour ce dernier port, l'inégalité paraisse être faible et irrégulière par rapport à ce qu'elle est dans d'autres localités. Si la carte des lignes cotidales pouvait être complétée (ce qui doit arriver avant peu d'années, maintenant que l'attention des hommes de mer et des savans est dirigée vers ce point), cette carte, avec quelques tables additionnelles, deviendrait une table générale des

marées, qui prédirait l'heure de la pleine mer dans chaque partie du monde avec une exactitude et une certitude surpassant de beaucoup tout ce que l'on aurait cru possible jusque-là.

Dans son dernier mémoire, M. *Whewell* insiste sur la nécessité pour chaque nation maritime, de calculer les lois de ses propres marées. C'est, d'après lui, le seul moyen de jeter du jour sur cet objet qui nécessite des calculs immenses, et qui offre des particularités si nombreuses; c'est en combinant les résultats obtenus dans des lieux différens, ajoute-t-il, que l'on arrivera aux résultats généraux les plus satisfaisans; c'est dans ce but qu'il a jusqu'à présent suivi la marche de l'inégalité diurne seulement sur les côtes de l'Europe, quoiqu'il eût pu en faire autant pour celles de l'Amérique du nord, au moyen des observations de juin 1835.

Si, par exemple, les observations de marées que l'on fait à Ostende, Anvers et dans d'autres ports de la Belgique, étaient faites avec tout le *soin* désirable, et discutées d'après le mode pratiqué en partie à l'observatoire de Bruxelles, sous la direction de M. *Quetelet*, il est indubitable qu'après un très-court espace de temps, il serait possible de construire des tables de marées indépendantes pour chacun de ces ports. Une demi-année suffirait pour donner l'inégalité semi-mensuelle de temps et de hauteur dont l'importance est de beaucoup la plus grande, et pour déterminer l'inégalité diurne si elle existe. Deux ou trois années feraient connaître les corrections relatives à la parallaxe, et une période un peu plus longue mettrait en évidence les effets de la déclinaison de la lune.

---

### *Sur les couronnes*, par M. Delezenne.

(*Extrait des Mémoires de la Société royale des Sciences de Lille.*)

Quand on regarde, à travers un réseau à stries parallèles, une longue ouverture rectiligne uniformément large de 1 à 3 milli-

mètres et fortement éclairée, les spectres diffractés sont eux-mêmes d'une largeur uniforme, très-brillans et nullement hachés sur leurs bords, parce que les intervalles opaques $q$, transparens $t$ et leurs sommes S sont constans. Il n'en est plus de même quand on regarde la même ouverture avec un verre uniformément chargé d'une poudre à globules égaux ou à peu près égaux; alors les spectres sont mal terminés, ils sont dentelés sur leurs bords; les couleurs sont ternes, mêlées, parce que les intervalles $t$, $q$ et S sont un peu variables, et ce mauvais effet est d'autant plus sensible que les globules diffèrent plus en diamètres et sont moins uniformément répandus. Lors même qu'ils sont égaux, sphériques et bien distribués, il est des intervalles opaques $q$ plus efficaces les uns que les autres : ce sont probablement le diamètre et quelques cordes très-peu distantes du centre. D'après la forme complexe de chaque ouverture, il est à plus forte raison des portions de chacune beaucoup plus efficaces les unes que les autres : ce sont les lignes qui, par leur position et leur direction, diffèrent le moins de leurs voisines immédiates de chaque côté. Les parties les plus brillantes du spectre sont produites par l'action combinée de ces divers intervalles les plus efficaces. Pour que le phénomène observé ait lieu, s'il n'est pas trop irrégulier, il faut que la somme S soit à très-peu près constante pour chaque poudre, et pour qu'on puisse assimiler les phénomènes produits par les deux sortes de réseaux, il faut de plus que le rapport de $t$ à $q$ soit à très-peu près constant d'une poudre à l'autre, au moins si, comme tout l'indique, c'est le diamètre du globule qui est l'intervalle opaque $q$ le plus efficace.

Soit une suite de réseaux à stries parallèles équidistantes et pour lesquels la somme S des intervalles opaque $q$ et transparent $t$ est constante ainsi que la déviation D, le rapport $\frac{q}{t}$ pourra varier d'un réseau au suivant; par exemple, si $q$ va en croissant d'un réseau au suivant, $t$ ira nécessairement en diminuant. Au contraire si le rapport $\frac{q}{t}$ est constant dans tous les réseaux, et si l'une des deux quantités S et D est constante, l'autre le sera aussi. Enfin si le rapport $\frac{q}{t}$ est constant, ainsi que les deux quantités

S et D, tous ces réseaux seront identiques. Tout cela est évident par soi-même.

Soit maintenant une série de réseaux à globules égaux entre eux dans tous les réseaux, c'est-à-dire que $q$ est constant. Quelle que soit la distance entre ces globules dans chaque réseau ou d'un réseau à l'autre, la déviation D ne varie pas : c'est un fait constaté par l'expérience ; cette distance n'a d'influence que sur la quantité de lumière diffractée. Donc, alors la somme S *efficace* est constante, ainsi que $q$, donc l'intervalle transparent $t$ *efficace* est constant ; donc il y a un rapport entre $t$ et $q$, entre $t$ et S et entre $q$ et S. Ainsi, pour les réseaux à globules, la déviation ne dépend pas exclusivement de la somme S, comme pour les réseaux à stries, elle dépend aussi de l'intervalle opaque $q$, puisque S est une fonction de $q$. Voilà la différence caractéristique entre les deux sortes de réseaux.

J'ai fait voir par des expériences faites au verre rouge saupoudré de lycopode que $S = q + t = 0,0340$, et par des mesures directes au microscope que $q = 0,0272$ environ, d'où j'ai conclu que $\frac{q}{S} = \frac{4}{5}$ ; mettant pour S sa valeur $\frac{5}{4}q$ dans l'équation $D \times S = l$, on aura $D \times \frac{5}{4}q = l$, ou plus exactement

$$\sin. D \times \frac{5}{4}q = l, \text{ d'où } q = \frac{4}{5}\frac{l}{\sin. D}.$$

Ce rapport $\frac{q}{S} = \frac{4}{5}$ doit rester constant pour toutes les poudres composées de grains sphériques et opaques ; il se déduit même d'une conjecture faite d'après une remarque de *Fraunhofer* et je le croyais assez bien établi pour qu'on pût s'en servir au moins comme d'une approximation pratique suffisante dans ces sortes d'expériences, en attendant qu'une théorie exacte et développée vienne en donner la vraie valeur. Je me vois obligé de soumettre la valeur $\frac{4}{5}$ de ce rapport à un nouvel et plus minutieux examen, car la confiance que je lui accordais vient d'être fortement ébranlée. En effet, dans plusieurs mémoires du plus haut intérêt que M. *Babinet* vient de présenter à l'académie des sciences, sur l'optique météorologique et l'optique minéralogi-

que, ce savant donne la formule

$$q = \tfrac{1}{2} \frac{l}{\sin. D}$$

pour déterminer le diamètre des corps déliés qui produisent des couronnes ou anneaux colorés.

Cette formule suppose que $t=q$, ce qui n'est pas admissible quand on assimile comme je le fais le phénomène des couronnes à celui d'un réseau à stries parallèles, car un verre chargé à l'excès donne de brillans anneaux bien que *tous* les globules se touchent alors et que nécessairement l'intervalle transparent soit moindre que le diamètre du globule, ce qui m'a fait conclure qu'on doit avoir $\frac{q}{t} > 2,732054$ et par suite $\frac{q}{S} > 0,73205$.

On aurait $q=t$, si la partie opaque $q$ n'était pas le diamètre même du globule, mais bien une corde égale au rayon. Cela est possible pour une suite de cercles en contact, ayant leurs centres en ligne droite, mais si d'autres cercles sont tangens à ceux-là deux à deux, il n'est plus possible de tracer une ligne droite telle que la partie extérieure soit égale à la corde; elle sera toujours plus petite que cette corde.

A moins que la somme S ne soit égale au diamètre des globules, on ne peut non plus avoir

$$q = \frac{l}{\sin. D},$$

car ce serait supposer que $t=o$, ce qui serait absurde.

Ainsi, toujours en assimilant le phénomène produit par les réseaux à petits globules sphériques et égaux, au phénomène produit par les réseaux à stries parallèles, assimilation que je chercherai à justifier par l'expérience, le coefficient numérique $m$ dans la formule

$$q = m \frac{l}{\sin. D}$$

est nécessairement plus grand que $\frac{1}{2}$ et plus petit que 1. Il est

même compris entre 0,732054 et 1. Il ne peut être qu'indiqué et non rigoureusement déterminé par l'expérience, quand même on pourrait se procurer des poudres à grains opaques, sphériques et parfaitement égaux, car les méthodes les plus délicates, les plus précises, ne donneront jamais mathématiquement la mesure de $l$, de D et de $q$. Une théorie à faire peut seule donner l'exacte valeur de $m$, ou une formule rigoureuse. Je me propose donc de faire voir que $m = \frac{4}{5} = 0,8$ satisfait assez bien aux observations pour qu'on puisse appliquer la formule

$$q = 0,8 \frac{l}{\sin. D}$$

à la mesure des globules d'eau qui composent les nuages légers donnant naissance à des couronnes. Je ne négligerai aucun détail essentiel, car l'importance de la question scientifique et la faiblesse de ma voix m'imposent l'obligatiou de multiplier les mesures et les vérifications.

PRÉPARATIFS.

*Réseaux.*

Je me suis procuré 8 réseaux (micromètres) différens. Les stries parallèles ont trois millimètres de longueur. Trois millimètres sont divisés chacun en 40, 50, 66 ⅔, (ou 200 pour les 3), 80, 100, 125, 166 ⅔ (ou 500 pour les 3) et 200 parties égales. Bien que ces micromètres soient construits avec soin [1], on reconnaît au microscope que les traits égaux ne sont pas espacés d'une manière rigoureusement égale. En ce genre, la perfection absolue est par trop difficile à atteindre. Pour abréger le discours, je désignerai constamment ces micromètres (réseaux) par un chiffre mis entre deux parenthèses. Ainsi, par exemple, (80) signifiera : *le réseau dans lequel chaque millimètre est divisé en* 80 *parties égales.*

---

[1] Par M. *Richer*, rue de Harlay, n° 2, faubourg Saint-Antoine, à Paris.

*Stéphanoscopes.*

Je désigne sous ce nom la combinaison d'un verre bleu cobalt avec un verre clair brun-bleuâtre, ou brun-rougeâtre, et à l'aide de laquelle on voit les couronnes produites par les nuages qui passent près du soleil ou sur cet astre. Ces verres ne sont pas travaillés; ils sont collés à la térébenthine. Ces stéphanoscopes sont plus ou moins épais, plus ou moins clairs; ils ont des teintes légèrement différentes. Je les désignerai par un numéro. Ainsi nº 4 signifiera : *le stéphanoscope portant le* nº 4. Ce nº 4 est composé de deux verres bleu cobalt travaillés et d'un verre brun-violâtre aussi travaillé. Ces trois verres sont collés à la térébenthine. Le nº 5 est composé d'un verre bleu cobalt et d'un verre orangé-brun; il ne convient pas à toutes les observations. En le saupoudrant et visant au soleil, il montre des couronnes alternativement rouges et vertes. Le nº 6 est composé de deux verres rouge-foncé, antiques, collés. Ce n'est pas un stéphanoscope proprement dit.

CHOIX ET PRÉPARATION DES POUDRES.

*Carie du blé.*

Les grains du lycopode ne sont ni assez sphériques, ni assez égaux pour me faire espérer mieux que ce qu'ils m'ont donné. La carie du blé mûr est de beaucoup préférable sous ces divers rapports. La poudre extraite par pression d'un grain très-sec et dont on a cassé le bout s'étend uniformément sur le verre, surtout s'il a été essuyé avec un linge fin, imperceptiblement humecté d'une très-petite goutte d'essence de térébenthine nouvellement distillée. La vieille est trop épaisse et doit servir dans d'autres cas. On incline le verre, on le heurte de l'ongle sur la tranche pour promener la poudre sur toute la surface et l'on fait tomber l'excédant par un choc du verre par sa tranche sur la table. J'ai quelque répugnance à écrire ces menus détails dont

je sens le ridicule; mais il faut bien que je dise comment j'ai opéré à ceux qui n'auront confiance aux résultats qu'après avoir répété les expériences.

### *Lycoperdon cervinum, de Linné.*

J'ai encore trouvé dans ce champignon, gros comme une noix, à enveloppe chagrinée et solide, une poudre composée de grains opaques, noirs, sphériques, mais inégaux et mêlés de matière étrangère. J'ai assez bien réussi à enlever toute cette matière ainsi que les plus petits globules, par le procédé suivant, applicable à une autre poudre dont je parlerai. Je répands la poudre sur un grand verre sec et propre; je l'étale comme il vient d'être dit. Je redresse alors verticalement le verre; en le heurtant sur sa tranche les plus gros globules coulent, les plus petits et la matière étrangère restent attachés au verre, qu'on essuie pour recommencer l'opération. Il faut patiemment réitérer ces sortes de lavages pour obtenir une poudre noire, pure, coulante et composée de globules à peu près égaux.

Pour abréger et pour gagner de la place dans les tableaux je désignerai cette poudre purifiée par le seul mot : cervinum. Pour saupoudrer un verre de cervinum, il faut employer l'essence.

### *Lycoperdon inconnu.*

Je désignerai ainsi, et même par l'abréviation ly.[n] I, un lycoperdon très-commun dans la forêt de Fontainebleau. L'extrême vétusté des échantillons n'a pas permis d'en déterminer l'espèce. Il contient une poudre brune composée d'une infinité de petits globules mêlés à des globules noirs beaucoup plus gros et à une grande quantité de fragmens sans forme déterminée. La poussière provenant de 8 champignons a été passée au tamis de soie très-fin, puis, par des lavages, plus long-temps continués sur le verre que pour le cervinum, j'ai obtenu une petite quantité de poudre presque noire qui ne contient plus guère que les plus gros globules mêlés encore à un peu de matière étrangère.

*Réticulaire des jardins.*

Le champignon connu sous le nom vulgaire de réticulaire des jardins m'a offert une poudre chocolat très-abondante et qui s'étale très-bien à sec sur le verre.

*Carie du seigle.*

La poudre du seigle carié et cueilli avant la maturité ne peut s'étendre sur le verre. Les globules s'agglomèrent, ils forment comme une pâte. Pour la diviser j'ai employé le procédé que je vais décrire, parce qu'il s'applique aux poudres glutineuses. Je passe au fin tamis de soie du grès tendre, pilé et bien sec. Je passe ce qui reste à un tamis de soie beaucoup moins fin et je mêle ce qui a passé avec la carie qui a traversé le plus fin des deux tamis. La proportion de sable dépend de l'état plus ou moins pâteux de la poudre à diviser. Après avoir agité la boîte qui renferme le mélange, je saupoudre à sec; il faut quelquefois recourir à l'essence, mais il faut ensuite essuyer le verre. Le sable coule sur le verre incliné et laisse une couche de la poudre dont les globules sont, pour l'ordinaire, bien uniformément distribués. S'ils sont trop accumulés on ajoute du sable. Aucun grain de sable ne reste sur le verre ainsi saupoudré.

J'ai opéré de cette manière sur le pollen de diverses plantes; sur la carie du blé cueilli avant la maturité; sur la carie de l'orge mûre, de l'avoine et du seigle. Les globules de ces trois dernières caries, de la réticulaire des jardins et de plusieurs lycoperdons ont des diamètres assez peu différens pour que je doive me borner à rapporter ici les observations faites sur la carie du seigle, car je cherche à vérifier la formule

$$q = 0{,}8 \frac{l}{\sin. D}$$

sur des poudres à grains sphériques mesurables et offrant des diamètres variés.

*Mesure approximative des globules par le microscope.*

Je me suis servi d'un microscope d'*Amici*, de la construction

de M. *Charles Chevalier*. J'ai constamment employé une combinaison de deux lentilles objectives telle que la distance focale était de 6 à 7 millimètres afin que les globules gros ou petits et les traits d'un micromètre pussent être considérés comme étant ensemble au foyer, ce qui a lieu en effet, car on n'aperçoit aucun changement quand on retourne le micromètre. J'ai ordinairement employé un oculaire tel que les centièmes de millimètre me paraissaient avoir 2 à 3 millimètres, ce qui fait un grossissement d'environ 250 fois. Quand j'ai eu besoin d'un plus fort grossissement j'ai changé d'oculaire et jamais d'objectif.

J'aurais inutilement essayé de mesurer les fins globules à la vis micrométrique. J'ai pu employer ce moyen pour le cervinum et le blé. Je me suis servi d'une combinaison de lentilles achromatiques de M. *Charles Chevalier;* mais j'ai dû faire usage d'un court foyer.

*Cervinum.*

Avec [100], bon nombre de globules tangens au bord d'un trait sont aussi tangens au bord pareil du troisième trait suivant ; on a donc, pour ces globules, $q=0{,}03$. Il y a quelques globules pour lesquels $q=0{,}015$. Pour le plus grand nombre le diamètre est moindre que 0,03. Avec [200], beaucoup de globules couvrent 6 parties ; d'autres, rares, en couvrent 7 et d'autres 5. Les plus petits, fort rares, n'en couvrent que 4. Le diamètre moyen doit être un peu au-dessous de 0,03.

J'ai mesuré ces globules à la vis micrométrique, un à un, en choisissant des gros, des moyens et des petits (en exceptant les plus petits) et à peu près dans la proportion où ils m'ont paru être. L'unité de ces mesures est le pas de vis. L'on trouve :

$q$ = 0,030198 pour les gros, en millim. [1].
$q$ = 0,029048 pour les moyens.
$q$ = 0,027511 pour les *petits moyens*.

Moyenne générale..... 0,028919

[1]) Nous omettons les détails.

*Carie du blé.*

Avec [100], beaucoup de globules couvrent $1\frac{1}{2}$ division; beaucoup d'autres $1\frac{1}{3}$; moyenne 0,0147. Avec [80], des globules couvrent juste un intervalle, depuis le bord d'un trait jusqu'au bord pareil du trait suivant, car c'est ainsi qu'il faut compter un intervalle. D'autres me paraissent couvrir 0,9; $1\frac{1}{4}$; $1\frac{1}{2}$; moyenne $\frac{4,65}{4\times 80} = 0,01453$. Avec [200], les globules moyens couvrent trois intervalles; d'autres $2\frac{1}{2}$. Les plus nombreux valent un peu moins que 0,015. Avec [$66\frac{2}{3}$], beaucoup de globules valent $\frac{1}{66\frac{2}{3}} = 0,015$, mais très-généralement ils sont un peu plus petits que 0,015. Dans ces évaluations variées je considère les intervalles comme égaux, ce qui n'est pas exactement vrai. Ces globules ont donc un diamètre moyen très-probablement compris entre 0,015 et 0,014.

Je les ai mesurés à la vis micrométrique. J'ai cherché des globules en contact et dont la ligne droite des centres fût couverte par l'axe de l'aiguille, ce qu'on obtient facilement en faisant glisser doucement le verre sur la cire molle qui l'attache à la tablette du microscope. J'ai trouvé ainsi

$$q = 0,014402.$$

Les globules du blé carié sont presque égaux, bien sphériques et peu transparens. En les observant aux rayons du soleil passant par un très-petit trou fait au fond d'un long tuyau noir, le phénomène est très-éclatant, le cercle obscur est évident, et l'on voit *cinq* couronnes rouges, circonstance qui annihile la conjecture que j'ai exprimée ailleurs, sans nuire à la conséquence vérifiée par des mesures directes et par les expériences suivantes. Le cervinum donne le cercle noir central et *cinq* anneaux rouges très-brillans; j'en ai même vu six, par un ciel pur, en visant au soleil de midi à travers un stéphanoscope un peu clair.

*Ly.*[n] I.

Les plus gros globules couvrent un peu moins que $\frac{1}{80} = 0,0125$.

Ils couvrent un peu plus que $\frac{1}{100} = 0{,}01$ ; d'autres en petit nombre ne le couvrent pas. Avec [200], on a $2\frac{1}{2}$ , $2\frac{1}{4}$, 2 et même $\frac{1}{2}$ intervalle pour les plus petits, qui sont rares. Le diamètre moyen des plus nombreux paraît être $2\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{200} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{200} = 0{,}011$, environ. Avec [$166\frac{2}{3}$] le diamètre moyen doit peu différer de $\frac{2}{166\frac{2}{3}} = 0{,}012$.

*Réticulaire.*

Les globules couvrent assez généralement $\frac{1}{200} = 0{,}005$. Il en est de plus gros et de plus petits. Avec [$166\frac{2}{3}$], le diamètre moyen est au-dessous de 0,006, ou tout au plus égal à cette quantité. Avec [200] et un fort grossissement, *j'estime* que le diamètre moyen vaut $\frac{1}{200} + \frac{1}{10}\,\frac{1}{200} = 0{,}0055$. Ces globules ne sont pas tous sphériques, beaucoup sont un peu ellipsoïdes.

*Carie du seigle.*

Avec [$166\frac{5}{3}$], beaucoup de globules couvrent un intervalle; il en est de plus gros. Plusieurs sont un peu moindres que 0,006. Avec [200], le diamètre du plus grand nombre des globules est supérieur à 0,005.

Avec [80], deux globules en contact et dont la ligne des centres est perpendiculaire aux traits du réseau couvrent souvent un intervalle, ce qui donne $q = 0{,}00625$. Le diamètre moyen est donc compris entre 0,00625 et 0,005. Il doit peu différer de 0,006.

Lorsqu'on regarde la flamme d'une bougie à travers un réseau à stries parallèles et un verre saupoudré, superposés, on voit à la fois les deux systèmes d'images. Il peut arriver que des couleurs identiques se superposent, et si l'on ajoute un verre rouge, il peut arriver qu'un anneau obscur ou brillant soit couvert par l'image rouge de la flamme ; cela dépend du rapport entre la somme S′ des intervalles opaque $q$ et transparent $t$ pour le verre saupoudré, et la somme S pour le réseau. Quand l'une de ces

coïncidences a lieu, on peut, sans rien mesurer, calculer la somme S′ inconnue au moyen de la somme S donnée.

En effet, soit $x$ la déviation pour un spectre brillant de l'ordre $n$ dans le réseau; D étant la déviation pour celui du premier ordre, on aura

$$\sin. x = \frac{2n}{2} \sin. D; \text{ or } \sin. D \times S = l, \text{ donc } \frac{2 \sin. x}{2n} \times S = l.$$

On aura de même pour le verre saupoudré $\frac{2 \sin. x'}{2n'} \times S' = l'$.

Quand deux spectres brillans de la même couleur se superposent, $l = l'$ et $x = x'$, d'où résulte

$$\frac{2 \sin. x}{2n} \times S = \frac{2 \sin. x'}{2n'} \times S' \text{ et } S' = \frac{n'}{n} \times S.$$

Soit $y$ la déviation au verre rouge pour un spectre obscur de l'ordre $n$. Si, pour plus de simplicité dans les expériences, on considère comme étant du premier ordre le spectre obscur qui vient après le spectre brillant du premier ordre, on aura pour le réseau

$$\sin. y = \frac{2n+1}{2} \times \sin. D, \text{ d'où } \frac{2 \sin. y}{2n+1} \times S = l$$

et pour le verre saupoudré............ $\frac{2 \sin. y'}{2n'+1} \times S' = l'$.

Quand deux espaces obscurs se superposent, $l = l'$ et $y = y'$, d'où résulte

$$\frac{2 \sin. y}{2n+1} \times S = \frac{2 \sin. y'}{2n'+1} \times S' \text{ et } S' = \frac{2n'+1}{2n+1} \cdot S = \frac{n'+\frac{1}{2}}{n+\frac{1}{2}} \cdot S.$$

Les quatre cas qui peuvent se présenter et les formules cor-

respondantes sont indiqués dans le tableau suivant :

| Si un spectre de l'ordre $n$ | | du réseau, couvre un anneau de l'ordre $n'$ | |
|---|---|---|---|
| | brillant | | brillant, $S' = \frac{n'}{n} S.$ |
| | | | obscur, $S' = \frac{n' + \frac{1}{2}}{n} \cdot S.$ |
| | obscur | | brillant, $S' = \frac{n'}{n + \frac{1}{2}} \cdot S.$ |
| | | | obscur, $S' = \frac{n' + \frac{1}{2}}{n + \frac{1}{2}} \cdot S.$ |

Pour se confier aux résultats fournis par cette méthode, il faut que la coïncidence soit exacte, ce qui est assez rare, et ce dont on ne peut pas toujours bien juger, parce que le déplacement de l'œil, déplace un peu les spectres du réseau. Pour bien observer il faut que les spectres des deux côtés du centre général soient simultanément vus et placés de la même manière sur les mêmes couleurs de la couronne; or, cela n'est plus possible dès que la déviation des points coïncidens est un peu grande. L'exactitude de la coïncidence est d'autant moins suspecte qu'on observe sur une couleur plus simple, aussi ai-je fait très-peu usage de la lumière blanche. J'ai employé un verre rouge antique peu foncé à la lumière artificielle et un verre rouge très-foncé aux rayons directs du soleil.

La lumière artificielle est celle d'une lampe d'*Argand;* la flamme vive est à l'un des foyers d'un réflecteur elliptique imparfait, coupé à l'autre foyer où la chaleur est brûlante et où est un diaphragme percé d'un trou de 8 à 15 millimètres. Je me place à une distance de 2 à 5 mètres, selon les cas. — J'observe sur le soleil, soit avec un stéphanoscope, soit avec un verre rouge. J'aurais pu étendre ces tableaux en y insérant les expé-

riences faites sur la flamme de l'alcool salé, et celles faites sur le soleil avec un sulfate d'ammoniaque et excès de cuivre dissous par un excès d'ammoniaque, liqueur qui donne une lumière simple ; mais les résultats sont les mêmes que ceux obtenus sur le soleil avec un verre rouge ou un stéphanoscope, ou sur la flamme de l'huile avec un verre rouge ([1].

Nous avons eu fort approximativement :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Cervinum. . | $S' = 0,0365$ | d'où $S' \times 0,8$ ou | $q = 0,0292$ |
| Blé. . . . . | $S' = 0,0180$ | | $q = 0,0144$ |
| Ly.$^{n}$ I. . . . | $S' = 0,0150$ | | $q = 0,0120$ |
| Réticulaire . | $S' = 0,0072$ | | $q = 0,00576$ |
| Seigle. . . . | $S' = 0,0075$ | | $q = 0,0060$ |

Or, ces valeurs de $q$ sont presque identiques avec celles fortement indiquées par les mesures microscopiques, donc le coefficient 0,8 employé aux observations faites sur les couronnes des premiers ordres conduit à des résultats très-approchés, dignes de quelque confiance. Je veux cependant le soumettre à de nouvelles épreuves.

Il s'agit donc maintenant de calculer S' par la formule

$$\sin. D' \times S' = l.$$

Il faut d'abord pour cela, calculer $l$ par la formule

$$\sin. D \times S = l$$

dans laquelle S est donné par les réseaux et D par une mesure directe à l'octant. Je me sers à cet effet d'un stéphanoscope

---

[1]) Des réseaux à globules ou à stries parallèles ne donnent que des images alternativement rouges et obscures quand on observe le soleil à travers une couche de 50 à 70 millimètres de teinture de tournesol avec excès d'alcali. Même résultat avec une couche de 10 à 12 centimètres de la même teinture rougie par un acide. Il passe aussi un peu de violet très-pur si la couche de teinture bleue n'est épaisse que de 25 millimètres. Je reviendrai plus loin sur cette liqueur.

combiné avec un réseau, et je mesure, sur le soleil, la déviation sur le rouge du premier ordre. Les nombres et les résultats sont dans le tableau suivant qui demande des explications.

Les angles D sont des moyennes entre trois observations seulement quand la plus petite valeur ne diffère pas de la plus grande de plus de deux minutes. J'ai augmenté le nombre des observations en proportion de la difficulté de bien mesurer D et des différences entre les mesures, différences qui, dans quelques cas, se sont élevées à dix minutes. J'ai négligé les secondes au-dessus ou au-dessous d'une décade dans les moyennes, afin d'user rapidement des tables de *Callet*. Une erreur de deux à trois minutes, bien difficile à éviter, est peu importante dans les grandes valeurs de D, elle est au contraire fort nuisible, on le sent bien, dans les petites valeurs.

Le grand miroir de l'octant en ébène dont je me sers, oscille un peu par les mouvemens de l'alidade, autour de cette alidade, j'en profite pour déplacer un peu l'image et m'assurer de la coïncidence, sans changer l'angle. Le petit miroir n'a pas ses faces rigoureusement parallèles, et le même reproche s'adresse à deux des trois verres colorés dont j'ai dû faire usage. Ajoutez à cela les défauts de la graduation ; les fréquens dérangemens par une longue exposition aux ardeurs du soleil ; la difficulté de placer le centre de l'image réfléchie du soleil, tantôt sur le centre d'une image semblable plus ou moins ronde, plus ou moins allongée, tantôt au milieu d'une plage mal terminée, et vous tolérerez les petites inégalités des résultats, inégalités que j'ai cherché à diminuer par la multiplicité des observations, qui d'ailleurs se contrôlent les unes par les autres.

J'ai mesuré la déviation D sur le milieu du rouge du premier ordre. Avec [40] et l'un quelconque des stéphanoscopes, ce rouge se présente sous la forme d'un disque nettement terminé et recouvert en partie par un disque bleu, ce qui s'oppose à une mesure bien exacte. Avec [50], ce disque rouge est séparé du disque bleu suivant. Cette même image du soleil n'est pas d'un rouge absolument simple, car elle s'allonge proportionnellement au nombre des parties égales dans le millimètre pour

les réseaux suivans, ce qui jette une incertitude de deux à cinq minutes sur la mesure de la déviation D prise au milieu de cette image allongée, inégale dans sa teinte et son intensité. J'ai dû mesurer D au *milieu* de ce rouge plus ou moins allongé, parce que je me proposais de mesurer D′ au milieu du rouge qui s'élargit aussi de plus en plus, et par la même raison, dans les couronnes du premier ordre, en observant avec des poudres de plus en plus ténues.

Le stéphanoscope est appliqué, au moyen d'un peu de cire molle, contre la face postérieure de la pinnule de l'octant; le réseau est appliqué de même contre la face antérieure. Des papiers noirs épais, collés sur l'alidade et le bois de l'instrument, interceptent toute lumière étrangère. L'image du soleil est réfléchie par la partie nue du petit miroir. Pour les déviations supérieures à celle du premier ordre, on est presque toujours obligé d'éteindre, au moyen de l'un des trois verres colorés, la vive lumière de cette image réfléchie, parce que, vue à travers la poudre, elle s'entourerait de couronnes qui nuiraient à l'observation.

| Stéphanoscope. | S. | D. | *Sin.* D×S ou *l*. | Stéphanoscope. | S. | D. | *Sin.* D×S ou *l*. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N° 1. | $\frac{1}{40}$ | 1°40′ 0″ | 0,000727118 | N° 2. | $\frac{1}{40}$ | 1°35′ 0″ | 0,00070531 |
| | $\frac{1}{50}$ | 2 5 0 | 0,000727006 | | $\frac{1}{50}$ | 2 3 40 | 0,00071931 |
| | $\frac{1}{80}$ | 3 21 0 | 0,000730440 | | $\frac{1}{80}$ | 3 20 0 | 0,00072681 |
| | $\frac{1}{100}$ | 4 9 0 | 0,000723680 | | $\frac{1}{100}$ | 4 4 0 | 0,00070917 |
| | $\frac{1}{166\,2/3}$ | 6 59 0 | 0,000729440 | | $\frac{1}{166\,2/3}$ | 6 53 0 | 0,00071910 |
| | $\frac{1}{200}$ | 8 24 20 | 0,000730895 | | $\frac{1}{200}$ | 8 22 0 | 0,00072754 |
| | | Moyenne. | 0,00072810 | | | Moyenne | 0,00071668 |

| Stéphanoscopes. | S. | D. | *Sin.* D×S ou *l*. | Stéphanoscopes. | S. | D. | *Sin.* D×S ou *l*. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1/40 | 1°36′ 0″ | 0,00069804 | | 1/40 | 1°40′ 0″ | 0,00072712 |
| | 1/50 | 2 3 0 | 0,00071543 | | 1/50 | 2 4 0 | 0,00072125 |
| | 1/80 | 3 20 0 | 0,00072681 | | 1/80 | 3 22 0 | 0,00073407 |
| N° 3. | 1/100 | 4 6 0 | 0,00071498 | N° 4 | 1/100 | 4 10 0 | 0,00072658 |
| | 1/166 2/3 | 6 54 30 | 0,00072169 | | 1/166 2/3 | 7 0 0 | 0,00073122 |
| | 1/200 | 8 18 0 | 0,00072178 | | 1/200 | 8 22 0 | 0,00072753 |
| | | Moyenne | 0,00071646 | | | Moyenne | 0,00072796 |
| | 1/40 | 1°34′ 0″ | 0,00068350 | | 1/40 | 1°31′20″ | 0,00066412 |
| | 1/50 | 2 0 40 | 0,00070187 | | 1/50 | 1 52 40 | 0,00065535 |
| | 1/80 | 3 20 40 | 0,00072923 | | 1/80 | 3 8 0 | 0,00068324 |
| N° 5. | 1/100 | 4 8 20 | 0,00072175 | N° 6. | 1/100 | 3 54 20 | 0,00068112 |
| | 1/166 2/3 | 6 54 0 | 0,00072082 | | 1/166 2/3 | 6 35 0 | 0,00068789 |
| | 1/200 | 8 16 0 | 0,00071890 | | 1/200 | 7 46 0 | 0,00067570 |
| | | Moyenne | 0,00071268 | | | Moyenne | 0,00067457 |

Après avoir mesuré les angles D pour calculer les valeurs de $l$, j'ai substitué aux réseaux des verres parallèles saupoudrés et j'ai mesuré les angles D′ pour calculer S′ au moyen de D′ et de $l$, par la formule $S' = \frac{l}{\sin. D'}$. Les données et les résultats sont dans les tableaux suivans :

| Stéphanoscopes. | l | D' | CERVINUM S' | S' × 0,8 ou q |
|---|---|---|---|---|
| N° 1 | 0,00072810 | 1° 9' 0" | 0,036278 | 0,02902 |
| N° 2 | 71668 | 1 8 0 | 0,036234 | 0,02899 |
| N° 3 | 71646 | 1 10 30 | 0,034939 | 0,02795 |
| N° 4 | 72796 | 1 12 0 | 0,034760 | 0,02781 |
| N° 5 | 71268 | 1 7 40 | 0,036209 | 0,02897 |
| | | | Moyenne. . . | 0,02855 |

| Stéphanoscopes. | l | D' | BLÉ S' | S' × 0,8 ou q |
|---|---|---|---|---|
| N° 1 | 0,00072810 | 2° 24' 0" | 0,017387 | 0,01391 |
| N° 2 | 71668 | 2 20 10 | 0,017582 | 0,01407 |
| N° 3 | 71646 | 2 21 30 | 0,017412 | 0,01393 |
| N° 4 | 72796 | 2 21 0 | 0,017753 | 0,01420 |
| | | | Moyenne. . . | 0,01403 |

| Stéphanoscopes. | l | D' | Ly.n I S'. | S' × 0,8 ou q |
|---|---|---|---|---|
| N° 1 | 0,00072810 | 2° 29' 40" | 0,016729 | 0,01338 |
| N° 2 | 71668 | 2 35 0 | 0,015901 | 0,01272 |
| N° 3 | 71646 | 2 38 30 | 0,015545 | 0,01244 |
| N° 4 | 72796 | 2 35 0 | 0,016150 | 0,01292 |
| | | | Moyenne. . . | 0,01286 |

| Stéphanoscopes | $l$ | D′ | RÉTICULAIRE S′ | S′ × 0,8 ou $q$ |
|---|---|---|---|---|
| N° 1 | 0,00072810 | 5° 41′ 10″ | 0,0073487 | 0,005879 |
| N° 2 | 71668 | 5 41 20 | 0,0072299 | 0,005684 |
| N° 3 | 71646 | 5 42 50 | 0,0071962 | 0,005757 |
| N° 4 | 72796 | 5 43 0 | 0,0073081 | 0,005846 |
| | | | Moyenne. . . | 0,005791 |

| Stéphanoscopes. | $l$ | D′ | SEIGLE S′ | S′ × 0,8 ou $q$ |
|---|---|---|---|---|
| N° 1 | 0,00072810 | 5° 28′ 20″ | 0,0076702 | 0,006136 |
| N° 2 | 71668 | 5 29 0 | 0,0075001 | 0,006000 |
| N° 3 | 71646 | 5 33 0 | 0,0074080 | 0,005926 |
| N° 4 | 72796 | 5 34 30 | 0,0074933 | 0,005995 |
| | | | Moyenne. . | 0,006001 |

Tous ces résultats s'accordent d'une manière satisfaisante avec ceux de la pag. 152 et avec les observations microscopiques.

Je donnerai encore quelques détails sur une poudre de la couleur du tabac d'Espagne et provenant d'un champignon que je ne connais pas. Avec [200], tout grain placé sur un intervalle transparent paraît tangent aux deux bords intérieurs, et comme j'estime à $\frac{1}{5}$ la largeur du trait, ce globule doit avoir un diamètre d'environ $\frac{1}{200} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{200} = 0,004$. Avec [100], il faut plus de deux globules à la file pour couvrir un intervalle, donc $q < 0,005$. Sur un intervalle entre deux bords semblables se trouvaient trois globules en contact et dont la ligne des centres m'a paru faire un angle de 45 degrés avec la direction des traits. Il suit de là que

le diamètre doit peu différer de

$$\frac{0,01}{1+\sqrt{2}} = 0,004142.$$

La déviation D′ prise avec le n° 3 est de 7° 26′ 40″, d'où $S' = 0,00552974$ et $S' \times 0,8 = q = 0,004424$.

Je crois donc la formule

$$q = 0,8 \frac{l}{\text{sin. D}}$$

suffisamment exacte pour les applications à la mesure du diamètre des globules d'eau dans les nuages qui produisent des couronnes observées avec un stéphanoscope. On peut s'en servir en attendant qu'elle soit corrigée par des expériences mieux faites, avec de meilleurs instrumens ou des méthodes plus précises, ou enfin, en attendant qu'une théorie à faire conduise à une formule rigoureuse.

---

## ÉTOILES FILANTES.

*Extrait du n° 22 des* Comptes-rendus *de l'académie royale des sciences de Paris*, 27 *novembre* 1837.

« M. *Arago* communique les résultats que sa correspondance particulière lui a déjà fournis, au sujet des étoiles filantes du milieu du mois de novembre. Il fait d'abord remarquer qu'on s'est trop hâté en affirmant positivement que ces météores ont manqué au *rendez-vous*, en ajoutant que dès aujourd'hui il ne peut plus être question de leur périodicité, etc. Les précédentes apparitions n'ont pas eu lieu *exactement* à la même date; ainsi, l'absence d'étoiles filantes à Paris, pendant la nuit *sereine* du 12 au 13 novembre, ne prouve rien. La clarté de la pleine lune aurait d'ailleurs suffi pour effacer toutes celles de ces étoiles que

l'intensité de leur lumière aurait placées au-dessous de la seconde grandeur. En admettant la constance de la date, rien ne dit, en outre, que ce n'est pas de jour que les étoiles attendues ont traversé l'atmosphère de la capitale. Personne enfin n'a prétendu que l'atmosphère *tout entière* de la terre dût être envahie par le courant de météores. En 1833, lorsqu'en Amérique ils étaient un objet d'effroi pour les populations, on les remarquait à peine en France. L'an dernier, sur *la Bonite*, on ne voyait que quelques rares étoiles filantes, le jour où en Europe leur grand nombre frappait tous les yeux. Sans doute, des ténèbres enveloppent encore la cause de ce curieux phénomène; mais n'est-ce pas une raison de plus pour ne laisser passer aucune observation sans la recueillir.

*Nuit du 12 au 13 novembre.*

| | | |
|---|---|---|
| *Paris.* . . . | Une seule étoile filante, à 1 h. 50′ temps moyen. | |
| *Montpellier.* | A 9 h., temps vrai. | Une étoile filante. |
| | De 3 h. à 4 h. 45′ | Absolument rien. |
| | De 4 h. 45′ à 5 h | Trois étoiles filantes. |

Les trois étoiles sont parties d'un point situé à 20° environ, au sud de δ du lion. Elles marchaient vers le sud, avec une grande vitesse, et à peu près dans la direction du méridien. La première brillait comme une étoile de première grandeur.

Le temps était parfaitement serein.

(*Observations de M.* Bérard).

*Genève.*

Minuit 20′, temps....; étoile filante qui passe vers les étoiles ι et θ du pied de la grande ourse, en se dirigeant obliquement vers l'horizon.

2 h. 50′. Étoile filante d'un faible éclat, qui traverse le carré de la petite ourse, obliquement à l'horizon et de l'est à l'ouest.

3 h. 10′. Étoile filante fort belle, partant du lion et se dirigeant vers la tête de la grande ourse.

4 h. 8′. Étoile filante d'un faible éclat, marchant de la grande ourse à la petite ourse, et traversant le carré de celle-ci parallèlement à l'horizon.

4 h. 12′. Étoile filante rouge, se dirigeant du carré de la grande ourse vers l'étoile polaire.

4 h. 25′. Étoile filante partant de la queue de la grande ourse et se dirigeant obliquement vers l'horizon. Ciel nuageux, peu propre aux observations.

(*Observations de M.* Wartmann).

*Marseille.*

7 h. 0′. Temps vrai; étoile filante de première grandeur, près de $\beta$ d'Andromède, dirigée du midi au nord.

2 h. 18′. Étoile filante de deuxième grandeur; au S.-E., à 10° de hauteur; direction du sud à l'est.

2 h. 48′. Étoile filante de deuxième grandeur, provenant du lion, depuis le cœur de l'hydre jusqu'au navire. Trajet de 20° en 1″.

3 h. 38′. Étoile filante de troisième grandeur, partant de près de Sirius, et allant vers le S.-O., dans la direction de $\gamma$ du lion. Trajet court et rapide d'environ 10°.

3 h. 42′. Étoile filante de deuxième grandeur; entre Pollux et Procyon, allant à l'opposite du lion. Trajet de 4 à 5° en moins de 1″.

4 h. 18′. Étoile filante de troisième grandeur; de Sirius à l'opposite du lion. Trajet de 4 à 5° en ½ seconde.

5 h. 24′. Étoile filante de troisième grandeur; vers la queue du grand chien, venant de $\gamma$ du lion. Trajet de 4 à 5° en ½ seconde.

5 h. 38′. Étoile filante de troisième grandeur; près du cœur de l'hydre, venant de $\gamma$ du lion. Trajet de 4 à 5° en ½ seconde.

5 h. 46′. Étoile filante de première grandeur; de *Régulus* à l'opposite de $\gamma$ du lion; 4 à 5° de trajet en ½ seconde.

6 h. 6′. Étoile filante de première grandeur; de Jupiter vers $\gamma$ du lion; 20° de trajet en 1″.

De ces *dix* étoiles filantes, les *huit* dernières se mouvaient suivant la direction attendue. On peut donc supposer qu'elles appartenaient au groupe déjà reconnu. Sans la clarté de la lune, on en eût probablement aperçu un beaucoup plus grand nombre. Le ciel était parfaitement serein.

(*Observations de M.* Valz, *directeur de l'observatoire de Marseille*).

*Nuit du* 14 *au* 15 *novembre.*

*Jambles* (Saône et Loire). De 8 h. à 8 h. ½ (temps moyen), 39 étoiles filantes, marchant toutes de l'est à l'ouest.

(*Observations de M.* De Nervaux).

*Nuit du* 15 *au* 16 *novembre.*

*Paris* (heure non-déterminée), 17 étoiles filantes en une minute et demie. Elles partirent toutes de la constellation de Cassiopée ou de ses environs, et se dirigèrent de l'est à l'ouest-nord-ouest.

(*Observations de M. Ch.* Danse, *faites au collège Rollin*).

---

*Extrait du n°* 24 *des* Comptes-rendus de l'institut (11 *décembre* 1837). — *Lettre de M.* Edward C. Herrick, *de New-Haven* (*Connecticut*), *à M.* Arago.

« A la fin de l'année 1836, M. *Quetelet* signalait les environs du 10 août, comme une époque d'apparitions extraordinaires d'étoiles filantes. L'*Introduction à la philosophie naturelle de Musschenbroek,* ouvrage qui parut en 1762, a fourni depuis au savant astronome de Bruxelles, un passage qui, malheureusement, manque de précision, mais duquel résulte cependant avec quelque probabilité, que le même phénomène s'observait déjà il y a 75 ans. L'année 1837, a confirmé, comme chacun sait, l'heureuse conjecture de M. *Quetelet.* Il est donc très-important de former aujourd'hui le catalogue le plus complet possible des

apparitions inusitées d'étoiles filantes qui ont pu être observées dans le mois d'août. M. *Quetelet* a commencé ce travail; M. *Herrick* s'y est aussi consacré, et l'on verra par divers extraits de sa lettre à M. *Arago*, combien son contingent est déjà précieux.

» 9 *août* 1779. — Les *Transactions philosophiques*, vol. 70, renferment une lettre de sir *William Hamilton*, dans laquelle après avoir décrit l'éruption du Vésuve de 1779, l'auteur ajoute : le 9 août, à 7 heures du soir, tout était calme. Chacun remarqua que cette nuit là, pendant plusieurs heures après l'éruption, l'atmosphère était remplie des météores vulgairement connus sous le nom d'étoiles filantes.

» 8 *août* 1781. — M. *Caleb Gannett*, dans son *Historical register of the aurora borealis* (voyez *Memoir of the American academy*, Boston, 1785), dit que dans la nuit du 3 août 1781, il se montra un grand nombre de météores, et qu'ils marchaient, en général, du nord-ouest au sud-est.

» 9 *août* 1799. — Dans un ouvrage curieux publié il y a longtemps par le célèbre lexicographe Dr *Noah-Webster*, intitulé : *Brief history of epidemie and pestilential diseases* (Hartford, 1799), on lit dans le deuxième volume, page 89 : « Pendant la grande chaleur qui développa la maladie pestilentielle de l'été dernier, 1798, les petits météores ou étoiles filantes furent incroyablement nombreux durant plusieurs nuits, vers le 9 août. Presque tous marchaient du nord-est au sud-ouest, et se succédaient si rapidement, que l'œil d'un spectateur curieux était presque constamment en action. »

» 9 *août* 1820. — Dans *Tilloch's philoso. Mag. and Journal*, in-8°, et London Mag. 1821, vol. 57, M. *John Farey* a annoncé que dans la nuit du 9 *août* 1820, *il fut témoin, à Gosport, d'un nombre inaccoutumé d'étoiles filantes.*

» 10 *août* 1826. — *Il y eut une apparition peu ordinaire d'étoiles filantes, dans la nuit du* 10 *août*. La citation est tirée des *Results of a meteorological journal* d'août 1826, tenu *at the observatory of the royal academy*, Gosport.

» 10 *août* 1823. — M. le professeur *H. W. Brandès*, dont les

observations sur les étoiles filantes sont, sans contredit, les meilleures que nous ayons, dit dans l'*Unterhaltungen für Freunde der Physick und Astronomie*, Leipsig, 1825, in-8°, que : « Dans la nuit du 10 août 1823, lui et ses associés, notèrent, dans moins de deux heures, *cent quarante* étoiles filantes, sans parler de celles dont ils ne parvinrent pas à tracer la route. » M. *Brandès* ajoute : « Cette soirée était si tranquille, l'air si doux, le ciel, quoique un peu nuageux, si riche en étoiles filantes, qu'elles attirèrent l'attention des voyageurs qui devaient le moins s'intéresser à un pareil phénomène. »

» 10 *août* 1833. — Dans le *London's Magazine of nat. hist.*, in-8°, London, mai 1837, p. 232, on lit : « 10 août 1833, entre 10 h. et minuit, étoiles filantes et météores, à Worcestershire. »

Pour de plus grands détails, il faudrait consulter un Mémoire de M. *Lees*, inséré dans l'*Analyst* (London), août 1834, n° 1, p. 33. Je n'ai pas pu, dit M. *Herrick*, me procurer ce journal.

» 10 *août* 1834. — *Un nombre extraordinaire de brillans météores ou étoiles filantes, fut vu dans quelques parties de cette contrée.* Ce passage est tiré du registre météorologique du Dr *Henri Gibbons*, observateur exact et digne de toute confiance, qui était alors à Wilmington (Delaware).

» *Nuit du* 9 *au* 10 *août* 1836. — Dans le *Meteorological appendix* au rapport des régens de l'université de New-York, rédigé en mars 1837, je trouve page 169 : « 9 août 1836, météores fréquens pendant la nuit, à Bridgewater, New-York, professeur *B.-J. Joslin*, de Schenectady, New-York. Un observateur exact et soigneux, dit M. *Herrick*, m'a communiqué l'extrait suivant de ses notes : « En combinant toutes mes observations, je trouve que pendant la plus grande partie de la soirée, à la fin comme au commencement, les étoiles filantes tombèrent à raison d'à peu près *cent cinquante par heure.* » C'est assurément un nombre bien au delà de la moyenne ordinaire.

» *Nuit du* 9 *au* 10 *août* 1837. — Un nombre extraordinaire *d'étoiles filantes ou de bolides*, fut remarqué dans différentes villes des États-Unis. Les circonstances de ces apparitions ont été signalées dans le *American journal of science*, for october 1837. »

— « Pendant les quelques heures de séjour que je fis dernièrement à Bruxelles, M. le docteur *Th. Forster*, nous parla à M. *Quetelet* et à moi, d'une indication curieuse contenue dans un manuscrit qui remonte probablement à la fin du XVII^e siècle, mais dont il serait maintenant très-utile de rechercher la date précise. Ce manuscrit, conservé dans un des colléges de Cambridge, est intitulé : *Ephemerides rerum naturalium*. C'est un calendrier où l'on voit, à côté de chaque jour de l'année, un pronostic ou une remarque relative aux phénomènes naturels qui caractérisent ces diverses époques de l'année ; eh bien ! dans cette sorte de calendrier, en regard de 10 août, se trouve le mot *meteorodes* !

» M. *Forster* nous apprit, en même temps, que ses compatriotes catholiques avaient si bien remarqué anciennement le nombre inusité d'étoiles filantes du 10 août, qu'ils ne s'étaient pas crus dispensés d'en chercher la cause. Suivant eux, ces étoiles étaient les larmes brûlantes de saint Laurent, dont la fête arrive précisément ce jour-là. Il y a presque toujours quelque chose à gagner dans l'examen attentif des préjugés populaires. »

(Note de M. Arago).

---

*Diverses propriétés des surfaces du 2^d degré*, par M. Chasles.

I. *Étant donnée une surface du second degré, par un point quelconque de l'espace, on peut mener deux plans, et on n'en peut mener que deux, tels que les sections qu'ils feront dans la surface aient chacune un foyer en ce point.*

En effet, que l'on forme la surface *homologique* à la proposée, ayant pour centre le point donné M [1]. Par ce point on pourra mener deux plans qui couperont cette surface suivant des cercles. A ces cercles correspondront dans la première surface des

---

[1]) Voir *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* ; p. 785.

courbes homologiques qui seront des coniques ayant chacune un foyer au centre des cercles, c'est-à-dire au point M ([1].

Ainsi par ce point on peut mener deux plans qui coupent la surface proposée suivant des coniques ayant chacune un foyer en ce point : on n'en peut pas mener un troisième qui jouisse de cette propriété; parce que ce troisième plan devrait couper la surface homologique suivant un cercle; ce qui est impossible.

Ainsi le théorème est démontré.

II. *Par un diamètre d'une surface du second degré, on peut toujours mener un plan qui coupera la surface suivant une conique dont ce diamètre sera un axe principal; et on ne peut mener généralement qu'un tel plan.*

En effet, que par l'extrémité du diamètre on mène le plan tangent à la surface et dans ce plan la tangente perpendiculaire au diamètre; le plan qui passera par cette tangente et par le diamètre, coupera la surface suivant une conique pour laquelle ce diamètre sera un axe principal, puisque la tangente à son extrémité lui est perpendiculaire.

Il est clair qu'aucun autre plan ne jouit de la même propriété, parce que par l'extrémité du diamètre on ne peut mener qu'une tangente à la surface qui soit perpendiculaire au diamètre.

Ainsi le théorème est démontré.

III. *Si, autour d'un diamètre d'une surface du second degré, on fait tourner un plan, et qu'on cherche les deux axes principaux de la section que ce plan fait dans la surface; tous ces axes principaux formeront un cône du troisième degré.*

En effet, le diamètre par lequel passe le plan sécant, est une génératrice du cône lieu des axes principaux en question, puisqu'on peut mener un plan qui fasse une section qui ait ce diamètre pour axe principal. Donc tout plan mené par ce diamètre coupe le cône suivant trois arêtes; et ne peut le couper suivant un plus grand nombre, donc le cône est du troisième degré.

IV. Si le diamètre de la surface est compris dans le plan d'une

---

[1]) Voir *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie;* pag. 786.

section circulaire, tout autre diamètre compris dans ce plan sera un axe principal de cette section; ce qui prouve que ce plan fait partie de la surface conique du troisième degré; l'autre partie est donc une surface du second degré, donc :

*Si autour d'un diamètre d'une surface du second degré, compris dans le plan d'une section circulaire, on fait tourner un plan, et qu'on prenne les deux axes principaux de la section que ce plan fera dans la surface, le lieu géométrique de ces axes sera un cône du second degré.*

---

*Propriétés des lignes et des surfaces du second degré*, par M. Chasles.

Théorème I. *Si dans le plan d'une conique on prend deux systèmes de trois points tels que chacun d'eux ait pour polaire la droite qui joint les deux autres, on a six points par lesquels on peut faire passer une seconde conique.*

Soient $a$, $b$, $c$ les trois points du premier système, et $a'$, $b'$, $c'$ ceux du second. Il faut démontrer que ces six points sont sur une conique.

Menons la droite $ca'$; son pôle sera le point d'intersection des polaires des deux points $c$, $a'$, lesquelles sont les deux droites $ab$, $b'c'$; soit $\beta$ le point d'intersection. Pareillement, le pôle de la droite $cb'$ est le point d'intersection $\alpha$ des deux droites $ab$, $a'c'$.

Les quatre droites $ca$, $cb$, $ca'$, $cb'$, ont donc pour pôles respectifs les quatre points $b$, $a$, $\beta$, $\alpha$. On a donc, d'après une propriété générale que j'ai démontrée pour les surfaces du second degré, et qui s'applique aux coniques ([1], l'équation

$$\frac{\sin.\ a'ca}{\sin.\ a'cb} : \frac{\sin.\ b'ca}{\sin.\ b'cb} = \frac{\beta b}{\beta a} : \frac{\alpha b}{\alpha a}.$$

Or les quatre droites $c'a$, $c'b$, $c'a'$, $c'b'$, étant issues d'un même

---

[1]) *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes géométriques*; pag. 687.

point $c'$ et passant respectivement par les quatre points $a, b, \alpha, \mathfrak{C}$ qui sont en ligne droite, on a l'équation

$$\frac{\sin.\ b'c'b}{\sin.\ b'c'a} : \frac{\sin.\ a'c'b}{\sin.\ a'c'a} = \frac{\mathfrak{C}b}{\mathfrak{C}a} : \frac{\alpha b}{\alpha a}. \quad (^1$$

On a donc, à cause de ces deux équations,

$$\frac{\sin.\ a'ca}{\sin.\ a'cb} : \frac{\sin.\ b'ca}{\sin.\ b'cb} = \frac{\sin.\ b'c'b}{\sin.\ b'c'a} : \frac{\sin.\ a'c'b}{\sin.\ a'c'a} = \frac{\sin.\ a'c'a}{\sin.\ a'c'b} : \frac{\sin.\ b'c'a}{\sin.\ b'c'b}.$$

Cette équation prouve que le rapport *anharmonique* (² des quatre droites $ca, cb, ca', cb'$, est égal au rapport anharmonique des quatre droites $c'a, c'b, c'a', c'b'$. D'où il suit, d'après une propriété générale des sections coniques, que les quatre points $a, b, a', b'$, où ces droites se coupent deux à deux, respectivement, sont sur une conique qui passe par les deux points $c, c'$ (³.

Ainsi le théorème est démontré.

---

¹) *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes géométriques ;* pag. 302.

²) Quand quatre droites A, B, C, D sont issues d'un même point, j'ai appelé l'expression

$$\frac{\sin.\ C,A}{\sin.\ C,B} : \frac{\sin.\ D,A}{\sin.\ D,B}$$

*rapport anharmonique* des quatre droites.

Pareillement, quand quatre points $a, b, c, d$ sont en ligne droite, l'expression

$$\frac{ca}{cb} : \frac{da}{db}$$

est leur *rapport anharmonique*.

L'usage répété que j'ai fait de ces expressions et de leurs propriétés m'a obligé de leur consacrer ces dénominations. Voir *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes géométriques ;* pages 34 et 302.

³) *Ibid.* pag. 334.

Théorème II. *Si l'on prend, dans le plan d'une conique, deux systèmes de trois droites telles que le pôle de chacune d'elles soit le point de concours des deux autres, ces six droites seront tangentes à une même conique.*

Ce théorème se conclut du premier, par le principe de dualité. Mais on peut aussi le démontrer directement, en suivant la même marche que pour le premier et en s'appuyant sur la proposition que j'ai appelée *propriété anharmonique des tangentes* d'une conique ([1].

Étant donnée une surface du second degré, par un point fixe, pris arbitrairement dans l'espace, on peut mener d'une infinité de manières, trois droites telles que la polaire de chacune d'elles, par rapport à la surface, soit dans le plan des deux autres.

J'ai appelé les trois droites d'un tel système, *axes conjugués relatifs au point fixe.* Ces trois droites rencontrent le plan polaire du point fixe en trois points qui sont tels que la polaire de chacun d'eux, par rapport à la courbe d'intersection de la surface par ce plan, passe par les deux autres.

On conclut donc des deux théorèmes précédens, celui-ci :

Théorème III. *Étant donnée une surface du second degré, si l'on prend deux systèmes quelconques de trois axes conjugués relatifs à un même point:*

1° *Ces six droites seront sur un cône du second degré;*

2° *Les trois plans déterminés par les axes du premier système pris deux à deux, et les trois plans déterminés par les axes du second système, seront tangens tous les six à un second cône du second degré.*

Si le point fixe est le centre de la surface, trois axes conjugués sont trois diamètres conjugués ; donc

Théorème IV. *Dans une surface du second degré, deux systèmes quelconques de trois diamètres conjugués, forment six droites qui sont sur un cône du second degré;*

*Et deux systèmes quelconques de trois plans diamétraux conju-*

---

[1]) Voir *Aperçu historique*, etc., p. 341 et suiv.

*gués forment six plans qui sont tangens à un autre cône du second degré.*

Si la surface est une sphère, le théorème exprime une propriété de deux angles trirectangles qui ont le même sommet; leurs six arêtes sont sur un cône du second degré et leurs six faces sont tangentes à un second cône du second degré.

Il suit de là que : *quand deux triangles sphériques trirectangles sont tracés sur une même sphère, leurs six sommets sont sur une conique sphérique, et leurs six côtés sont tangens à une seconde conique sphérique.*

Ces diverses propositions, qui se démontrent très-facilement par quelques considérations géométriques, exigeraient en analyse des calculs longs et qui ne seraient pas sans difficulté.

---

## *Sur le développement de la taille des garçons et des filles*, par M. Horner.

Nous avons présenté, il y a plusieurs années, des tables indiquant les degrés de croissance des individus des deux sexes aux différens âges. Ces tables qui ne semblaient n'avoir pour elles, au premier aspect, qu'un intérêt de pure curiosité, ont été plus tard d'une utilité réelle; et on en a si bien senti l'importance, particulièrement en Angleterre, qu'on a jugé à propos de refaire nos expériences dans plusieurs localités, afin d'apprécier les modifications que pouvaient apporter dans nos résultats différentes circonstances dont nous n'avions pu tenir compte. Ainsi, M. *Forbes* a mesuré à Édimbourg, un grand nombre de jeunes gens anglais, irlandais et écossais, et ses résultats rapprochés des nôtres ont présenté une concordance remarquable (1, pour

(1 *Voyez* la *Correspondance Math.*, t. IX, p. 205 et suiv., et les *Bulletins de la Société Royale d'Édimbourg.*

ce qui se rapporte au développement progressif, mais en indiquant néanmoins une différence réelle dans la taille moyenne des individus de ces différens pays.

Dans la vue d'apprécier les modifications que peut apporter le travail des fabriques dans le développement de la taille, M. *J.-W. Cowell* avait fait différentes observations intéressantes à Manchester et à Stockfort. Ses résultats ont été publiés dans le 1er volume des *Factory reports* et reproduits dans notre *Essai de physique sociale*, p. 18, t. II.

Nous avons vu, depuis, dans le n° 64 du *Penny magazine* pour juillet 1837, que les mêmes expériences ont encore été répétées par M. *Horner*, autre inspecteur des manufactures en Angleterre. M. *Horner* avait cru remarquer que, pour éluder la loi qui écarte du travail pénible des fabriques des enfans trop jeunes, on avait imaginé de faire servir des certificats d'âge délivrés à d'autres enfans que ceux qui en étaient porteurs, et pour reconnaître la fraude, M. *Horner* résolut de recourir à des épreuves directes. Cette idée le conduisit à employer une table analogue à la nôtre ; et, pour moins s'écarter de la vérité, il résolut de faire recommencer des expériences. Par suite, M. *Horner* reçut de vingt-sept chirurgiens les mesures de 16,402 jeunes gens dont 8,469 garçons et 7,933 filles, pour des âges de 8 à 14 ans inclusivement et pour les localités suivantes ; Manchester, Bolton, Stockport, Preston, Leeds, Halifax, Rochedale, Huddersfield, Skipton et les districts ruraux adjacens. La table suivante est extraite d'une autre plus étendue qui fait la différence des villes de première et de seconde grandeur ainsi que des campagnes.

| AGE. | NOMBRE d'enfans mesurés. | HAUTEUR moyenne. | HAUT. MOY. des filles et garçons ensemble. |
|---|---|---|---|
| | | p. p. | p. p. |
| De 8 à 8 1/2 . . . . . . . | 327 garçons. | 3 9 5/8 | 3 9 1/4 |
| Id. . . . . . | 267 filles. | 3 8 11/16 | |
| De 8 1/2 et au-dessous de 9 . | 339 garçons. | 3 11 | 3 10 3/4 |
| Id. id. | 272 filles. | 3 10 3/8 | |
| De 9 et au-dessous de 9 1/2 . | 527 garçons. | 3 11 5/8 | 3 11 1/2 |
| Id. id. | 438 filles. | 3 11 3/8 | |
| De 9 1/2 et au-dessous de 10. | 418 garçons | 4 0 1/8 | 4 0 |
| Id. id. | 375 filles. | 4 0 | |
| De 10 et au-dessous de 10 1/2. | 574 garçons. | 4 1 | 4 1 |
| Id. id. | 506 filles. | 4 1 | |
| De 10 1/2 et au-dessous de 11. | 550 garçons. | 4 1 7/8 | 4 1 3/4 |
| Id. id. | 421 filles. | 4 1 5/8 | |
| De 11 et au-dessous de 11 1/2. | 664 garçons. | 4 2 3/8 | 4 2 1/4 |
| Id. id | 577 filles. | 4 2 1/8 | |
| De 11 1/2 et au-dessous de 12. | 559 garçons. | 4 3 1/16 | 4 3 1/4 |
| Id. id. | 478 filles. | 4 3 1/4 | |
| De 12 et au-dessous de 12 1/2. | 767 garçons. | 4 3 3/4 | 4 0 |
| Id. id. | 712 filles. | 4 3 7/8 | |
| De 12 1/2 et au-dessous de 13. | 660 garçons. | 4 4 1/4 | 4 4 5/8 |
| Id. id. | 618 filles. | 4 4 3/4 | |
| De 13 et au-dessous de 13 1/2. | 1269 garçons. | 4 5 1/8 | 4 5 1/4 |
| Id. id. | 1260 filles. | 4 5 1/3 | |
| De 13 1/2 et au-dessous de 14. | 864 garçons. | 4 6 3/8 | 4 6 1/2 |
| Id. id. | 980 filles. | 4 6 1/2 | |
| De 14 . . . . . . . . . | 951 garçons. | 4 7 3/4 | 4 7 7/8 |
| Id. . . . . . . . . . | 1029 filles. | 4 8 | |

La taille moyenne des jeunes gens entre 14 et 18 ans est déterminée d'après des renseignemens particuliers communiqués par M. *Harrison*, chirurgien à Preston :

| AGE. | NOMBRE d'enfans mesurés. | HAUTEUR moyenne. | HAUT. MOY. des filles et garçons ensemble. |
|---|---|---|---|
| | | p. p. | p. p. |
| De 14 à 15 . . . . . . . | 117 garçons. | 4 8 1/4 | 4 8 3/4 |
| Id. . . . . . . . | 140 filles. | 4 9 | |
| De 15 à 16 . . . . . . . | 82 garçons. | 4 10 1/2 | 4 10 2/3 |
| Id. . . . . . . . | 106 filles. | 4 10 3/4 | |
| De 16 à 17 . . . . . . . | 43 garçons. | 5 0 1/2 | 5 0 1/11 |
| Id. . . . . . . . | 90 filles. | 4 11 1/2 | |
| De 17 à 18 . . . . . . . | 47 garçons. | 5 0 | 5 0 |
| Id. . . . . . . | 112 filles. | 5 0 | |

Afin de permettre des comparaisons entre les jeunes anglais et les jeunes belges pour les tailles correspondantes aux mêmes âges, nous avons exprimé en mesure métrique, dans le tableau suivant, les nombres donnés dans le *Penny magazine;* de plus, pour avoir la taille de l'enfant à 9 ans, par exemple, nous avons pris la moyenne de ce qu'était sa taille de 8 1/2 ans à 9, et de 9 à 9 1/2, et ainsi de suite.

| | ANGLAIS. | | BELGES. | |
|---|---|---|---|---|
| AGE. | GARÇONS. | FILLES. | GARÇONS. | FILLES. |
| — | — | — | — | — |
| 9 ans | 1m,202 | 1m,191 | 1m,219 | 1m,195 |
| 10 — | 1,234 | 1,232 | 1,275 | 1,248 |
| 11 — | 1,273 | 1,267 | 1,330 | 1,299 |
| 12 — | 1,306 | 1,310 | 1,385 | 1,353 |
| 13 — | 1,338 | 1,347 | 1,439 | 1,403 |
| 14 — | 1,400 | 1,403 | 1,493 | 1,453 |
| 15 — | 1,457 | 1,420 | 1,546 | 1,499 |
| 16 — | 1,511 | 1,502 | 1,594 | 1,535 |
| 17 — | 1,530 | 1,518 | 1,634 | 1,555 |

Nous avons trouvé d'après des mesures prises à Cambridge, qu'en général l'anglais entièrement développé est d'une stature plus élevée que le belge, mais nous avions déduit nos résultats d'après des jeunes gens qui se livraient aux études. Les mesures que nous présentons ici ont été prises sur de jeunes ouvriers.

Il en résulterait donc que le travail fatiguant des fabriques serait un obstacle au développement du corps humain. Nous étions déjà parvenu à déduire des conclusions analogues d'après des nombres qui nous avaient été communiqués par M. *Cowell*, et qui avaient été obtenus en mesurant des jeunes gens travaillant dans les fabriques et d'autres qui n'y travaillaient pas [1].

Nous avons recueilli, dans le tableau suivant, les autres nombres qui nous sont parvenus jusqu'à présent sur le même sujet, on pourra les comparer à ceux qui précèdent : il serait à désirer que l'on pût étendre ces recherches à d'autres pays encore [2].

---

1) *Physique sociale*, t. II, p. 19.

2) Nous avons aussi examiné la loi de croissance sur les plantes et sur différens animaux. Ces recherches, que nous n'avons pas encore eu le temps de développer, avec tout le soin et toute l'étendue nécessaires, nous ont déjà présenté cependant des résultats intéressans et des rapprochemens curieux.

*Taille moyenne des jeunes gens de 9 à 25 ans.*

| AGES. | GARÇONS (1) | | FILLES (1) | | ANGLAIS. | ÉCOSSAIS. | IRLANDAIS. | BELGES. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Travaillant dans les fabriques. | Ne travaillant pas dans les fabriques. | Travaillant dans les fabriques. | Ne travaillant pas dans les fabriques. | | | | GARÇONS. | FILLES. |
| 9 ans . . | 1m,222 | 1m,233 | 1m,218 | 1m,230 | » | » | » | 1m,227 | 1m,200 |
| 10 » . . | 1,270 | 1,286 | 1,260 | 1,254 | » | » | » | 1,282 | 1,248 |
| 11 » . . | 1,302 | 1,296 | 1,299 | 1,323 | » | » | » | 1,327 | 1,275 |
| 12 » . . | 1,355 | 1,345 | 1,364 | 1,363 | » | » | » | 1,359 | 1,327 |
| 13 » . . | 1,383 | 1,396 | 1,413 | 1,399 | » | » | » | 1,403 | 1,386 |
| 14 » . . | 1,437 | 1,440 | 1,467 | 1,479 | » | » | » | 1,487 | 1,447 |
| 15 » . . | 1,515 | 1,474 | 1,486 | 1,502 | 1m,635 | 1m,643 | » | 1,559 | 1,475 |
| 16 » . . | 1,565 | 1,605 | 1,521 | 1,475 | 1,689 | 1,696 | » | 1,610 | 1,500 |
| 17 » . . | 1,592 | 1,627 | 1,535 | 1,542 | 1,714 | 1,724 | » | 1,670 | 1,544 |
| 18 » . . | 1,608 | 1,775 | 1,593 | 1,645 | 1,729 | 1,739 | 1m,744 | 1,700 | 1,562 |
| 19 » . . | » | » | » | » | 1,740 | 1,750 | 1,762 | 1,706 | » |
| 20 » . . | » | » | » | » | 1,744 | 1,754 | 1,772 | 1,711 | 1,570 |
| 21 » . . | » | » | » | » | 1,747 | 1,757 | 1,777 | » | » |
| 22 » . . | » | » | » | » | 1,750 | 1,757 | 1,779 | » | » |
| 23 » . . | » | » | » | » | 1,750 | 1,760 | 1,784 | » | » |
| 24 » . . | » | » | » | » | 1,750 | 1,760 | 1,784 | » | » |
| 25 » . . | » | » | » | » | 1,750 | 1,760 | 1,784 | 1,722 | 1,577 |

(1) Ces résultats ont été obtenus dans les environs de Manchester. Les suivans ont été obtenus à Édimbourg par M. *Forbes*. Nous avons trouvé ceux des deux dernières colonnes d'après des individus de la classe aisée en Belgique.

*Observations sur quelques phénomènes d'optique et en particulier sur certaines aurores boréales*, par M. ALEX. TWINING (*Amer. Journ. of scien. et arts*, juillet 1837, et *Bibl. Univers.*, oct. 1837.)

Les physiciens ne sont point d'accord sur la hauteur au-dessus de la terre, qu'il convient d'assigner au phénomène connu sous le nom d'aurore boréale ; on peut même affirmer que les données manquent jusqu'ici pour déterminer, d'une manière satisfaisante, si l'aurore boréale appartient à la classe des phénomènes atmosphériques, ou bien, si elle n'a pas souvent lieu au-dessus des limites de l'atmosphère terrestre. Une série d'observations simultanées, faites pendant le voyage du capitaine *Franklin*, n'ont donné que six à sept mille anglais d'élévation au-dessus de la terre pour les points de l'aurore boréale qui étaient observés. D'un autre côté, M. *Dalton* a calculé à la hauteur d'environ cent milles, le sommet de l'arc d'une aurore boréale observée à la fois à Manchester et à Édimbourg. Nous allons rendre compte de trois observations de M. *Twining*, qui paraîtraient confirmer l'opinion de M. *Dalton*, savoir, que les aurores boréales sont produites, sinon dans un vide complet, au moins dans les régions tout-à-fait supérieures de l'atmosphère. Nous laisserons parler l'auteur.

*Première observation.* — « Le 10 décembre 1835, me trouvant au village de New-Britain, éloigné de 26 milles de la ville de New-Haven, j'observai pendant plus d'une heure une aurore boréale d'une apparence assez singulière. Au commencement de mon observation, à 8 1/2 heures du soir, l'aurore, qui présentait l'aspect d'une nuée lumineuse (*auroral cloud*), se trouvait située à environ 25° à l'est, et à une hauteur moyenne de 11° ; cette hauteur n'a varié que de 9° pendant toute la période de mon observation, quoique pendant le même espace de temps, la nuée se soit portée de plus de 20° du côté de l'ouest. Au commencement de l'observation, la nuée occupait un espace horizontal d'environ 16°, sur 4° seulement de largeur verticale ; le

bord supérieur était de forme irrégulière : en tout elle présentait l'apparence d'une demi-ellipse de forme très-excentrique. La nuée était terminée dans sa partie inférieure par une ligne parfaitement bien définie, qui se trouvait plus élevée d'environ 3° à son extrémité occidentale qu'à celle qui lui était opposée. Cette ligne a paru se rapprocher de la position horizontale à mesure que la nuée lumineuse s'avançait du côté de l'ouest. La lueur disparaissait quelquefois pendant un intervalle de une à trois minutes, et reparaissait subitement de nouveau. Vers la fin de l'observation, la nuée occupait un espace horizontal de près de 33°; sa largeur verticale n'avait pas varié. Elle disparut assez subitement à dix heures moins un quart, la hauteur de sa partie inférieure étant à cette époque de 19° et 1/2. »

En arrivant le lendemain à New-Haven, l'auteur apprit que le même phénomène y avait été observé par plusieurs personnes, et en particulier, par M. *Stanley*, professeur de mathématiques au collége de Yale, par M. *Herrick*, et par un autre membre de ce même collége. La comparaison des détails de ces trois observations ne lui a laissé aucun doute sur l'identité des phénomènes observés. Plusieurs circonstances favorables se sont trouvées d'ailleurs réunies pour lui donner l'espoir d'arriver à un résultat passablement exact. Ainsi : 1° il n'y avait aucune autre lueur visible dans toute l'étendue du ciel; 2° les deux stations, éloignées l'une de l'autre de 26 milles, se trouvaient à peu près en ligne droite avec la nuée lumineuse; 3° le bord inférieur de la nuée étant terminé par une ligne nettement définie, il était facile de déterminer avec précision sa position par rapport à une étoile fixe, l'*alpha droconis*, qui ne s'en trouvait éloignée que de 2 à 3 degrés; 4° enfin, le mouvement de la nuée lumineuse ayant eu lieu dans le sens horizontal, et sa hauteur n'ayant presque pas varié pendant toute la durée de l'observation, une erreur de quelques minutes dans le temps, n'était pas de nature à affecter, d'une manière sensible, l'exactitude du résultat.

L'auteur ayant d'abord comparé ses observations, faites à New-Britain, à 9 heures et 15 minutes, avec celles de M. *Herrick* faites au même moment à New-Haven, il s'est trouvé que

la distance du bord inférieur de la nuée lumineuse à l'étoile *Alpha draconis* avait paru la même aux deux observateurs. Ce résultat indique l'absence d'une parallaxe assez considérable pour pouvoir être appréciéé par ce genre d'observation, c'est-à-dire, de plus de demi à un degré.

Les observations du professeur *Stanley* ont eu lieu à 9 heures 40 minutes. Le phénomène, tel qu'il l'a observé à cette époque, était à peu près identique, quant à l'étendue et quant à la position, avec l'observation faite par l'auteur à New-Haven, sauf que la distance du bord inférieur de la nuée de l'étoile *Alpha draconis* a paru au premier observateur de 1° 40′ et au second de 3°, indiquant ainsi une parallaxe de 1° 20′.—L'auteur n'entre pas dans les détails des résultats obtenus par le troisième observateur : il se borne à dire qu'ils s'accordent d'une manière frappante avec ceux qu'on vient de citer.

Avant de rendre compte des résultats qu'on peut déduire de ces observations, l'auteur fait remarquer que son intention n'a pas été de déterminer d'une manière précise la distance de l'aurore boréale, mais seulement de faire voir que le phénomène s'est passé, sinon dans l'espace vide, au moins dans les régions tout-à-fait supérieures de l'atmosphère. On se rappelle, en effet, que la comparaison des observations de MM. *Twining* et *Stanley* donnait une parallaxe de 1° 20′ entre les deux stations, éloignées de 26 milles l'une de l'autre. L'auteur, en admettant la possibilité d'une erreur de 1° à 1°30′ dans une observation de cette nature, suppose, dans son calcul, que la parallaxe est de 3°. Dans ce cas, la hauteur de la nuée lumineuse, vue de la station de New-Britain, était estimée à 19° ½, l'auteur trouve que sa distance en ligne droite de New-Haven était de 141 milles, et son élévation au-dessus de la terre de 42 milles et un tiers. Cette élévation est la plus petite qu'on puisse assigner au phénomène. En supposant les observations exemptes d'erreur, elle serait, comme le remarque l'auteur, trois à quatre fois aussi considérable.

*Seconde observation. Aurore boréale d'août* 1836.

L'auteur rend compte d'une seconde aurore boréale qui s'est présentée sous la forme d'un arc lumineux, qu'il a eu occasion d'observer le 12 août 1836, simultanément avec M. *Olmsted,* professeur au collége de Yale, à New-Haven. Il se trouvait lui-même à la station de *Old field point* dans Long-Island, à 22 milles au sud-ouest de New-Haven. La parallaxe observée dans ce cas, a été d'abord de 19° 40′, ce qui donnerait une élévation de 60 milles au-dessus de la terre. Une chose singulière, c'est que cette parallaxe a paru constamment diminuer pendant la durée du phénomène, et que le sommet de l'arc lumineux, qui, aux yeux de M. *Olmsted*, semblait stationnaire, avait paru à l'auteur s'avancer constamment du côté du sud. Cette difficulté apparente ne peut s'expliquer qu'en admettant que l'arc lumineux était doué d'un mouvement ascendant très-rapide, et d'une nature telle, que le sommet de l'arc coïncidant constamment avec la ligne visuelle de M. *Olmsted,* le phénomène devait lui paraître stationnaire, tandis qu'il paraissait à l'auteur, par suite de sa position oblique, se mouvoir constamment du côté du sud. L'effet de ce mouvement a été de réduire peu à peu la parallaxe observée à 8°45′, ce qui donne à l'arc lumineux une élévation de 144 milles et demi. Ces observations, qui ne peuvent être regardées, de l'aveu même de l'auteur, que comme des approximations, suffisent cependant pour démontrer que le phénomène a dû se passer à une hauteur égale ou supérieure aux dernières limites de notre atmosphère.

*Troisième observation. Aurore boréale de mai* 1836.

M. *Twining* n'ayant pas été lui-même témoin du phénomène, a dû se contenter de la comparaison des observations faites à New-Haven par M. *Olmsted*, et de celles faites simultanément à Hartford par M. *Ellsworth*, membre du collége de Yale, et à Meriden par M. *Allen*, ingénieur. Il résulte du calcul de ces

diverses observations, que le phénomène n'a pu se passer à une distance de moins de 100 milles de la surface de la terre; d'après l'opinion du professeur *Olmsted*, cette distance a dû être d'environ 160 milles.

L'auteur, en terminant son mémoire, donne la descriptiou suivante d'un halo, dont il a été lui-même témoin.

« La matinée du 5 janvier 1835 était excessivement froide, le thermomètre ayant été, au lever du soleil, à 16° au-dessous de zéro, soit 38° Réaumur ([1]. A 8 heures 3/4, je remarquai que l'atmosphère était chargée de petites aiguilles de glace, qui se déposaient sous forme de givre sur les arbres et autres objets environnans. Le temps était parfaitement calme. En regardant du côté du soleil, je m'aperçus que cet astre était environné d'un halo, dont il paraissait être le centre. Le cercle du halo, qu'on aurait pu prendre pour une suite de colonnes posées verticalement les unes à côté des autres, étaient de forme prismatique, la couleur du cercle extérieur était violette, et celle du cercle intérieur rouge. Le diamètre du halo, mesuré approximativement était de 45°. Il y avait, en outre, une colonne lumineuse de forme non prismatique, ayant à peu près le même diamètre que le soleil, et qui, partant de cet astre, paraissait s'abaisser verticalement jusqu'à l'horizon, ou plutôt jusqu'à la surface de la rivière qui était de 200 pieds au-dessous de moi et à la distance d'un quart de mille. Cette colonne lumineuse était d'une couleur pâle et crépusculaire, comme l'était au reste le halo lui même. L'atmosphère conserva jusqu'au soir un aspect *vaporeux*, tel qu'on le remarque quelquefois dans l'Inde par une journée d'été : cette apparence ne provenait pas de la présence du givre dans l'atmosphère, puisqu'elle a continué à se manifester longtemps après qu'il se fut complétement déposé. A 9 heures et 25 minutes, le diamètre du halo n'avait pas varié, étant toujours de 45°. Quelque temps après il disparut subitement, quoi-

[1]) L'auteur dit 16° au-dessous de zéro, sans indiquer l'échelle qu'il emploie. Nous présumons cependant que c'est l'échelle de Fahrenheit.

que les petites aiguilles de glace fussent toujours présentes dans l'atmosphère. »

(*Extrait du n° 22 des* Comptes-rendus, 27 novembre 1837).
*Aurore boréale.*

M. *Bérard*, capitaine de corvette, mande de Montpellier, à M. *Arago*, que dans la nuit du 12 novembre, il a observé une aurore boréale depuis 9 heures jusqu'à 9 heures et demie.

Quand l'arc se forma, sa *partie supérieure*, à peine distincte, parut être à 20 ou 25° de hauteur. M. *Bérard* jugea que cette partie culminante était *dans le méridien terrestre et non dans le méridien magnétique.* C'est une anomalie sur laquelle de plus amples renseignemens seront demandés à M. *Bérard.*

M. *Yvon* écrit qu'il a vu l'aurore boréale du 12, à Vendôme.

M. *Chassinat*, docteur en médecine, l'observait en mer, entre Gênes et Livourne.

M. *De Nervaux* apercevait un phénomène du même genre la nuit suivante (dans la nuit du 14 au 15), à *Jambles*, près *Givry*, *Saône-et-Loire*, vers 9 heures du soir. Cette aurore jetait dans l'espace sept magnifiques rayons.

*Observation.* La même aurore boréale du 12 novembre a été aperçue à Bruxelles, vers 9 heures 3/4 du soir, et a été visible pendant une demi-heure environ. L'observation des étoiles filantes, qui a été entravée par la présence de nuages pendant cette nuit et les suivantes, n'a présenté aucune circonstance remarquable. Dans la nuit du 12 au 13, on n'a vu qu'un seul de ces météores.

---

*Note sur l'irradiation*, par M. Plateau. (Extrait du n° 8 des *Bulletins de l'Académie royale de Bruxelles*, 1837).

Le but que je me suis proposé dans ce mémoire, est de faire disparaître les incertitudes qui règnent encore aujourd'hui parmi les astronomes et les physiciens sur l'existence même de

l'irradiation, et d'examiner d'un peu plus près qu'on ne l'a fait jusqu'à présent les causes du phénomène, son influence dans les observations astronomiques, et les lois auxquelles il est soumis.

L'*irradiation* est le phénomène en vertu duquel un objet lumineux environné d'un espace obscur, paraît plus ou moins amplifié. On en cite ordinairement comme exemple, l'apparence que manifeste la lune lorsque cet astre se montre sous la forme d'un croissant, et laisse distinguer en même temps le reste de son disque, faiblement éclairé par la lumière cendrée : le contour extérieur de la partie lumineuse semble présenter alors une forte saillie sur celui de la partie obscure ; en d'autres termes, le croissant paraît faire partie d'un disque très-sensiblement plus grand que celui auquel appartient le reste de l'astre.

Cet empiétement apparent du bord d'un objet lumineux sur l'espace obscur qui l'entoure, entraîne une illusion opposée pour un objet obscur projeté sur un champ lumineux. Les dimensions de cet objet paraissent alors diminuées : car l'irradiation produite le long de son contour par le champ lumineux environnant, s'étend en dedans de ce contour.

Il est inutile d'insister sur l'importance de l'irradiation en astronomie. Une illusion qui tend à accroître les dimensions apparentes des objets lumineux projetés sur un fond obscur, et à diminuer celles des objets obscurs projetés sur un champ lumineux, semble devoir exercer une influence plus ou moins prononcée sur toutes les observations qui auront pour objet la mesure des diamètres apparens des corps célestes, les éclipses, les passages des planètes devant le soleil, etc. Aussi le phénomène a-t-il exercé particulièrement la sagacité des astronomes ; mais ce qu'il y a de singulier, c'est que les observations présentent à cet égard la plus grande divergence. Les unes semblent indiquer une influence notable de l'irradiation, les autres paraissent complétement exemptes des erreurs qu'elle entraîne. De là aussi une divergence d'opinion parmi les astronomes, relativement à l'existence même du phénomène, les uns admettant cette existence, les autres la révoquant en doute. Il est

donc important de chercher la vérité au milieu de ces incertitudes, et de déterminer les causes qui ont dû les faire naître. J'établis, je pense, d'une manière incontestable, que l'irradiation existe réellement, que c'est l'un des phénomènes de vision les plus faciles à constater, et que si, dans les observations faites à travers les instrumens astronomiques, elle a quelquefois cessé de manifester son influence, cela tient à des causes dont on peut se rendre compte.

» D'un autre côté, plusieurs théories ont été successivement proposées pour expliquer la cause de l'irradiation. L'une de ces théories, quoique très-ancienne, est encore adoptée en général aujourd'hui. Elle consiste à admettre que l'impression produite au fond de l'œil par un objet lumineux, se propage sur la rétine jusqu'à une petite distance tout autour de l'espace directement excité par la lumière, de sorte que la sensation totale correspond alors à une image un peu plus grande que la véritable. Cette théorie si simple a cependant trouvé des adversaires, et tout récemment une explication différente a été mise en avant. J'examine les diverses hypothèses proposées, et je tâche d'appuyer de nouvelles preuves, celle dont je viens de rappeler le principe.

» Enfin le phénomène est régi par des lois remarquables, et qui peuvent conduire à des procédés propres à garantir les observations de son influence. Outre les lois déjà connues, l'expérience m'a conduit à en admettre de nouvelles. J'examine les unes et les autres sous le point de vue théorique, et j'indique des procédés simples pour les constater.

» Les résultats principaux de mes recherches peuvent se résumer de la manière suivante :

1° *L'irradiation oculaire est sensible à toutes les distances, depuis un éloignement quelconque, jusqu'à la plus courte distance de la vision distincte.*

2° *L'irradiation oculaire augmente avec la durée de la contemplation de l'objet.*

3° *Deux irradiations oculaires voisines qui tendent à s'exercer en sens contraire et à empiéter l'une sur l'autre, se détruisent*

*mutuellement et d'une manière d'autant plus complète qu'elles sont plus rapprochées.*

4° *L'irradiation oculaire varie considérablement d'une personne à une autre.*

5° *Dans les observations faites à travers les lunettes astronomiques, la partie de l'erreur totale qui provient de l'irradiation oculaire dépend du grossissement, de l'éclat de l'image, et de la sensibilité plus ou moins grande de l'œil de l'observateur pour l'irradiation.*

6° *Cette partie de l'erreur totale s'évanouit nécessairement dans les observations où l'on emploie un micromètre à double image.*

7° *La partie de l'erreur totale due aux aberrations de la lunette varie nécessairement avec les différens instrumens; mais, pour une même lunette, elle peut être considérée comme constante, c'est-à-dire indépendante du grossissement.*

8° *L'irradiation dans les lunettes, ou l'erreur totale provenant de l'irradiation oculaire et des aberrations de l'instrument, est nécessairement variable puisqu'elle dépend d'élémens variables.*

---

## CORRESPONDANCE DU RÉDACTEUR.

### 1re *Lettre de sir John Herschel.*

Les observations (météorologiques horaires des solstices et des équinoxes) commencent à s'accumuler en si grande masse, qu'elles rendent dès à présent nécessaire l'adoption d'une méthode particulière et expéditive pour les réduire et les combiner. Je m'aperçois déjà que la quantité de calculs qu'elles nécessiteront, et surtout l'immense correspondance à laquelle elles donneront lieu, dépasseront mes moyens individuels, engagé comme je suis actuellement au milieu du travail de réduction des observations astronomiques que j'ai faites ici et pour lequel je n'ai aucune espèce d'assistance.

On concevra facilement que j'ai réuni de nombreuses posi-

tions de nébuleuses et d'étoiles doubles du ciel austral; parmi les premières, les nébuleuses planétaires sont les plus intéressantes, et le nombre des astres de cette classe, que j'ai reconnus, est plus grand que je n'avais lieu de m'y attendre. Voici les positions approximatives de treize d'entre elles :

| ASCENSION DROITE | DISTANCE POLAIRE BOR. |
|---|---|
| 7h 40′ | 116° 52′ |
| 9 6 | 131 45 |
| 9 16 | 147 36 |
| 9 59 | 129 37 |
| 10 13 | 151 24 |
| 10 25 | 170 0 |
| 11 42 | 146 14 |
| 13 40 | 140 21 |
| 15 6 | 135 7 |
| 15 35 | 150 41 |
| 17 8 | 141 36 |
| 17 12 | 128 18 |
| 18 1 | 123 46 |

Quelques-unes d'entre elles sont d'une apparence plus ou moins décidément planétaire, mais toutes diffèrent beaucoup des nébuleuses ordinaires, et deux ou trois ressemblent tellement à des planètes, qu'elles tromperaient même un observateur exercé à qui on les montrerait comme telles. L'une d'elles est d'une belle couleur bleu-verdâtre.

Pendant l'apparition actuelle de Saturne, j'ai réussi à obtenir des observations décisives et régulières du deuxième satellite de Saturne (en comptant à partir de la planète extérieurement); j'ai, dans plusieurs circonstances précédentes, obtenu des observations *isolées* de ce satellite, comme j'en ai maintenant la conviction, quoique je n'aie pas calculé depuis pour vérifier l'identité. Mais, à la fin, grâce à la grande hauteur de Saturne, à la clarté non commune du ciel et à la perfection à laquelle je suis parvenu à porter mes miroirs, je suis parvenu à suivre le satellite pendant plusieurs révolutions successives depuis le 4 mai, 15 heures de temps sidéral, époque à laquelle il était

à sa plus grande élongation. Quant au premier satellite, l'observation surpasse le pouvoir de mon réflecteur. Mais tous les autres, même à leurs conjonctions supérieures et inférieures, ont été facilement aperçus et leurs angles de position ont été mesurés dans le champ du télescope, entièrement éclairé. J'ai déjà recueilli un grand nombre de ces mesures, qui seront, je pense, d'une grande utilité pour leur théorie.

Vous aurez sans doute déjà vu, quand vous recevrez cette lettre, une longue série d'observations de la comète de *Halley*, après son passage au périhélie, faites par M. *Maclear* et par moi, nous l'avons aperçue jusqu'au 5 mai 1836. Je suppose que les deux séries d'observations sont actuellement imprimées par la société royale astronomique.

Les taches du soleil ont été fort extraordinaires; mais comme elles étaient également visibles en Europe, elles n'auront pas échappé aux observateurs.

*P. S.* Un point de votre lettre a vivement excité ma curiosité; c'est que la marche de la population vous semble pouvoir être réduite à des lois analogues, dans leur énoncé, aux lois dynamiques qui règlent les mouvemens planétaires. Pour ce qui concerne les détails de vos recherches, je devrai les ignorer encore jusqu'à mon retour en Europe, qui aura lieu, j'espère, avant la fin de l'année prochaine.

Près de Wynberg 8 juin 1836.

### 2$^{me}$ *Lettre de sir John Herschel.*

Au nom de l'institution que j'ai l'honneur de présider dans ce coin éloigné du monde et en mon nom particulier, je vous remercie cordialement pour les peines que vous vous êtes données pour faire et me communiquer les observations qui me sont parvenues, savoir :

1835, juin, septembre, décembre.
1836, mais, juin, septembre, décembre [1].

---

[1]) Les observations météorologiques horaires sont insérées dans les *Bul-*

Dans le cas, où vous vous proposeriez de continuer les observations, la circulaire qui précède pourra vous soulager ([1]. Il ne paraît véritablement pas encore possible de combiner des observations faites dans des stations aussi distantes et qui diffèrent de plusieurs heures en longitude, et pour dire vrai, quoiqu'une masse considérable d'observations soient réunies à présent, j'ai été un peu désappointé en voyant combien peu on peut en déduire de conclusions immédiates et évidentes. Une des principales causes de ceci peut tenir au manque de stations intermédiaires ; par exemple, les stations les plus voisines de Bruxelles sont Maestricht (d'où je n'ai reçu qu'une seule série d'observations, celle de mars 1836), Londres, Hanovre et Genève. Il est aisé de voir le peu d'intérêt qui peut résulter pour la météorologie *dynamique*, de points aussi dispersés.

Néanmoins nous trouvons que les séries d'observations, faites dans les régions intertropiques ou juxta-tropiques, ont une valeur indépendante de la comparaison, ce qui dans mon opinion met hors de doute que, dans ces régions, l'on doit continuer avec activité ce genre d'observation et même l'étendre aux

---

*letins de l'académie royale de Bruxelles* avec celles de Louvain et d'Alost.

([1] Voici la circulaire dont il est question :

« Le comité de météorologie de la société littéraire et philosophique de l'Afrique méridionale, a l'honneur d'informer les personnes qui veulent bien faire les observations horaires aux solstices et aux équinoxes, d'après le plan recommandé par le comité, que par suite du peu d'avantage que présente une série d'observations prolongées pendant 36 heures sur celles qui auraient lieu seulement pendant 24 heures, surtout quand on a égard au surcroît de fatigue et de gêne qui en résulte pour l'observateur, il a été résolu que l'on ne solliciterait de son zèle et de sa patience que la série d'observations suivante, pour l'équinoxe d'automne — Les observations commenceront le 21 septembre (à 6 heures du matin) temps civil et se termineront le 22 à la même heure; l'on prendra soin de noter la première et la dernière observation de manière à compléter la série de 25 lectures d'instrumens, etc.; la restriction, quant au dimanche, est conservée. »

Ville du cap, 15 juillet 1836

différens mois de l'année. D'une autre part, pour des latitudes au delà du 45$^{me}$ degré, je ne puis m'empêcher de considérer leur valeur comme plus ou moins douteuse. Je serais cependant fâché de ne pas les voir continuer encore pour une année au moins, et l'on verra alors si l'on peut en déduire quelque conclusion définitive ou si l'on a des motifs fondés pour en demander la cessation.

J'ai été particulièrement occupé dans ces derniers temps de la réduction de mes suites d'observations; je les enverrai en Angleterre par l'excellent et sûr intermédiaire du vaisseau amiral qui doit quitter cette station; elles contiennent les six premières heures de mon catalogue des étoiles nébuleuses et des étoiles doubles du ciel austral (ces heures comprennent 654 nébuleuses et 475 étoiles doubles, indépendamment de ce que je puis observer encore avant de quitter ces parages au printemps 1838). J'envoie aussi environ 400 mesures micrométriques d'étoiles doubles, prises avec l'équatorial de 7 pieds. J'aurai du moins *quelque chose* en sûreté de cette manière; et j'espère compléter, avant que nous quittions le Cap, si non toutes les réductions restantes, du moins la plus grande partie.

Autant que je puis en juger (grâce au principe de collimation que j'ai adopté avec d'excellens résultats dans mes revues *Sweeps* avec le télescope de 20 pieds), je crois que je puis me fier à mes déterminations des nébuleuses à 1 seconde près, en ascension droite et à 30″ en distance polaire. Je pense que l'erreur moyenne ne dépassera pas ces quantités qui, si l'on a égard à la nature des observations, peuvent passer pour une grande exactitude.

Ayant examiné deux fois l'hémisphère (excepté par-ci par-là quelques places décidément dégarnies, et qui n'offraient que des objets pour lesquels un seul examen a pu suffire), je m'occupe surtout d'observations de diverses natures, comme de monographies de nébuleuses, de mesures de satellites de Saturne et d'Uranus, etc.

Quant à la dernière planète, je n'ai pas de motifs pour lui supposer plus de deux satellites.

*P. S.* J'espère être en Angleterre quelque temps avant le mois de juillet prochain.

Wynberg, 3 septembre 1837.

---

*Extrait d'une lettre de M. le capitaine Duperrey, sur les lignes isodynamiques du magnétisme terrestre.*

J'ai eu l'occasion, il y a quelques années, de faire un voyage en Bretagne dans le but d'établir la relation qui existe entre les intensités magnétiques totales de Brest et de Paris. M. *Nicollet* avait déjà obtenu l'intensité à Brest, mais il n'avait pas observé l'inclinaison de l'aiguille, en sorte que son expérience était incomplète. J'aurai bientôt l'honneur de vous faire parvenir les résultats que j'ai obtenus. Ces résultats, comparés à ceux que vous avez obtenus à Bruxelles, prouvent d'une manière incontestable que la ligne isodynamique qui passe par Brest, passe à peu de distance par Bruxelles et est rigoureusement perpendiculaire aux méridiens magnétiques qui se trouvent compris entre ces deux villes.

J'ai l'honneur de vous faire parvenir deux projections dans lesquelles j'ai pour but de faire connaître la véritable figure que les méridiens magnétiques ont sur toute la surface du globe, ainsi que la position des pôles magnétiques, qui en résulte. Les petites flèches, dont l'une des cartes est couverte sont toutes les aiguilles aimantées dont la déclinaison a été observée en 1825, ou ramenée à cette époque. On voit d'après leur direction que toutes ces aiguilles donnent lieu à des courbes générales qui sont de vrais méridiens magnétiques, considérés dans toute leur étendue, analogues à des méridiens terrestres dont ils ne diffèrent que parce qu'ils n'en ont pas toute la régularité, et que d'ailleurs ils n'aboutissent pas comme eux aux pôles de la terre. On voit que ces méridiens magnétiques sont loin d'être et ne

doivent pas être en effet des lignes d'égale déclinaison, qu'en un mot chacun de ces méridiens est la route que ferait un navigateur qui, partant d'un point quelconque du globe, gouvernerait sans cesse, jour par jour, au nord ou au sud de son aiguille aimantée.

Les parallèles magnétiques qui figurent dans mes cartes, sont des courbes constamment perpendiculaires aux méridiens magnétiques qu'elles rencontrent. Ce sont par conséquent des lignes isodynamiques tracées avec infiniment plus d'exactitude que si l'on cherchait à les obtenir à l'aide d'observations directes d'intensités. Ces lignes sont au nombre de 9 dans chaque hémisphère. Celle qui est la plus voisine de la ligne équinoxiale représente l'unité d'intensité, c'est l'équateur magnétique de l'intensité de la terre. Les autres lignes représentent nécessairement les intensités magnétiques 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; et 1,9 en supposant que l'intensité aux pôles magnétiques est 2; et ces lignes ont chacune pour latitude moyenne la latitude qui résulte de la formule $i = \sqrt{1 + 3 \sin. \lambda}$.

Auprès de l'équateur magnétique de l'intensité dont j'ai parlé ci-dessus, vous remarquerez une ligne ponctuée; c'est la ligne sans déclinaison dont la position a été déterminée par moi dans le voyage de *La Coquille*. Ainsi que l'équateur magnétique pour l'intensité, sa latitude moyenne est zéro ou à très-peu près, et les figures de ces deux courbes sont aussi à très-peu près les mêmes, néanmoins la ligne sans inclinaison atteint une plus haute latitude que l'autre ligne dans l'intérieur des continens, cela provient sans doute de ce que l'inclinaison de l'aiguille aimantée n'est pas autre chose que la relation qui existe entre la direction de cette aiguille et la direction de la verticale; direction qui, comme on le sait est divisée à l'approche et en raison de la masse des continens.

---

*Extraits de différentes lettres de M. le major* **Éd. Sabine** *sur le magnétisme terrestre.*

Londres, le 1er juin 1837.

Je pense que vous recevrez avec plaisir l'un des premiers exemplaires de mes observations magnétiques faites en Écosse pendant l'été dernier, plutôt que d'attendre la publication du prochain rapport de l'association britannique, dont elles feront partie (1. J'espère qu'une autre année nous mettra à même de compléter les lignes magnétiques dans les îles britanniques; et que le même mode d'observation sera étendu à plusieurs de nos possessions coloniales. Quant aux latitudes magnétiques élevées, je ne puis parler avec expérience de la préférence due à la méthode statique de déterminer l'intensité (2.

Dunraven-castle Glamorgenshire, octobre 3, 1837

Vous saurez sans doute que mes mémoires sur les observations de l'intensité magnétiques faites jusqu'à présent dans différentes contrées, seront publiés (dans le rapport de l'association britannique pour la session de Liverpool). J'ai compris dans mon rapport toutes vos observations qui sont parvenues à ma connaissance (toutes celles du moins qui combinent l'inclinaison magnétique avec la force horizontale, pour en déduire l'intensité totale). Je vous les adresse pour y faire les additions ou corrections que vous jugeriez nécessaires. Les valeurs de l'intensité totale sont exprimées en prenant pour Paris la valeur 1,3482; et sont déduites directement des observations que vous avez faites à Paris en 1830 (3.

---

1) *Voyez* pour les observations magnétiques de l'Irlande, faites par MM. le major *Sabine*, H. *Lloyd* et le capitaine *Ross*, le rapport de la 5e session de l'association britannique pour l'avancement des sciences, tenue à Dublin en 1835.

2) *Voyez* pag. 229, tom. IX de la *Corresp. Mathém.*

3) Les valeurs calculées diffèrent un peu des nôtres, parce que l'incli-

| | | INCLINAISON. | INTENSITÉ. |
|---|---|---|---|
| | | — | — |
| Bruxelles . . . . . | 1829 | 68°56'5 + | 1,374 |
| Berlin . . . . . . | 1829 | 68 42,0 | 1,367 |
| Leipzig . . . . . . | 1829 | 68 8,2 | 1,363 |
| Dresde . . . . . . | 1829 | 67 41,3 | 1,366 |
| Gœttingue . . . . . | 1829 | 68 39,0 | 1,365 |
| Francfort . . . . . | 1829 | 67 52,0 | 1,358 |
| Bruxelles . . . . . | 1830 | 68 52,6 + | 1,374 |
| Paris. . . . . . . | 1830 | 67 45,0 | 1,348 |
| Genève . . . . . . | 1830 | 65 31,2 | 1,292 |
| St-Bernard. . . . . | 1830 | 65 9,8 | 1,294 |
| Milan . . . . . . | 1830 | 64 16,0 | 1,294 |

Les inclinaisons marquées + ont été déterminées par vous; les autres déterminations sont dues à différens observateurs.

(Le passage suivant se rapporte à des remarques que le rédacteur avait adressées à M. *Sabine* sur la nécessité qu'il y aurait de prendre en considération les variations diurnes et annuelles du magnétisme pour en déduire l'état *magnétique moyen* quand on ne possède que des observations isolées).

Si j'avais eu pour objet de comparer rigoureusement l'intensité magnétique dans deux stations particulières, il aurait été nécessaire d'avoir des observations multipliées pour chaque lieu, afin d'éliminer ou de neutraliser l'effet des variations diurnes et annuelles de même que les effets des variations accidentelles qui ne sont pas périodiques, le but que je me proposais était un peu différent : je voulais déterminer la direction et la distance des lignes isodynamiques dans un pays donné. Mais l'expérience a démontré que, outre les variations mentionnées plus haut qui ont lieu dans différens lieux et à des jours différens pour une même station, il y a des influences locales qui affectent plusieurs stations (peut-être toutes dans un degré plus ou moins

---

naison magnétique pour Paris, que M. le major *Sabine* fait entrer dans ses calculs, n'est pas la même que celle que nous avions adoptée. *Voyez* t. VI des *Nouveaux mémoires de l'Acad. Royale de Bruxelles.*

grand), et qui font que l'intensité magnétique moyenne dans une station particulière diffère fréquemment plus ou moins de ce qui serait rigoureusement dû à la position géographique. Les discordances provenant de là peuvent accidentellement excéder de beaucoup les effets combinés des variations précédemment énoncées. Je trouve, en multipliant les résultats pour différens jours et différentes heures du jour, dans une seule et même station, que, pour une simple observation, je suis exposé dans les plus grands écarts à des différences du résultat moyen équivalens à un éloignement géographique d'environ quatre milles.

Cette erreur, qui est le résultat d'une simple observation, est petite en comparaison de la distance des stations dont on combine les résultats, par exemple, cette place-ci et Yarmouth sur la côte orientale de l'Angleterre qui sont à environ 200 milles de distance.

Cependant on sait que des influences locales produisent dans quelques cas, et ce n'est pas rare en Écosse, des discordances équivalentes à environ dix fois 4 milles. Il y a donc moins d'importance dans ces écarts, du moins en ce qui concerne l'objet particulier de mes recherches. C'est aussi pour ce motif qu'au lieu de multiplier, pour une même station, les déterminations à différentes époques et à différentes heures du jour, je fais que le même nombre d'observations embrassent une grande variété de lieux. Il me semble que la vraie question est de savoir si j'ai assez d'observations pour atteindre mon but; et je crois que le nombre est suffisant. Je suis satisfait d'avoir placé mon résultat général sur de bons fondemens. J'attache une grande importance à la détermination de la direction des lignes isodynamiques en Écosse. Je pense qu'il était très-utile de fixer dès à présent cette direction; elles forment actuellement un angle de 46° 15′ avec le méridien. Il est probable que cet angle subira de grands changemens ; le pôle sibérien recule, et le pôle d'Amérique se rapproche vers le méridien d'Écosse. Ces deux changemens s'exécutent dans le même sens. Les lignes se rapprocheront graduellement davantage de la direction des méridiens géographiques. L'Irlande étant de plusieurs degrés à l'ouest, a déjà

subi une partie de l'altération sous ce rapport, que l'Écosse subira à son tour par la suite.

Arundel, Sussex, 28 novembre 1837.

.... Par des observations faites avec soin sur l'inclinaison magnétique, au moyen d'un instrument de Gambey, j'ai trouvé, dans le *Regent's Park*, que l'inclinaison est actuellement de 69°23',9. Cette valeur étant combinée avec les observations que j'ai faites au même lieu en 1821, montre que le décroissement annuel du magnétisme a été de 2',4, pendant la période de 1821 à 1837.

---

*Extrait d'une lettre de M.* De Humboldt *sur le magnétisme.*

Le 20 juin 1837.

..... La régularité de la diminution de l'inclinaison dépendante du mouvement des nœuds de l'équateur magnétique, est bien remarquable. M. *Kreil* a trouvé en octobre 1836, pour Milan, 63°44'; j'avais trouvé, en 1806, l'inclinaison de 65°40'; diminution annuelle 3',87. *Turin* m'avait donné, 1805-1826, une diminution de 3',5; Florence 3',5; Berlin 3',7 (*Relat. hist.*, in-4°, tom. III, pag. 625). La diminution se ralentit à présent.

(Les observations magnétiques faites à Bruxelles ont donné des résultats semblables. En 1827, l'inclinaison était de 68°56',5; en 1830, de 68°52',6; et, depuis cette époque, elle a graduellement diminué, de manière qu'à la fin du mois de mars dernier, elle n'était plus que de 68°28',8; ce qui donne 3',4 de diminution par an).

---

*Extrait d'une lettre de M. le professeur A. De la Rive de Genève, sur les aurores boréales.*

Genève, le 12 novembre 1837.

...Nous avons été témoins ici, le 18 octobre dernier d'une belle aurore boréale; à 6 heures 1/2 elle était dans tout son

éclat; à 7 heures, elle avait presqu'entièrement disparu; elle fut de courte durée, très-circonscrite, mais très-brillante pendant sa durée. Sa couronne n'atteignait pas l'étoile polaire qu'on voyait briller au-dessus dans un ciel parfaitement pur; on voyait du reste les étoiles à travers la teinte rose-violette de l'aurore boréale.

» Vous serez sans doute frappé, comme moi, de la coïncidence de date entre la belle aurore boréale de l'année dernière qui eut lieu aussi le 18 octobre et celle de cette année. Je me demande si cette classe de phénomènes ne serait point aussi soumise, comme celui des étoiles filantes, à quelque périodicité? Ce qui me semblerait donner quelque fondement à cette supposition, c'est la remarque que me communique dans cet instant M. *Kreil* qui fait à Milan des observations magnétiques très-soignées. Il a observé, en 1836 et en 1837, que les plus fortes perturbations de l'aiguille ont eu lieu également les 22 avril et 18 octobre. Comme il y a une liaison intime entre les perturbations magnétiques et l'apparition des aurores boréales, la périodicité dans les unes serait bien un signe de la périodicité dans les autres. »

---

*Lettre de don José Sanchez Cerquero, directeur de l'observatoire de San-Fernando, sur les réductions au méridien des étoiles circompolaires.*

Paris, le 24 septembre 1837.

Je suppose que le cercle mural ne soit pas placé avec une parfaite exactitude, c'est-à-dire, que l'axe de rotation ne soit pas parfaitement horizontal, que l'axe optique de la lunette ne soit pas parallèle au plan de l'instrument, et enfin que l'instrument ne soit pas exactement dans le méridien; cependant les erreurs sont assez petites pour que, dans le calcul, on puisse négliger les puissances d'un ordre supérieur au premier.

Je suppose en outre que l'erreur de l'indice soit nulle et que le fil horizontal soit exactement parallèle à l'axe de rotation;

parce que, quant à l'erreur de l'indice, on peut corriger immédiatement la lecture, et que, pour ce qui se rapporte à une position défectueuse du fil, j'espère en parler plus avant d'une manière particulière.

Soient donc

$i$ l'inclinaison de l'axe de rotation, qui est *positive*, quand la partie *occidentale* de l'instrument est la plus élevée;

$a$ l'azimut, qui est *positif* quand on dirige la lunette vers le *nord* et que le fil vertical du milieu est à *l'occident* du méridien;

$c$ la collimation en azimut, *positive* quand la déviation a lieu vers *l'occident*.

Ces trois quantités sont comptées en secondes du cercle.

$\varphi$ est la latitude de l'observatoire.

$\Delta$ est la distance polaire de l'astre égale à L, L étant la lecture qu'on obtiendrait en observant dans le méridien le passage supérieur *direct* ([1], en corrigeant de l'erreur de l'indice et en faisant abstraction de la réfraction.

$\mu$ et $\mu'$ sont respectivement l'heure sidérale du passage au méridien, supérieur et inférieur.

$h$ est l'heure sidérale de l'observation. Les angles horaires $\mu$ et $h$ sont supposés réduits en parties du cercle.

(L) est la lecture qu'on obtient en observant un passage supérieur à la distance $\mu$ ou $h$ du méridien, ou, ce qui est le même, à l'heure $h$.

Il est évident qu'en négligeant les termes d'un ordre supérieur au premier, on considère les corrections comme des quantités infinitésimales; ainsi l'on peut supposer dans le calcul analytique de chaque correction, que les autres sont nulles et sommer ensuite tous les résultats.

Quand toutes les erreurs de position sont nulles, le pôle oriental du cercle mural, c'est-à-dire, le point où l'axe de rotation, prolongé jusqu'à l'orient, rencontre la sphère céleste, sera le

---

[1]) Je dis *direct* par opposition avec *par réflexion*, quand on observe sur un horizon de mercure.

point cardinal *est* ou le vrai levant. Ce point, le pôle boréal du monde et le lieu d'une étoile, au moment $h$ de l'observation (L), sont les sommets d'un triangle sphérique, dans lequel je nomme pour abréger :

*Premier angle*, celui formé au pôle oriental du cercle, sa mesure est la lecture (L);

*Premier côté*, celui opposé au premier angle, sa mesure est $\Delta = L$;

*Second angle*, celui dont le sommet est au pôle du monde; sa valeur est égale à $90° - (\mu - h) = 90° + (h - \mu)$;

*Troisième côté*, celui qui joint le pôle du monde à celui du cercle mural, sa valeur est de 90°.

Si, l'azimut restant nul, l'axe du cercle reçoit une inclinaison positive $i$, le premier côté restera constant; le premier angle variera de la même quantité que la mesure (L), dans la supposition qu'on ne tient compte que des termes du premier ordre; mais le second angle et le troisième côté augmenteront respectivement de la quantité $i \cos. \varphi$ et $i \sin. \varphi$.

Si c'est l'inclinaison qui reste nulle, tandis que le cercle acquiert un azimut positif $a$, le premier angle et le premier côté resteront comme dans le cas précédent; mais le second angle et le troisième côté varieront respectivement de la quantité $+ a \sin. \varphi$ et $- a \cos. \varphi$.

Par suite, si l'on suppose en même temps les deux erreurs $i$ et $a$, nous aurons

$$\begin{aligned}
&\text{Premier angle} &&= (L).\\
&\text{Premier côté} &&= \Delta = L.\\
&\text{Second angle} &&= 90° + (h-\mu) + i \cos. \varphi + a \sin. \varphi.\\
& &&= 90° + (h-\mu) + m.\\
&\text{Troisième côté} &&= 90° + i \sin. \varphi - a \cos. \varphi.\\
& &&= 90° + n.
\end{aligned}$$

La trigonométrie sphérique donne pour relation entre ces quatre quantités

$$\cot. L \cos. n = \sin. n \sin. (h - \mu + m) + \cot. (L) \cos. (h - \mu + m).$$

et en s'arrêtant aux termes du premier ordre

$$\cot. L = \sin. n \sin. (h-\mu) + \cot. (L) [\cos. (h-\mu) - \sin. m \sin. (h-\mu)]$$

soustrayant les deux membres de cot. (L), substituant les très-petits arcs au lieu de leurs sinus, et $\frac{\Delta}{2}$ à la place de L et (L) dans le second membre, on trouvera finalement pour réduire au méridien

$$\begin{aligned} L - (L) = &+ \frac{\sin.^2 \frac{1}{2}(h-\mu)}{\sin. 1''} \sin. 2\Delta \\ &+ i \sin. \Delta \cos. (\varphi + \Delta) \sin. (h-\mu) \\ &+ a \sin. \Delta \sin. (\varphi + \Delta) \sin. (h-\mu) \end{aligned}$$

l'effet de la collimation *c* en azimut affecte seulement le côté qui joint l'étoile au pôle du mural et l'angle au sommet duquel est l'étoile ; et comme nous n'avons pas à nous servir de ces deux termes, il en résulte que l'erreur *c* n'affecte pas les observations de la distance polaire. Mais il est nécessaire de la connaître pour déterminer l'azimut *a*. Aussi l'on ne doit pas s'étonner de l'indifférence que montrent beaucoup d'observateurs à l'égard de la collimation en azimut, quand il s'agit des distances polaires ou zénithales.

S'il est question d'étoiles circompolaires, on verra que $(\varphi + \Delta)$ est la hauteur méridienne et qu'elle est négative dans les observations par *réflexion*. De plus, en nommant R la lecture de l'observation par réflexion, faite dans le méridien au passage supérieur, il est facile de voir que

$$R = 360^\circ - (\Delta + 2\varphi);$$

par conséquent $dR = -d\Delta = -dL$ ; c'est-à-dire que toute la correction de la lecture (R) du passage supérieur hors du méridien, doit changer de signe, à l'exception des termes qui multiplient *a*, parce que sin. $(\varphi + \Delta)$ est alors négatif. La correction

à faire à la lecture du passage supérieur par réflexion, sera

$$R-(R)=-\frac{\sin.^2 \frac{1}{2}(h-\mu)}{\sin.\ 1''}\sin.\ 2\Delta$$
$$-\ i\sin.\ \Delta\cos.\ (\varphi+\Delta)\sin.\ (h-\mu)$$
$$+\ a\sin.\ \Delta\sin.\ (\varphi+\Delta)\sin.\ (h-\mu).$$

Changeant respectivement dans ces formules le signe de $\Delta$, nous aurons pour le passage inférieur direct

$$L_{,}-(L_{,})=-\frac{\sin.^2 \frac{1}{2}(h-\mu_{,})}{\sin.\ 1''}\sin.\ 2\Delta$$
$$-\ i\sin.\ \Delta\cos.\ (\varphi-\Delta)\sin.\ (h-\mu_{,})$$
$$-\ a\sin.\ \Delta\sin.\ (\varphi-\Delta)\sin.\ (h-\mu_{,}).$$

Et pour le passage inférieur par réflexion

$$R_{,}-(R_{,})=+\frac{\sin.^2 \frac{1}{2}(h-\mu_{,})}{\sin.\ 1''}\sin.\ 2\Delta$$
$$+\ i\sin.\ \Delta\cos.\ (\varphi-\Delta)\sin.\ (h-\mu_{,})$$
$$-\ a\sin.\ \Delta\sin.\ (\varphi-\Delta)\sin.\ (h-\mu_{,}).$$

Quand les observations de la polaire se font à une demi-heure de distance du méridien, les termes en $i$ ou en $a$ n'excèdent pas 0″,3 entre les latitudes de 30° et 60°, en supposant $i$ ou $a$ = 100″. Il est donc démontré que si le cercle est placé avec des erreurs qui n'excèdent pas 2″ ou 3″, ce qui est facile à obtenir, on peut négliger avec toute assurance les termes dépendant de l'azimut et de l'inclinaison.

Le triangle dont j'ai fait usage, a été employé, par *Bessel*, pour réduire les observations lunaires; et il me donna l'idée en 1830, de me préparer pour observer à San-Fernando différentes séries de distances polaires de $\alpha$ de la petite ourse, et toujours directement et par réflexion, à un même passage

supérieur ou inférieur, pour obtenir, dans un intervalle de 12 heures, la latitude, indépendamment de la déclinaison donnée par les catalogues. Comme le cercle mural de Londres n'arrivait pas, je me livrai à ces recherches pour assurer le succès de mes observations, quand arriverait l'instant d'en faire usage. Depuis qu'on a placé le cercle, en 1835, on a commencé et continué les observations dont il vient d'être parlé; et je vous assure avec la plus grande sincérité que j'ai éprouvé une vive satisfaction de voir par votre Mémoire de 1835 (sur la latitude de Bruxelles), qu'un procédé de l'exactitude duquel j'aurais pu me défier, vous était aussi venu à la pensée ([1].

Il reste à chercher la correction que l'on doit appliquer à la lecture du cercle pour le manque d'horizontalité du fil; et pour cela, je suppose, comme toujours, que toutes les autres erreurs sont nulles.

Soient donc, *fig. 4*, P le pôle nord, C le lieu de l'étoile avant d'arriver au méridien PN, NC la position du fil s'il était parfaitement horizontal, NB la position fautive du même fil; par conséquent BNC = I = l'inclinaison (positive quand le fil s'éloigne du pôle dans sa partie orientale).

Il est clair que l'observateur devra mouvoir le cercle jusqu'à ce que le fil rencontre l'étoile en C; cependant le fil prendra la position MC parallèle à NB; la lecture sera PM, et pour obtenir ce qu'elle devrait être PN, il faudra ajouter l'arc MN.

Pour calculer MN, on a

$$\begin{aligned}\text{sin. NC} = \text{sin. PC sin. P} &= \text{sin. } \Delta \text{ sin. } (\mu - h)\\ &= -\text{ sin. } \Delta \text{ sin. } (h - \mu)\end{aligned}$$

$$\text{sin. NC} = \frac{\text{tang. MN}}{\text{tang. MCN}} = \frac{\text{tang. } \textit{correction}}{\text{tang. I}}.$$

---

[1]) *Voyez* pour les détails de ce procédé et des résultats qu'il a présentés le tom. X des *Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale de Bruxelles*, et la 2e partie du tom. Ier des *Annales de l'Observatoire*. A. Q.

On voit facilement 1° que cette correction conserve le même signe pour toutes les observations faites d'un même côté du méridien, soit directement, soit par réflexion, d'un passage supérieur ou inférieur; parce que son effet est le même que si on élevait ou si l'on abaissait à chaque observation un fil qui serait parfaitement horizontal, et que l'altération fût la même pour un même angle horaire; 2° que la correction change de signe avec l'angle horaire; 3° qu'à 30′ d'angle horaire pour la polaire, la correction sera de 1″ en distance polaire, si I = 0°4′ environ; 4° que la correction est presque proportionnelle à l'angle horaire.

Ces dernières considérations ne doivent pas porter à resserrer l'intervalle des observations, parce qu'il est clair que si on les fait en même nombre et avec de mêmes angles horaires avant et après le passage, l'erreur disparaîtra sur la moyenne. Mais quoiqu'il soit moralement impossible de conserver la seconde de ces deux conditions, si on a égard à la première, le résultat sera à peu près exempt d'erreur.

Nonobstant il convient de se prémunir contre la petite erreur qui pourrait rester, parce que ces petites quantités sont de celles qui, selon l'expression de *Delambre*, font le tourment des astronomes. Pour cela, à chaque lecture après la réduction au méridien par la formule

$$\pm \frac{\sin.^2 \frac{1}{2}(h-\mu)}{\sin.\, 1''} \sin.\, 2\Delta,$$

on ajoutera une indéterminée $\mp\, p''\, \mathrm{I}$, dans laquelle $p''$ est une quantité connue de secondes du cercle $= 1'',64 \times \sin.\,(h-\mu)$ quand il s'agit de l'étoile polaire, en supposant l'inconnue I comptée en minutes d'arcs et en se servant du signe $\left.\begin{matrix}\text{supérieur avant}\\ \text{inférieur après}\end{matrix}\right\}$ la culmination. En un quart d'heure, on peut former une table pour ainsi dire perpétuelle qui donne la valeur de $p''$ pour chaque minute de temps de la valeur $h-\mu$ depuis 1 minute jusqu'à 30′, et cette table affranchit de tout calcul.

De plus il convient, pour détruire convenablement l'effet de l'inclinaison de I :

1° De faire un même nombre d'observations directes et par réflexion, à chaque passage, et de chaque côté du méridien;

2° De faire que les observations directes de chaque côté soient *approchant* à égale distance du méridien, et de même pour les observations par réflexion;

3° Si au passage supérieur on commence à observer directement, de commencer au passage inférieur à observer par réflexion; et *vice versa;*

4° De conserver, dans tous les cas et dans toutes les expressions des distances polaires qui ont pour objet des déterminations de hauteurs et de latitudes, la partie indéterminée dépendante de I, telle que l'a donnée le calcul, ce qui formera en latitude un coefficient très-petit.

Comme on ne peut corriger l'inclinaison de l'axe de rotation du cercle mural au moyen du niveau, ni la collimation en azimut au moyen du retournement; je me suis servi, dans mon observatoire, de méthodes purement astronomiques pour déterminer les trois quantités $i$, $c$, $a$, et pour les réduire à une valeur tout-à-fait négligeable. Si vous désirez savoir comment j'ai procédé, vous pourrez vous assurer de l'exactitude qu'offre la méthode, etc.

---

### *Autre note sur la réduction au méridien, en faisant usage du cercle mural*, par M. Cerquero[1].

La distance polaire observée hors du méridien par un cercle

---

1) La réduction au méridien, en se servant du cercle mural, ne se fait pas de la même manière que quand on fait usage du cercle répétiteur dont le limbe se déplace des deux côtés du méridien. Dans ce dernier cas, le fil horizontal de la lunette est perpendiculaire au vertical de l'étoile et non au méridien. Cependant quand les observations ne sont faites qu'à de petites distances du méridien, les erreurs calculées selon les deux méthodes diffèrent très-peu et l'on peut substituer sans danger l'une à l'autre.

mural, est le côté d'un triangle sphérique rectangle dont l'hypothénuse est la distance polaire que l'on eût observée dans le méridien. Si nous appelons $\Delta'$ la première et $\Delta$ la seconde, et que nous désignons par $h$ l'angle horaire, nous aurons

$$\text{tang. } \Delta \text{ cos. } h = \text{tang. } \Delta'$$
$$\text{tang. } \Delta - \text{tang. } \Delta' = 2 \text{ tang. } \Delta \text{ sin.}^2 \tfrac{1}{2} h$$

Prenant les différences comme différentielles, on a

$$\frac{d\Delta''}{\text{cos.}^2 \Delta} = \frac{2 \text{ tang. } \Delta}{\text{sin. } 1''} \text{ sin.}^2 \tfrac{1}{2} h$$

et par conséquent la correction en secondes que l'on devra faire à $\Delta'$ pour obtenir $\Delta$, est

$$d\Delta'' = 2 \text{ tang. } \Delta \text{ cos.}^2 \Delta \frac{\text{sin.}^2 \frac{1}{2} h}{\text{sin. } 1''}$$

ou bien ;

$$\textit{correction} = \text{sin. } 2\Delta. \frac{\text{sin.}^2 \frac{1}{2} h}{\text{sin. } 1''}.$$

Cela suppose l'instrument vertical et placé dans le méridien; ou au moins avec une inclinaison ou un azimut qui n'aillent pas au delà d'une minute en arc.

---

*Extrait d'une 2e lettre de M.* José Sanchez Cerquero, *sur une démonstration nouvelle du développement du binome.*

Paris, le 8 décembre 1837.

Si l'on indique en général par $S_{(n)}$ la somme de $n$ termes d'une progression par quotiens qui commence par l'unité, et dont la raison $= z^{\frac{1}{q}}$, on sait que

$$S_{(p)} = \frac{1-z^{\frac{p}{q}}}{1-z^{\frac{1}{q}}}; \quad S_{(q)} = \frac{1-z}{1-z^{\frac{1}{q}}}$$

partant

$$\frac{1-z^{\frac{p}{q}}}{1-z}=\frac{S(p)}{S(q)}\;;\;\frac{1-z^{-\frac{p}{q}}}{1-z}=-z^{-\frac{p}{q}}.\frac{S(p)}{S(q)}.$$

Si $z=1$, chaque terme de la progression devient $=1$, et l'on a dans ce cas $S(p)=p$; $S(q)=q$. Donc si l'on désigne par $\varphi(\pm\frac{p}{q})$ ce que devient

$$\frac{1-z^{\pm\frac{p}{q}}}{1-z}$$

lorsque $z=1$, nous aurons

$$\varphi\left(\pm\frac{p}{q}\right)=\pm\frac{p}{q}$$

ou ce qui est la même chose,

$$\varphi(m)=m,$$

$m$ étant une quantité rationnelle quelconque, positive ou négative.

Si $m$ est irrationnelle, on pourra faire

$$m=m_{,}+\delta_{,}=m_{,,}-\delta_{,,},$$

$m_{,}$ et $m_{,,}$ étant rationnelles, $\delta_{,}$ et $\delta_{,,}$ irrationnelles; les deux premières aussi approchantes de $m$, et les deux secondes aussi petites que l'on voudra, par conséquent $m_{,}=m-\delta_{,}$, et $m_{,,}=m+\delta_{,,}$ étant rationnelles, on aura par la démonstration antérieure

$$\varphi(m-\delta_{,})=m-\delta_{,}\;;\;\varphi(m+\delta_{,,})=m+\delta_{,,}\;;$$

Équations qui ont visiblement une même limite, savoir l'équation.

$$\varphi(m)=m.$$

Donc cette dernière a lieu aussi bien dans le cas de $m$ irra-

tionnelle ; partant nous venons de démontrer le théorème suivant.

« La quantité $\frac{1-z^m}{1-z}$ devient $= m$ par la supposition $z = 1$, $m$ étant d'ailleurs une quantité réelle quelconque. »

Par conséquent si l'on fait successivement

$$\left(\begin{array}{l} 1 - z = \frac{h}{x} \\ 1 - z = \frac{h}{k} \end{array}\right)$$

les résultats respectifs, c'est-à-dire,

$$\frac{x^m-(x-h)^m}{h} = x^{m-1}\cdot\frac{1-z^m}{1-z}\,;\ \frac{k^m-(k-h)^m}{h} = k^{m-1}\cdot\frac{1-z^m}{1-z}\,;$$

deviendront par l'hypothèse $z = 1$ (qui revient à $h = o$).

$$mx^{m-1}\ ;\ mk^{m-1}\ ;$$

quelle que soit la valeur réelle de l'exposant $m$.

Quand on a demontré cela, rien de plus facile que le développement de $(y+k)^m$. Car si l'on fait $x = y + k$ ;

$$(y+k)^m = A + Bk + Ck^2 + Dk^3 + Ek^4 + \text{etc.} \quad . \quad . \quad (1)\,;$$

mettant $(k-h)$ au lieu de $k$, il viendra

$$(y+k-h)^m = A + B(k-h) + C(k-h)^2 + D(k-h)^3 + E(k-h)^4 + \text{etc.}$$

La différence des deux dernières équations sera, après avoir divisé des deux côtés par $h$,

$$\frac{x^m-(x-h)^m}{h} = B + C\,\frac{k^2-(k-h)^2}{h} + D\,\frac{k^3-(k-h)^3}{h} \quad . \quad . \quad . \quad + E\,.\frac{k^4-(k-h)^4}{h} + \text{etc.}$$

Si l'on fait maintenant $h = o$, on obtiendra d'aprés ce qu'on

vient de démontrer,

$$mx^{m-1} = m(y+k)^{m-1} = B + 2Ck + 3Dk^2 + 4Ek^3 + \text{etc.}$$

Ou bien, multipliant les deux membres par $\frac{y+k}{m}$.

$$(y+k)^m = \frac{By}{m} + \frac{2Cy+B}{m}k + \frac{3Dy+2C}{m}k^2 + \frac{4Ey+3D}{m}k^3 + \text{etc.}$$

On n'a maintenant qu'à égaler terme à terme cette dernière équation et l'équation (1) pour obtenir

$$B = m.\frac{A}{y}\,;\ C = (m-1)\frac{B}{2y}\,;\ D = (m-2)\frac{C}{3y}\,;\ E = (m-3)\frac{D}{4y}\,,\text{etc.}$$

Et si l'on remarque que l'équation (1) donne $y^m = A$, lorsqu'on fait $k = o$, on obtiendra la formule de *Newton*,

$$(y+k)^m = y^m + my^{m-1}k + m.\frac{m-1}{2}y^{m-2}k^2 + \text{etc.},$$

demontrée pour une valeur quelconque réelle de $m$.

La démonstration qu'on emploie dans les élémens, fondée sur l'observation des développemens successifs de $(y+k)^2$, $(y+k)^3$, $(y+k)^4$, etc., et sur la doctrine des combinaisons, est longue et indirecte, peu accessible pour les commençans, et après tout elle n'est concluante que lorsque $m$ est entier et positif. D'ailleurs, on n'aime pas à attendre que le calcul différentiel fournisse des solutions plus simples. C'est pourquoi je m'étais proposé de trouver le 1$^{er}$ coefficient différentiel de $x^m$ sans le nommer, en employant pour y arriver des considérations très-élémentaires : alors j'ai vu que la théorie des progressions géométriques pouvait m'en fournir un moyen dont personne, que je sache, ne s'est servi jusqu'ici.

---

*Lettre de M.* Wartmann, *sur les étoiles filantes et sur un phénomène lumineux.*

Genève, le 30 décembre 1837.

Le 12 novembre, à 9 heures du soir, temps moyen, de grands nuages se promènent au ciel et le masquent partiellement. A 9 heures 30 minutes, au moment d'une forte ondée de pluie qui a lieu par un vent violent du nord-est, le grand électromètre de l'observatoire montre un courant d'électricité positive atmosphérique; les étincelles, longues de 5 ou 6 millimètres, sont continues et d'une belle couleur bleue; elles donnent assez de lumière pour permettre de voir distinctement l'heure sur le cadran d'une montre au sein de l'obscurité; la force du courant est telle qu'en approchant le conducteur à trois décimètres de distance d'un électroscope à feuilles d'or, les feuilles sont aussitôt brisées avec violence. Le courant, dirigé sur un électroscope à balance de torsion, fait dévier l'aiguille de 170°. L'hygromètre à cheveu, placé dans le cabinet d'observation, marque, dans ce moment, 90°, et celui de l'extérieur 92°. A 9 heures 40 minutes, l'ondée a complétement cessé, et avec elle le courant électrique. Pendant la durée de l'orage, il n'y a eu ni éclair ni tonnerre; mais, du côté du nord-ouest, on a aperçu une faible aurore boréale, qui a été visible jusqu'à 9 heures 45 minutes.

A 10 heures, des nuages isolés, mus par le vent du nord, ne laissent voir que quelques parties du ciel. A 11 heures, le ciel est clair au nord-est et au nord-ouest. A minuit, le zénith est en grande partie dégagé de nuages. A minuit et 20 minutes, une étoile filante traverse les étoiles $\iota$ et $\theta$ du pied de la Grande Ourse en se dirigeant obliquement à l'horizon. A 1 heure, le ciel présente quelques éclaircies en différens points; à 2 heures, il en est de même. A 2 heures 50 minutes une étoile filante, d'un faible éclat, traverse le carré de la Petite Ourse obliquement à l'horizon et de l'est à l'ouest. A 3 heures, le ciel est en partie découvert. A 3 heures 10 minutes, une belle étoile filante part du Lion et se dirige vers la tête de la Grande Ourse. A 4 heures, il y a des

nuages sur plusieurs points du ciel, mais qui laissent entre eux d'assez grandes éclaircies. A 4 heures 8 minutes une étoile filante, d'un faible éclat, se dirige de la Grande Ourse dans la Petite Ourse, en traversant le carré de celle-ci parallèlement à l'horizon. A 4 heures 12 minutes une étoile filante, de couleur rouge, se dirige du carré de la Grande Ourse vers l'étoile polaire. A 4 heures 25 minutes, une étoile filante part de la queue de la Grande Ourse et se dirige obliquement à l'horizon. A 5 heures les nuages envahissent l'horizon, et à 5 heures 10 minutes le ciel, complétement couvert, empêche de poursuivre les observations jusqu'à la naissance du jour.

Ainsi, dans l'espace de huit heures consécutives d'observation, de 9 heures du soir à 5 heures du matin, *six* météores seulement ont été vus. Ce résultat est remarquable en ce qu'il offre un nombre de beaucoup inférieur à la moyenne des étoiles filantes qui apparaissent dans les nuits ordinaires.

Il est vrai que le ciel, momentanément nuageux, a été peu propice aux observations. En outre la lune, dans son plein, qui est demeurée toute la nuit sur l'horizon, a pu contribuer aussi à rendre invisible une partie des étoiles filantes, et, en effet, celles qui ont été vues n'avaient nullement l'éclat des nombreux météores observés dans les nuits du 9 et du 10 août dernier.

Il n'a pas été possible d'entreprendre des observations dans la nuit du 11 au 12 novembre, parce qu'il a plu continuellement; et la nuit du 13 au 14, le ciel ayant été toujours couvert, je n'ai pu, à mon grand regret, donner suite aux observations faites dans celle du 12 au 13.

— Parmi les nombreux phénomènes crépusculaires qui se présentent à nous sous des formes et des aspects très-divers, il en est un, assez rare et assez curieux, dans lequel on distingue, d'une manière plus ou moins marquée, une espèce de divergence et de convergence des rayons solaires. Ces apparences, qui doivent probablement leur origine à certain état particulier de l'atmosphère, se montrent ordinairement vingt ou trente minutes après le coucher du soleil, lorsque le ciel est sans nuage et que l'horizon se trouve quelque peu nébuleux.

Pour satisfaire à une invitation qui me fut faite au commencement de cette année, par madame *Necker de Saussure*, je me mis en mesure d'épier l'apparition de ce phénomène à Genève, du 16 février au 16 mars inclusivement, pendant que M. le professeur *L.-A. Necker,* alors en Écosse, observait de son côté. Mais, quoique le ciel pendant cette série non interrompue de 29 jours, ait présenté plusieurs fois, après le coucher du soleil et par un temps serein, des phénomènes de coloration remarquables, je n'ai jamais aperçu dans le segment lumineux coloré en pourpre qui se dessinait à l'occident, rien qui ressemblât à des rayons lumineux convergens séparés par des espaces obscurs.

Six mois s'étaient écoulés et je n'espérais plus rien de mes recherches lorsque, le 8 septembre dernier à 7 heures du soir, c'est-à-dire 47 minutes après le coucher du soleil, le ciel étant parfaitement serein dans toutes ses parties, et l'atmosphère légèrement vaporeuse près du sol, je vis, du côté de l'ouest, un segment lumineux dont la corde s'appuyait sur l'horizon. Dans ce segment se dessinaient, d'une manière distincte et en forme d'éventail, quatre rayons lumineux colorés en pourpre, séparés par autant d'espaces obscurs symétriques entre eux. Ils convergeaient tous vers un foyer situé au-dessous de l'horizon et divergeaient en s'éloignant de ce point et en s'étendant dans le ciel jusqu'à 40° au-dessus du Jura qui formait la lisière de l'horizon sensible. La planète Vénus, près de se coucher, se montrait dans un des espaces obscurs du segment où elle brillait de son éclat ordinaire. Le phénomène demeura très-apparent en conservant toujours la même étendue jusqu'à 7 heures 20 minutes; dès lors s'affaiblissant graduellement il devint de moins en moins visible, et à 7 heures 32 minutes il avait tout-à-fait disparu après une durée de plus d'une demi-heure. Plusieurs personnes qui en furent témoins m'ont dit, depuis, l'avoir aperçu déjà à 6 heures 50 minutes, c'est-à-dire dix minutes avant moi.

L'état météorologique de la journée avait été comme suit : à 7 heures et demie du matin ciel très-clair, l'électroscope à feuilles d'or révèle l'existence de l'électricité positive dans l'at-

mosphère, l'air est calme, les objets à terre sont couverts de rosée et une légère brume se montre à la surface du lac. A 9 heures, le baromètre de l'observatoire réduit à zéro degré marquait 729$^{mm}$,79, à midi 729$^{mm}$,27, à 3 heures 728$^{mm}$,48 et à 9 heures du soir 729$^{mm}$,1. Le thermomètre centigrade à l'air libre, observé huit fois, indiquait à 7 heures du matin + 10°,0, à 8 heures + 11°,9, à 9 heures + 12°,8, à midi + 16°,4, à 3 heures + 17°,4, à 7 heures et un quart + 13°,3, à 8 heures + 12°,7 et à 9 heures du soir + 11°,4. L'hygromètre de *Saussure* marquait à 9 heures du matin 80°, à midi 70°, à 3 heures 66°, à 7 heures et un quart 75° et à 9 heures du soir 88°. L'éthrioscope en degrés centigrades indiquait à 9 heures du matin 2°,82, à midi 1°,73 et à 3 heures après midi 2°,38. A 9 heures du matin, quelques petits nuages apparurent du côté de l'est, mais ils se dissipèrent presque aussitôt et le ciel redevenu dès lors parfaitement serein, s'est maintenu pur toute la journée.

Ainsi le curieux phénomène que je viens de décrire, et que plusieurs personnes ont admiré avec moi, a eu lieu par un temps serein et sans qu'aucun nuage se montrât sur la voûte céleste.

Quoique le soleil soit animé d'un mouvement de rotation et que la photosphère dont il est environné participe sans doute de ce mouvement, l'observation montre toutefois que ses rayons, après avoir franchi un espace de 34 millions et demi de lieues, arrivent à nous *parallèlement entre eux*, et que, par conséquent, la cause du phénomène qui nous occupe doit se trouver ailleurs que dans une simple divergence des rayons solaires. Peut-être de petits nuages isolés et stationnaires, situés au-dessous de l'horizon visible et produisant l'effet d'obturateurs, ne seraient-ils point étrangers à la formation des secteurs lumineux séparés par des espaces obscurs symétriques? Quoi qu'il en soit la cause de cette singulière apparence n'ayant pas été expliquée jusqu'ici d'une manière complétement satisfaisante, j'ai cru devoir, dans l'intérêt de la science, rappeler de nouveau ce sujet de recherches à l'attention des météorologistes et des physiciens, qui, grâces à l'esprit d'association qui a lieu de nos jours, sont à

même d'étudier les phénomènes de la nature d'une manière plus sûre, plus facile et avec plus de chances de succès.

---

*Lettre de M. White, secrétaire de la société météorologique de Londres, sur un électromètre magnétique nouveau.*

Londres, le 8 décembre 1837.

.... Je vous envoie aussi un dessin d'un nouvel *électromètre magnétique* du lieutenant *Morrison;* je possède cet instrument et je ne doute pas qu'il ne soit très-utile pour déterminer plusieurs de ces beaux et intéressans phénomènes qui ont une origine électrique......

(L'instrument se compose d'un verre en forme de cloche, sous lequel est suspendu par un fil d'or une aiguille magnétique délicate; ce fil est en communication avec une tige de cuivre de deux pieds de longueur, qui surmonte l'appareil et qui va se terminer en pointe vers le haut).

.... Pour observer l'électricité de l'air, l'instrument doit être placé à l'ombre et loin des lieux où se trouve du fer. Quand l'air est électrisé *en plus*, le pôle nord de l'aiguille dévie à l'*est;* et quand l'électricité est *négative*, sa déviation a lieu à l'*ouest.* Pour mesurer l'étendue de la déviation, on place sous l'aiguille un cercle gradué dont le zéro est tourné vers le pôle nord du méridien magnétique. J'ai obtenu avec cet instrument des résultats curieux pendant un orage du mois d'août dernier.

---

*Lettres de M. le docteur Forster sur les étoiles filantes.*

Schaerbeek, 23 novembre 1837.

*Le Standard*, journal de Londres, fait mention de quelques brillans météores vus, dimanche 12 novembre, entre 8 et 10 heures du soir. Le plus brillant tombait du nord et laissait après lui de très-belles scintillations. Le même journal dit aussi que la couleur de l'aurore boréale de la même nuit fut du plus

beau pourpre que l'on ait jamais vu et que ce phénomène fut visible à l'ouest, pendant que les météores tombaient du nord et de l'est.

15 décembre 1837.

Des lettres de New-Yorck, en date du 15 novembre, font mention des météores périodiques du 13 novembre de cette année. On en a compté 246 entre une heure du matin et le point du jour. Ces météores n'ont par conséquent pu être visibles ici.

---

*Lettre de M. Benzenberg sur les étoiles filantes.*

Dusseldorf, 13 janvier 1838.

Il y a long-temps que je ne vous ai écrit, parce que j'étais occupé d'un travail qui a pour titre :

*Les étoiles filantes sont de petites pierres lancées par les volcans lunaires, avec des diamètres de* 1 *à* 5 *pieds, qui circulent autour de la terre et qui, quand leur vitesse est plus grande que* 34,485 *pieds par seconde, circulent autour du soleil.*

Dès qu'il sera imprimé, j'aurai l'honneur de vous en adresser un exemplaire.

Mais je n'ai pas encore reçu vos observations faites en 1824, avec les résultats des calculs ; auriez-vous l'obligeance de me les faire parvenir avant que je termine mon ouvrage ?

M. *Feldt*, professeur à Braunsberg, dans la Prusse orientale, m'a écrit qu'à la réunion des savans à Prague, on était convenu qu'à Kœnisberg, Braunsberg, Marienwerder, Bromberg, Posen, Berlin, Breslau, Warschau, Cracovie, Prague, etc., on aurait fait des observations sur les étoiles filantes pendant les trois dernières nuits de novembre de l'année dernière. Dusseldorf est aussi au nombre des stations indiquées; pendant deux de ces nuits le ciel ici a été couvert. Le ciel était serein pendant la troisième et l'on a observé de 7 à 12 heures.

J'ai fait faire, l'année précédente, 31 séries d'observations des étoiles filantes, pour trouver le nombre moyen de ces météores que l'on voit par heure, car la terre parcourt par heure 15600

milles et elle peut passer dans des lieux où il y a très-peu d'étoiles filantes.

Je vous envoie en même temps un mémoire manuscrit *sur le nombre moyen des étoiles filantes visibles pendant une heure aux différentes époques de l'année.* Si vous le jugez intéressant, je vous prie de l'insérer dans votre journal. Il faut quatre observateurs, en plein champ, pour pouvoir apercevoir toutes les étoiles filantes, et quatre aides pour remplacer les observateurs quand ils annotent leurs observations sur les cartes. On a observé à Breslau, le 10 août, 536 étoiles filantes, mais il y avait de 18 à 20 observateurs, et ces recherches étaient faites sur une grande échelle.

Il paraît prouvé que les étoiles filantes circulent autour du soleil; mais il n'est pas également prouvé *pour quelle cause elles brillent et cessent presqu'aussitôt de briller ensuite*, quoiqu'en continuant leur marche à travers notre atmosphère. L'explication en est difficile.

On voit trois étoiles filantes par heure, quand on observe seul; c'est ce qui a lieu généralement, et on peut dire pendant 340 jours de l'année.

Dans des cas extraordinaires, il s'en présente 9 par heure; sont-elles plus nombreuses encore, on en voit 16. Dans la nuit du 12 au 13 novembre, on en a vu de 30 à 38 par heure; de même que dans celle du 10 au 11 août, en supposant toujours un seul observateur.

Mais ces nuits sont peu nombreuses et l'on peut admettre qu'il n'y en a guère que 25 en une année, etc.

---

*Sur le nombre des étoiles filantes visibles pendant une heure, aux différentes époques de l'année*, par J. H. Benzenberg ([1].

Lorsque mon ami *Brandès* et moi, nous fîmes nos premières

---

([1] *Voyez* tom. IX de la *Correspondance Mathématique*, pag. 441 et sui-

observations sur les étoiles filantes à Gœttinguc, il y a 40 ans, on n'avait pas encore fait d'observations sur le nombre qu'on pouvait en voir en une heure aux différentes époques de l'année.

Nous pensions alors qu'elles étaient éloignées au plus de 1 à 2 milles de la terre, et d'après cela nous mesurâmes une base de 27,050 pieds qui s'étendait depuis Clausberg jusqu'à Ellershausen. Mais ayant trouvé, par nos premières observations, que les étoiles filantes étaient éloignées de 10, 20 et 30 milles de la terre, quoique parmi elles quelques-unes fussent visibles au zénith (à Ofen en Hongrie), cette base nous parut trop petite et nous en mesurâmes une autre de 46,200 pieds, depuis Clausberg jusqu'à Lesebuhl près de Drausfeld. Mais il se présenta une circonstance remarquable, et qui rendit difficile toute explication des étoiles filantes : l'étoile marquée n° 12 s'éleva de 5,2 à 12,9 milles et disparut ensuite. *Lichtenberg* écrivit en date du 3 novembre 1798 : si votre observation sur le n° 12 est exacte, il me paraît très-invraisemblable que ce phénomène soit d'origine cosmique.

Il était nécessaire de s'assurer si les étoiles filantes pouvaient monter perpendiculairement ou à peu près, et briller en même temps. J'étais à Hambourg en 1801 et 1802, et *Brandès* à Ekwarden (duché d'Oldenbourg, à 14 milles de Hambourg). Nous renouvelâmes nos observations sur les étoiles filantes, et une d'elles se releva encore dans sa course, mais horizontalement.

*Chladni* étant chez moi à Dusseldorf en 1807, nous parlâmes de la singulière nature des étoiles filantes, qui brillaient quoiqu'elles s'élevassent au-dessus de la terre. *Chladni* tout en attribuant ce phénomène à une cause cosmique, est revenu ensuite de son opinion.

En 1817, je vins à Munster et j'y trouvai *Chladni* qui montrait ses expériences acoustiques. Dans l'entretien que nous eûmes sur les étoiles filantes, je trouvai qu'il avait renoncé à son ancienne opinion, et qu'il croyait les étoiles filantes d'origine

---

vantes, un *Mémoire sur le nombre moyen des étoiles filantes qu'on peut observer dans une nuit ordinaire*, par *A. Quetelet.*

cosmique. Il pensait que quand elles arrivent dans notre atmosphère avec une vitesse de 4 à 5 milles par seconde, elles condensent l'air devant elles et laissent au contraire un vide après elles. Pour une vitesse de 5 milles en une seconde, cette condensation serait même telle que l'air prendrait la densité du mercure, et comme l'élasticité augmente avec la condensation, l'étoile filante devrait nécessairement s'élever de nouveau.

En 1823, *Brandès* avec l'aide de ses amis fit à Breslau des observations sur les étoiles filantes; et sur 1705 il en trouva 63 observées simultanément. Nous en avions trouvé à Gœttingue 22 simultanées sur 402 qui avaient été observées. Sur les 63 étoiles filantes observées simultanément, on put calculer les trajectoires de 37, et il se trouva que 10 s'élevaient et que 27 descendaient vers la terre. *Chladni* avait donc raison de dire que les étoiles filantes étaient d'origine cosmique, qu'elles s'élevaient et brillaient comme les globes de feu avec lesquels elles ont des rapports (1.

Nous abordons maintenant une des plus grandes découvertes de notre siècle, savoir : que les étoiles filantes appartiennent à l'astronomie.

On trouvait curieux qu'il y eût eu à plusieurs reprises un si grand nombre d'étoiles filantes dans les nuits du 12 au 13 novembre. D'après MM. *De Humboldt* et *Bonpland*, on observa en 1799 à Cumana, dans la nuit du 12 au 13 novembre, un nombre extraordinaire de ces météores. En 1831, 1832, 1833 et 1834, même observation fut faite à la même date. Il faut concevoir que ces étoiles filantes tournent autour du soleil et que si l'on pouvait arrêter la terre du 12 au 13 novembre pendant une année, on verrait durant tout cet espace un nombre considérable de ces météores; mais la terre marche toujours et parcourt 4 1/3 mill. par seconde, et 260 milles par minute, 15,600 par heure et 374,000 par 24 heures. Ainsi, en marchant pendant 1 à 3 jours, elle peut arriver dans une région où il y ait peu d'étoiles filantes. Pendant

---

(1 Ce préambule est en partie la répétition d'un autre article inséré dans ce recueil, par M. *Benzenberg*.

les nuits du 10 au 11 août, on observa aussi beaucoup d'étoiles filantes. *Brandès* en observa en 1823 ; mais du 7 au 8 août 1837, la terre se trouva dans une partie de son orbite où il y en avait peu. Un observateur n'en vit que 11 pendant 16 heures, par conséquent pas même deux par heure ([1].

Mon opinion est que les étoiles filantes viennent de la lune et qu'elles ont été jetées par les volcans, il y a 6,000 ou 10,000 ans, lorsque ceux-ci étaient en activité, et qu'elles doivent tourner autour du soleil, si leur force de projection excède 34,435 pieds par seconde. Ces pierres de la lune sont seulement de 1, 2 à 3 pieds, rarement de 4 à 5 de diamètre. Le manque d'air sur la lune (que M. *Bessel* croit si grand que le baromètre n'y monterait qu'à la hauteur d'une ligne) en est la cause.

Sur la terre où le mercure monte dans le baromètre à 28 pouces, les choses se passent tout autrement. Une pierre projetée en l'air avec une vitesse de 143 milles en une seconde, irait circuler autour du soleil. Mais s'il n'y avait pas d'air, avec une vitesse de 1 1/4 mille en une seconde, elle pourrait tourner autour du soleil ; cette différence provient donc de l'air. Et pendant que nous voyons dans la lune des cratères grands comme la distance entre Dusseldorf et Bonn ; ceux de la terre sont seulement de 1/2 mille au plus. Nous n'avons presque pas d'idée de ces volcans, ni de la vitesse avec laquelle ils projettent les pierres. L'Hécla en Islande (63° de lat.) éprouva une éruption terrible, le 5 avril 1766, après un repos de 70 ans. La nuit précédente on ressentit un tremblement de terre, et, le matin, une colonne de sable s'élevait sous une détonation continuelle, contenant du feu et des pierres brûlantes.

Les pierres-ponces, souvent d'une circonférence de 2 à 3 aunes, tombaient dans une distance de 2 à 3 milles. (Le mille

---

([1] En revanche, on a aperçu un très-grand nombre d'étoiles filantes pendant la nuit du 10 août de la même année. *Voyez* pag. 463, tom. IX de la *Correspondance Mathématique*, n° 2 Il est remarquable que M. *Benzenberg* se borne à cette seule citation. *Voyez* au surplus celles que nous avons données dans le même numéro de notre journal, et celles qui se trouvent dans ce numéro-ci à la page 161.

de Danemark a 24,000 pieds du Rhin). Il tombait en outre des pierres magnétiques dont l'une de 8 livres fut trouvée à 3 milles du cratère. On était au mois d'avril; la terre était gelée, et cependant la pierre pénétra si profondément qu'il fallut la retirer au moyen de leviers. Quelle force une pierre qui va tomber à une distance de 3 milles, n'a-t-elle pas pour vaincre la résistance de l'air? On peut présumer que sa vitesse était de 1,000 pieds par seconde. Si nous transportons les choses sur la lune, il faut multiplier par 5,3, car la chute est de 2,9 pieds sur la lune et sur la terre de 15,1 pieds par seconde. Mais 10,000 fois 5,3 font 53,000 pieds par seconde. On peut compter même 20,000 par seconde, et alors nous avons sur la lune 106,000 par seconde.

Les volcans de la lune ont un diamètre de 1, 2, 3, 4, 5, 6 à 7 milles allemands; et sept cratères, savoir : le *Lambert*, *Euler*, *Autolicus*, *Eudoxe*, *Pythéas*, *Hélicon et Bernouilli* ont projeté au delà de 156 billions de pierres, chacune d'un pied de diamètre.

*Beer* et *Maedler* ont compté jusqu'à 150 cratères sur une des faces de la lune.

Il est encore très-difficile de compter les étoiles filantes et il s'écoulera bien des années avant qu'on sache combien d'étoiles filantes paraissent, en un temps donné, pendant tout le cours de l'année.

La difficulté provient surtout de ce que le ciel est couvert pendant la plus grande partie de l'année; par exemple, du 1er au 30 janvier 1837, le ciel a été couvert constamment, et ce n'est que le dernier jour qu'il est devenu clair. Il est vrai qu'à une demi-lieue au-dessus de la terre où les nuages cessent, il fait toujours clair. Mais s'il faisait clair constamment, on ne verrait pas d'étoiles filantes pendant le jour, à cause de la lumière du soleil, et cependant elles passent le jour comme la nuit. Il faudrait donc avoir deux observatoires, l'un en Europe, l'autre à 180 degré de là ou en Asie, de manière que l'un aurait midi pendant que l'autre aurait minuit. La lumière de la lune empêche de compter facilement les étoiles filantes, et l'on ne peut dire, puisque les étoiles filantes apparaissent si rarement pendant le clair de lune, *si cela provient du clair de lune ou si ces météores sont effectivement en petit nombre.*

L'année passée, j'ai fait observer les étoiles filantes 31 fois et de dix en dix jours, quelquefois plus fréquemment, selon l'état du ciel. Je me suis servi de deux lits, l'un pour mon aide, l'autre pour moi. Quand on s'y trouve couché on peut voir tout le ciel (1.

Voici les résultats des observations de 31 nuits en 1837 :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 30 janvier. . . . . . | pendant | 3 | heures | 4 | étoiles | filantes. |
| 2. | 8 février. . . . . . | » | 3 | » | 5 | » | » |
| 3. | 6 mars . . . . . . . | » | 3 | » | 4 | » | » |
| 4. | 10 » . . . . . . . | » | 3 | » | 4 | » | » |
| 5. | 31 » . . . . . . . | » | 3 | » | 3 | » | » |
| 6. | 11 avril. . . . . . . | » | 3 | » | 4 | » | » |
| 7. | 11 au 12 mai . . . . | » | 5 $\frac{3}{4}$ | » | 18 | » | » |
| 8. | 5 au 6 juin . . . . | » | 5 | » | 13 | » | » |
| 9. | 7 au 8 » . . . . . | » | 5 | » | 12 | » | » |
| 10. | 15 au 16 » . . . . . | » | 5 | » | 7 | » | » |
| 11. | 17 au 18 » . . . . . | » | 3 $\frac{1}{2}$ | » | 4 | » | » |
| 12. | 28 au 29 » . . . . . | » | 5 | » | 9 | » | » |
| 13. | 11 au 12 juillet. . . . | » | 5 | » | 19 | » | » |
| 14. | 27 au 28 » . . . | » | 6 | » | 29 | » | » |
| 15. | 2 au 3 août . . . . | » | 5 $\frac{1}{2}$ | » | 24 | » | » |
| 16. | 6 au 7 » . . . . . | » | 6 | » | 47 | » | » |
| 17. | 7 au 8 » . . . . . | » | 6 | » | 11 | » | » |
| 18. | 9 au 10 » . . . . . | » | 6 | » | 98 | » | » |
| 19. | 10 au 11 » . . . . . | » | 2 | » | 24 | » | » |
| 20. | 17 au 18 » . . . . . | » | 6 | » | 44 | » | » |
| 21. | 20 au 21 » . . . . . | » | 7 | » | 17 | » | » |
| 22. | 6 au 7 septembre . . | » | 7 | » | 38 | » | » |
| 23. | 21 » . . | » | 3 | » | 13 | » | » |
| 24. | 3 octobre . . . . . | » | 3 | » | 18 | » | » |
| 25. | 13 » . . . . . | » | 4 | » | 13 | » | » |
| 26. | 19 » . . . . . | » | 3 | » | 20 | » | » |
| 27. | 26 » . . . . . | » | 4 | » | 16 | » | » |
| 28. | 7 novembre. . . . . | » | 3 | » | 10 | » | » |
| 29. | 30 » . . . . . | » | 10 $\frac{1}{2}$ | » | 37 | » | » |
| 30. | 3 décembre. . . . . | » | 3 | » | 11 | » | » |
| 31. | 16 » . . . . . | » | 3 | » | 7 | » | » |

(1 Nous supprimons ici des détails sur la manière d'observer, qui ont déjà été donnés dans des articles précédens.

Ainsi, 583 étoiles filantes dans l'espace de 140 heures (ou 4 par heure) ([1].

Quelquefois les étoiles filantes apparaissent en très-petit nombre, quelquefois en nombre considérable. Quand elles sont nombreuses, elles ont presque toutes une direction parallèle.

M. *Brandès*, par exemple, observa en 1799, dans la nuit du 9 au 10 août, et pendant l'espace de deux heures, 29 étoiles filantes, dont 25 dans la même direction.

Sous ce rapport, on peut distinguer deux espèces d'étoiles filantes : 1° celles qui apparaissent extraordinairement et celles qui sont sporadiques : celles-ci sont en petit nombre et apparaissent pendant toute l'année; 2° celles qui vont dans des directions parallèles et dont un seul observateur peut observer, en une nuit et dans l'espace de 6 heures, au delà de cent.

Par cette distinction, on trouve :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Du 6 au 7 août, | en | 6 heures, | 47 | étoiles | filantes. |
| Du 9 au 10 » | | 6 » | 98 | » | » |
| Du 10 au 11 » | | 2 » | 24 | » | » |
| Du 17 au 18 » | | 6 » | 44 | » | » |
| Du 6 au 7 septembre, | | 7 » | 38 | » | » |
| | En | 27 heures | 251 | étoiles | filantes. |

Donc 9 étoiles filantes par heure.

Si l'on soustrait ces 27 heures et les 251 étoiles filantes, il en reste pour 113 heures 332. Ce dernier nombre, divisé par 113, donne 3 étoiles filantes par heure.

Quand il y a donc peu d'étoiles filantes, un seul observateur en voit 3 par heure. Quand il y en a beaucoup, par exemple du 9 au 10 août 1837, un seul observateur en voit 16 par heure.

On a donc dû commettre de grandes erreurs en n'apportant

[1]) M. *Benzenberg* dit plus loin qu'il ne voit dans son jardin que la moitié du ciel; de plus son aide et lui s'étaient partagé la partie du ciel visible. Il faudrait donc, toutes choses égales, compter 8 étoiles filantes par heure pour un observateur, comme nous l'avons établi de notre côté. A. Q.

pas assez d'exactitude en comptant les étoiles filantes ; de là les différences concernant leur nombre.

On ne peut voir en pleine campagne qu'un quart du ciel ; il faut donc quatre personnes pour voir le ciel entier : l'une vers le nord, l'autre vers l'ouest, la troisième vers l'est, la quatrième vers le sud. Alors on peut observer toutes les étoiles filantes qui entrent dans notre atmosphère. Je cite comme exemple Gummersbach, à 7 ½ milles de Dusseldorf, où le Dr *Schnabel* fit observer 309 étoiles filantes, dans 5 heures et pendant la nuit du 12 au 13 novembre 1836 : donc 62 par heure ; mais il y avait quatre observateurs qui étaient dans une chambre, percée de fenêtres vers les quatre régions du ciel. Un observateur était devant chaque fenêtre, M. *Schnabel* se trouvait au milieu pour noter les observations. Voici le tableau des étoiles filantes observées par M. *Schnabel,* qui nous apprend que, dans cette nuit, 16 étoiles filantes étaient à peu près le nombre qu'on voyait par heure, mais il y avait des heures où une seule personne en observait 30 à 38.

| TEMPS. | SUD. | EST. | NORD. | OUEST. | TOTAL. |
|---|---|---|---|---|---|
| 12 à 1 | 9 | 20 | 8 | 12 | 49 |
| 1 à 2 | 17 | 8 | 16 | 12 | 53 |
| 2 à 3 | 16 | 17 | 20 | 12 | 65 |
| 3 à 4 | 30 | 14 | 17 | 7 | 68 |
| 4 à 5 | 38 | 15 | 6 | 15 | 74 |
| TOTAL. . . . | 110 | 74 | 67 | 58 | 309 |

Je ne vois que la moitié du ciel dans mon jardin, c'est pourquoi j'ai assez de deux lits de repos ; mais si j'avais un jardin hors de la ville, il me faudrait quatre lits se touchant par les bouts supérieurs ; une cinquième personne devrait noter les observations, comme le faisait M. *Schnabel.* Mais pour faire des observations parfaites, chacun devrait avoir une montre à tierces et une carte du ciel pour les y noter. Cependant, ainsi que nous l'avons déjà observé à Gœttingue en 1798, comme

une deuxième étoile filante peut suivre immédiatement une première, elle ne serait pas aperçue, parce que l'observateur note alors la précédente sur la carte; il faudrait un deuxième pour marquer toutes les étoiles filantes : il faudrait donc huit observateurs au lieu de quatre.

Dans la nuit du 10 au 11 août 1837, il y avait à Breslau, à ce que m'écrit M. *Olbers*, 18 à 20 aides, et l'on observa 536 étoiles filantes, de manière que l'on pouvait être certain d'avoir vu toutes les étoiles filantes visibles pour l'horizon de Breslau.

On peut présumer qu'il n'y a que 25 nuits sur 365 où les étoiles filantes sont fréquentes, et 340 où elles sont rares; mais du 7 au 8 août on n'en a observé que 11 en six heures. Cependant il pouvait y en avoir un très-grand nombre qui passaient à des milliers de milles au-dessus de la terre, et devenaient invisibles à cause de leur petitesse et de leur grande distance.

La lune est sphérique et couverte de volcans, et si les pierres de la lune sont lancées en haut avec une vitesse de 34,435 pieds par seconde, elles doivent par suite tourner autour du soleil; mais la direction que prendra la pierre autour du soleil, dépend de la situation du volcan, et on peut facilement présumer qu'il pouvait y en avoir un grand nombre dans la nuit du 7 au 8 août 1837, quoique peu d'étoiles filantes aient été visibles; si ces météores étaient dirigés perpendiculairement à l'écliptique, nous ne pouvions les voir dans notre atmosphère.

Du reste, il faut préciser le nombre des étoiles filantes visibles pour chaque heure, ce qui est nécessaire, parce que la terre parcourt 15,600 milles allemands par heure, et c'est beaucoup pour un temps pareil; car si elle fait 7,800 milles en une demi-heure, elle peut, au bout de ce temps, être arrivée dans une région où les étoiles filantes sont rares. Je le démontrerai par un exemple.

*Brandès* voyageait dans une voiture ouverte de Harburg à Buxdehude, le 6 décembre 1796. Il faisait alors très-froid et le ciel était très-clair. Aussitôt que le crépuscule commença, il observa un grand nombre d'étoiles filantes, 100 dans une heure,

et vraisemblablement elles tombèrent aussi le jour; mais elles ne furent si fréquentes que pendant quatre heures; après ce temps, elles devinrent plus rares et les heures suivantes leur nombre n'était que de 80.

C'est encore une preuve que les étoiles filantes ne se bornent pas à une apparition d'une heure, si toutefois elles sont nombreuses; car la terre marche toujours avec sa vitesse de 15,600 milles, et elle peut arriver dans une région où il y ait peu de ces météores.

Je finirai ce mémoire par une remarque :

Quand on observa d'abord l'anneau de Saturne, on ne sut pas s'expliquer ce phénomène. En 1610, peu après l'invention des télescopes, *Galilée* en dirigea un vers Saturne. Il vit le phénomène et crut qu'on apercevait trois planètes; mais cet anneau ayant disparu ensuite, il aperçut que Saturne avait une forme sphérique : il ne poussa pas plus loin ses recherches.

*Gassendi* aperçut en 1640 de nouveau ce phénomène, et *Riccioli* et *Grimaldi* observèrent également Saturne avec des anses, tel que l'avait vu *Galilée* trente ans auparavant. *Hevel* l'observa plus exactement par des télescopes de 15 pieds de longueur, qui alors n'étaient pas encore achromatiques, et il continua ses recherches pendant quinze ans; mais il ne put expliquer la cause du phénomène.

Enfin vint *Huyghens*, qui, en 1655, observa Saturne avec des télescopes de 12 à 23 pieds de longueur. Celui-ci trouva qu'on pouvait expliquer tout, en supposant qu'un anneau solide entourait Saturne, et que cet anneau disparaissait après une période de quatorze ans et demi, et devenait alors visible de l'autre côté.

De 1610 à 1655 on compte 45 ans.

En 1798, il n'existait pas encore d'observations sur les étoiles filantes.

*Brandès* et moi, nous fûmes les premiers qui mesurâmes une base assez peu étendue près de Gœttingue et nous y observâmes. Car nous pensions que les étoiles filantes étaient éloignées de 1 à 2 milles au plus, c'est pourquoi notre base n'était que de 27,050 pieds.

38 ans après, M. *Olbers* eut l'idée que les étoiles filantes tournaient autour du soleil, et il constata ce fait par les observations de plusieurs années, pendant lesquelles de la terre on avait toujours vu un grand nombre d'étoiles filantes du 12 au 13 novembre. C'est ce qu'il m'écrivait le 21 mars 1836. Dans l'espace de 38 ans, la théorie des étoiles filantes fut donc terminée, et il en fallut 45 pour la théorie de l'anneau de Saturne ([1].

Il est remarquable que les étoiles filantes brillent à certaines époques et à d'autres ne brillent pas. C'est que quand les étoiles filantes tournent autour du soleil et arrivent ensuite dans notre atmosphère, elles deviennent brillantes à la distance de 30 milles de notre terre. Mais il y en a qui ne commencent à briller qu'à une distance de 20 milles, et elles n'ont pas brillé plus haut entre 20 à 30 milles.

D'autres ne commencent à être visibles qu'à une distance de 10 milles et elles n'ont pas brillé plus haut.

D'autres encore ne commencent à se montrer qu'à six milles, et n'ont pas brillé à la hauteur de 30, 20 ou même 10 milles. Si elles s'élèvent perpendiculairement comme celle observée sous le n° 12, en 1798, à Gœttingue, alors elles ne commencent à briller qu'à 5 milles et cessent de le faire à 13.

---

([1] Sans vouloir méconnaître l'utilité des recherches qui ont été faites sur les étoiles filantes, et en particulier de celles de MM. *Brandès* et *Benzenberg*, il s'en faut de beaucoup à notre avis que la comparaison soit juste. Ce n'est pas en effet, en 1798, que l'on vit les étoiles filantes pour la première fois, car à cette époque déjà on avait soupçonné, comme je l'ai fait voir ailleurs, une périodicité dans leurs apparitions extraordinaires, périodicité que l'on a perdue de vue ensuite jusque dans ces derniers temps. D'une autre part, nous sommes loin d'avoir le dernier mot sur la nature des étoiles filantes, et de pouvoir dire que tout soit terminé sur ce sujet, puisqu'il n'existe pas même un seul observateur, du moins à notre connaissance, qui puisse établir *sur des preuves irrécusables* qu'il en a vu une seule de près, et qu'il a pu en déterminer les propriétés physiques et chimiques, à moins qu'on n'assimile les étoiles filantes aux aérolithes, mais cette identité n'est pas encore scientifiquement démontrée. Il nous a paru que M. *Benzenberg* resserre un peu trop la partie historique de la question. A. Q.

Pour expliquer ces circonstances, il faut supposer que les étoiles filantes à une distance de 30 à 5 milles marchent dans l'obscurité, et que l'air devenant aussi dense que le mercure par leur vitesse, elles sont rejetées en haut par l'élasticité de l'air et alors seulement elles commencent à briller. Les étoiles filantes, dans leur marche, sont très-petites d'abord, ensuite après un déplacement de 10 à 20 degrés, elles deviennent plus grandes jusqu'à ce qu'elles disparaissent tout d'un coup, ce qui s'opère instantanément. Cette disparition ne peut provenir du manque d'air, car le n° 11 observé en 1823 par *Brandès*, était à une hauteur de 7,4 milles en paraissant, et disparut à une distance de 4 milles. N° 12 parut à une distance de 13,6 milles et disparut à une hauteur de 7,4, et ainsi de suite jusqu'au n° 30, où les points extrêmes étaient élevés de 28 et de 20,5 milles.

Les étoiles qui s'élèvent se comportent de la même manière. Le n° 32, par exemple, devint visible à 4 milles et disparut à 5,2 milles de hauteur. Le n° 26 parut à 5,2 et disparut à 8,1 milles de la terre.

Il paraît donc que l'air est la condition sous laquelle les étoiles filantes deviennent visibles, mais qu'il existe encore quelque chose d'inconnu et qui est la cause qu'elles brillent.

Si, par exemple, l'étoile filante n° 11 de Breslau a cessé de briller à 4 milles de distance, elle a dû, malgré cela, toujours continuer sa marche, mais sous forme obscure, ce qui est très-difficile à expliquer. Des étoiles filantes peuvent aussi se montrer dans notre atmosphère sans luire comme le n° 11, qui cessait de briller à la distance de 4 milles sans cesser sa marche.

---

## OUVRAGES NOUVEAUX.

*Berliner astronomisches jahrbuch für* 1839, Annuaire astronomique de Berlin, publié par *J.-F. Encke*, Berlin, 1 vol. in-8°, 1837.

*Jaerboekje over* 1837, Annuaire de 1837, publié par *Lobatto*, 1 vol. in-12, à La Haye, imprimerie de l'État, 1837.

*Annuaire de l'Observatoire de Bruxelles* pour l'an 1838, in-18, Bruxelles, chez Tircher, 1837.

La réputation de l'annuaire de Berlin est faite depuis longtemps; ce recueil, publié d'abord par l'astronome *Bode*, s'adresse aujourd'hui bien moins aux amateurs d'astronomie qu'aux véritables astronomes qui y trouvent des tables étendues des mouvemens des astres, calculées avec la précision qui caractérise le savant distingué qui préside à sa rédaction. On trouve à la fin de l'ouvrage un mémoire très-intéressant sur les constantes pour Berlin, ou sur les données physiques et astronomiques qui appartiennent à cette localité.

Les deux autres annuaires, rédigés à peu près sur le plan de l'annuaire de France, leur aîné, sont plus spécialement destinés aux gens du monde. M. *Lobatto* a enrichi son recueil d'une notice sur le magnétisme terrestre et sur les travaux de l'association magnétique de Gœttingue. L'auteur, dont le zèle pour l'avancement des sciences mathématiques ne se ralentit pas, vient de publier encore, à Amsterdam, sous format in-4° et chez Sulpke, un recueil de mémoires dont nous nous bornerons à donner les titres.

*Mémoire sur la théorie des caractéristiques, employées dans l'analyse mathématique.*

*Mémoire sur l'intégration des équations linéaires aux différentielles partielles et aux différences finies.*

*Mémoire sur l'intégration des équations linéaires aux différentielles partielles à trois variables.*

M. *Lobatto* avait déjà publié, en 1823, un autre recueil de Mélanges mathématiques dont il a été parlé dans ce recueil.

*Mémoires de l'Académie royale de Bruxelles*, tom. X des *Mémoires des membres*, et tom. XI et XII des *Mémoires couronnés*, in-4°, chez Hayez, 1837.

*Bulletins de l'Académie royale de Bruxelles*, tom. IV, in-8°, chez Hayez.

*Annuaire de l'Académie royale de Bruxelles*, pour 1838, in-18, chez Hayez, 1837.

L'académie royale de Bruxelles continue avec activité ses travaux et la publication de leurs résultats. Elle a été une des premières sociétés savantes à donner immédiatement après chacune de ses séances et sous forme de *Bulletin*, un aperçu des communications et des lectures qui y étaient faites. L'ensemble de ces bulletins forme annuellement un fort volume in-8°, avec planches. Les mémoires de quelqu'étendue sont plus particulièrement réservés aux *Mémoires des membres*, qui se publient sous le format in-4°; il en paraît à peu près régulièrement un volume par an, depuis que l'académie peut disposer de plus de moyens pour ses impressions. Le 10e volume qui a été publié en 1837, contient les ouvrages suivans :

*Classe des sciences.* — Sur l'équilibre d'un corps solide suspendu à un cordon flexible, par M. *Pagani*. — Sur la latitude de l'observatoire de Bruxelles, par M. *Quetelet*. — Sur les variations de la température de la terre, par le même. — Sur la météorologie, par le même. — Sur le même sujet, par M. *Crahay*. — Sur les instans du *maximum* et du *minimum* de hauteur diurne du baromètre, par le même. — Sur la théorie électrochimique de l'affinité et la composition moléculaire des corps, par M. *Martens*. — Sur les composés décolorans du chlore, par le même. — Monographie des braconides de Belgique, par M. *Wesmael*. — Sur un poisson nouveau, par M. *Cantraine*. — Sur les évolutions de l'embryon dans les mollusques gastéropodes, par M. *Dumortier*.

*Classe des lettres.* — Sur la ville et le port d'Ostende, par M. *Belpaire*. — Sur un manuscrit de Li Muisis, par M. *De Gerlache*. — Sur les deux premiers siècles de l'université de Louvain, par M. *De Reiffenberg*. — Sur Rubens, par le même.

*Mémoires des correspondans de l'académie.* — Sur divers points obscurs de l'histoire de l'ancienne Rome, par M. *Roulez*. — Sur le mythe de Dédale, par le même. — Sur l'appareil costal des Batraciens, par M. *Morren*. — Sur trois intégrales définies, par M. *Plana*.

La collection des *Mémoires couronnés*, commencée depuis la réorganisation de l'académie en 1816, se compose actuellement de 12 volumes. Les deux derniers ont paru pendant le courant de 1837; le 11e contient le beau travail de M. Chasles *sur l'origine et le développement des méthodes géométriques*; on peut voir ce qui en a été dit au commencement de cette livraison de la *Correspondance Mathématique*. Le 12e volume renferme les ouvrages dont les titres suivent :

Mémoire sur l'épuisement des eaux dans les mines, par M. *Devaux*, ingénieur des mines à Liége, 1835.

Recherches anatomiques et physiologiques sur la garance, par M. *J. Decaisne*, aide naturaliste au Muséum de Paris, 1836.

Mémoire sur la constitution géognostique de la province du Brabant, par M. *H. Galeotti*, 1835.

Mémoire sur les documens du moyen âge relatifs à la Belgique avant et pendant la domination romaine, par *A.-G.-B. Schayes*, 1835.

Depuis l'année 1834, l'académie fait aussi paraître régulièrement un *Annuaire*. Cet opuscule contient, outre le règlement organique et tous les documens qui se rapportent à la composition de l'académie, des notices nécrologiques sur les savans qui ont appartenu à ce corps, soit comme membres, soit comme correspondans.

*Traité de météorologie ou physique du globe*, par J. GARNIER, 1 vol. in-8°. Société belge de librairie, 1837.

La météorologie est une des branches des sciences qui ont toujours le plus vivement excité la curiosité du vulgaire; et il est assez facile de saisir la cause de cette prédilection, qui n'est pas tout-à-fait désintéressée. Nous sommes en effet constamment sous l'influence des phénomènes qui modifient l'état de l'atmosphère dans laquelle nous sommes plongés. S'il survient quelqu'anomalie dans les températures, dans la pression de l'air ou dans son état hygrométrique, on voit le vulgaire s'alarmer, chercher à apprécier les conséquences qui doivent en résulter pour lui, soit immédiatement, soit d'une manière indirecte; il

semble même qu'aux connaissances en météorologie se rattache quelque chose de mystérieux et de surnaturel.

Avec une pareille tendance de la part du public, il est assez remarquable que les écrivains qui épient ses goûts et exploitent sa curiosité, n'aient pas multiplié les traités de météorologie; car la science a aussi ses romans et ses modes. En attendant que les faiseurs viennent, avec leur imagination féconde, explorer cette mine pour ainsi dire vierge, peu de savans se sont occupés d'énumérer les matériaux qu'elle renferme et dont on peut déjà faire usage. Les physiciens français ont en général classé la météorologie, en forme d'appendice, à la suite des traités de physique; il n'en est guère qui se soient occupés spécialement de cette branche des connaissances humaines, excepté dans les collections des *résumés* et des *manuels* qui, dans ces derniers temps, ont fait une invasion véritablement épidémique, invasion assez fatale aux vrais intérêts de la science.

Ce reproche pris d'une manière générale serait cependant injuste, car il existe, surtout chez nos voisins, de bons traités de météorologie, et nous citerons en particulier celui du professeur *Kœmtz*[1], qui est précieux par le grand nombre de renseignemens utiles qu'il renferme. Nous regrettons que M. *Garnier*, en composant son ouvrage, n'en ait pas eu connaissance, sans doute à cause de sa publication récente; il aurait pu y puiser avec beaucoup d'avantages.

*Le traité de météorologie ou physique du globe*, publié par le savant auteur de l'ouvrage des *réciproques de la géométrie*, remplit on peut dire une lacune qui se trouvait dans l'ensemble des ouvrages français écrits sur les sciences. M. *Garnier* a présenté avec beaucoup d'impartialité les documens épars qu'il a recueillis sur la météorologie. Il les a classés avec une sage réserve et sans s'engager dans des discussions systématiques. Il produit en quelque sorte un inventaire de l'état actuel de la science, et met

---

1) *Lehrbüch der meteorologie* von *L. F. Kœmtz*, 3 vol in-8°, Halle, 1831-32 et 36.

en ordre les matériaux de l'édifice, en laissant à d'autres mains le soin de le construire. Son ouvrage est divisé en 18 chapitres dont nous nous bornerons à indiquer sommairement le contenu.

Dans son premier chapitre, l'auteur expose l'état des connaissances actuelles sur les températures de la terre, de l'air et des espaces planétaires. Les deux chapitres qui suivent concernent le baromètre et ses usages, soit pour apprécier les variations des pressions atmosphériques, soit pour mesurer les hauteurs. La mer, sa phosphorescence, sa température, etc., font le sujet du 4e chapitre. Les cinq chapitres suivans contiennent ce qui se rapporte aux vents, à l'électricité atmosphérique, à la rosée, à la nature des nuages, et à l'état hygrométrique de l'air. Les chapitres X, XI et XII traitent des trombes de terre et de mer, des météores solides, mous ou ignés et des étoiles filantes. Dans le reste de l'ouvrage, l'auteur examine successivement les phénomènes lumineux tels que les parhélies, les parasélènes, les halos, les arcs-en-ciel, le mirage, l'aurore boréale, la lumière zodiacale, etc.

L'ouvrage de M. *Garnier* sera particulièrement utile aux gens du monde, qui pourront y acquérir des notions claires et nettement développées sur les divers phénomènes météorologiques qui occupent habituellement le plus leur attention.

*Recherches sur les lois du magnétisme terrestre*, par C.-A. Morlet. Paris, chez Anselin, in-4°, 55 pages, 1837.

M. Morlet, connu depuis long-temps par ses savantes recherches sur le magnétisme du globe, a eu pour objet, dans ce nouveau travail, de déduire des résultats obtenus dans les deux mémoires qu'il a publiés précédemment, des lois générales et des formules qui puissent représenter numériquement les observations magnétiques.

*Essai analytique et géométrique*, par Michel Reiss, docteur en philosophie de l'université de Gœttingue.

Parmi les différentes espèces de fonctions symétriques formées avec un certain nombre de quantités quelconques, il en existe une qui me paraît présenter de grands avantages, soit pour la théorie des équations, soit pour la géométrie analytique. J'ai déjà publié ailleurs (*Corresp. Mathém.*, publiée par M. *Quetelet*, tom. V, pag. 201), la formation de ces fonctions, et j'ai donné dans le même endroit plusieurs théorèmes qui les concernent et qui ne formaient que la base d'un travail de plus longue portée. Mais je m'aperçus bientôt, et plusieurs savans me l'ont fait remarquer, que ces recherches, fussent-elles très-fécondes en résultats élégans, étaient trop abstraites pour intéresser le public qui n'apprécie les théories que selon le degré de leur utilité. J'ai donc tâché de montrer, par un exemple, de quelle manière on peut se servir de ces fonctions dans la géométrie analytique; et j'ai choisi le *tétraèdre* qui, par le concours de plusieurs circonstances qu'on aura occasion de reconnaître plus tard, permettait une application très-facile et presque immédiate des premières conséquences auxquelles j'étais parvenu.

L'essai que j'offre ici au lecteur contiendra par conséquent deux parties bien différentes. Dans le premier paragraphe, on trouvera à côté de l'explication des fonctions mentionnées et de trois théorèmes fondamentaux empruntés au Mémoire cité, l'énoncé de plusieurs propriétés qui dérivent de ces théorèmes, et dont la connaissance est indispensable pour l'entendement de la partie géométrique de ce Mémoire. Je dois ajouter que ce paragraphe n'est rien moins que complet; il y a beaucoup de propositions qui trouveraient naturellement leur place à côté de celles qu'il renferme, et ces dernières elles-mêmes sont bien loin d'être exprimées sous leur forme la plus générale. Mais on voudra bien remarquer que je n'y avais en vue que de préparer les paragraphes suivans; et mon but serait complétement atteint si ces

recherches plus ou moins aphoristiques pouvaient faire désirer une théorie complète de ce genre de calcul.

Quant à la seconde partie de ce Mémoire, il n'est pas nécessaire d'insister sur l'utilité de la recherche du tétraèdre qui est, pour la géométrie des solides, de la même importance que le triangle plan pour la planimétrie. Les questions que j'ai traitées au troisième paragraphe pourraient bien être neuves ; du moins elles n'ont rien de commun avec les travaux sur le tétraèdre qui sont parvenus à ma connaissance, et dont les plus importans sont : le Mémoire de *Carnot* (*Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace, etc.*), et celui de *Lagrange* (*Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1773, pag. 149). Je citerai encore les *Propositions neuves, et non moins utiles que curieuses, etc.*, de l'abbé *De Gua* (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1786, pag. 363), et les Mémoires de MM. *Poinsot* et *Cauchy* (*Journal de l'École Polytechnique*, dixième cahier du tom. IV, et sixième cahier du tom. IX).

L'excellent opuscule de *Lagrange* contient des recherches sur le volume du tétraèdre, les aires des faces, les rayons des sphères circonscrites et inscrites, sur la position des centres de ces sphères, du centre de gravité, etc. Les sommets du tétraèdre y sont rapportés à trois axes rectangulaires entre eux, et se coupant dans un des sommets, de sorte qu'on n'a à considérer que les neuf coordonnées de trois points. Cette circonstance a amené l'auteur à établir les relations qui existent entre certaines fonctions formées avec neuf quantités quelconques. On peut remarquer l'analogie de ces recherches avec celles du premier paragraphe de cet essai. En effet, mon but étant d'établir les relations d'un nombre quelconque de quantités combinées sous certaines formes, on comprend aisément que les relations de *neuf* quantités doivent y être comprises comme des cas particuliers. C'est aussi ce qu'on pourra constater par les notes, où j'ai soigneusement indiqué toutes les formules qui ont déjà été établies par *Lagrange*, quoique sous une forme bien différente.

## § 1. *Définition et propriétés d'une certaine classe de fonctions.*

1. Soient

$$\begin{matrix} a^{\alpha} & b^{\alpha} & c^{\alpha} & \ldots & r^{\alpha} \\ a^{\beta} & b^{\beta} & c^{\beta} & \ldots & r^{\beta} \\ a^{\gamma} & b^{\gamma} & c^{\gamma} & \ldots & r^{\gamma} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a^{\rho} & b^{\rho} & c^{\rho} & \ldots & r^{\rho} \end{matrix}$$

$n$ groupes dont chacun contienne $n$ quantités ou élémens quelconques. Distinguons les signes $a$, $b$, $c$,... $r$, et $\alpha$, $\beta$, $\gamma$,... $\rho$, par les noms de *bases* et d'*exposans*, et désignons par les échelles

$$\begin{pmatrix} a & b & c & \ldots & r \\ 1 & 2 & 3 & \ldots & n \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \ldots & \rho \\ 1 & 2 & 3 & \ldots & n \end{pmatrix}$$

l'ordre suivant lequel ces signes sont rangés dans les colonnes horizontales et verticales. Les fonctions dont nous avons à nous occuper dans ce paragraphe, concernent l'assemblage des produits à $n$ facteurs formés avec les élémens des $n$ groupes, mais de telle sorte que chaque produit contienne toutes les bases et tous les exposans. Le premier de ces produits sera donc

$$a^{\alpha}\, b^{\beta}\, c^{\gamma} \ldots r^{\rho}.$$

Pour parvenir à tous les produits semblables possibles, on peut suivre deux chemins différens :

1° On peut faire, suivant la règle ordinaire, toutes les *permutations* des $n$ exposans, et les substituer successivement dans le produit $a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma}\ldots r^{\rho}$, au lieu de $\alpha$, $\beta$, $\gamma$,... $\rho$; savoir le premier exposant de chaque complexion à $\alpha$, le second à $\beta$, etc.

2° On peut faire toutes les permutations des $n$ bases, et les substituer successivement dans le produit $a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots r^\rho$, au lieu de $a, b, c, \dots r$, d'une manière analogue à celle qui a lieu pour les exposans.

Dans le premier cas ce sont les bases, et dans le second les exposans qui occupent le même rang dans tous les produits. Quoique l'ordre dans lequel les produits se suivent soit différent (à partir des quatrièmes produits), selon qu'on emploie la première ou la seconde méthode de formation, il est évident que tous les produits possibles résultent aussi bien de l'une que de l'autre, et qu'en général le $m^{me}$ produit qu'on obtient en se servant de la première méthode sera égal au $\mu^{me}$ que nous fournit la seconde. Du reste le nombre des produits est égal au nombre des permutations de $n$ élémens $= 1.2.3 \dots n$.

Supposons donc qu'on ait suivi la première méthode; donnons au produit $a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots r^\rho$, le signe $(+)$, et déterminons le signe du $\mathrm{M}^{me}$ produit (soit $\dot{\mathrm{M}}$) de la manière suivante. Le nombre M sera renfermé entre les produits $1.2.3 \dots l$ et $1.2.3 \dots l(l+1)$; soit $\mathrm{M} = m + \lambda \times 1.2.3 \dots l$, de sorte que $\lambda < l+1$; $m > o$ et $< 1 + 1.2.3 \dots l$. Cela étant, faisons $\dot{\mathrm{M}} = \dot{m}(-1)^\lambda$. Or, le signe du $m^{me}$ produit, ou $\dot{m}$, se déterminera d'une manière semblable; mais, puisque $m < \mathrm{M}$, on voit facilement qu'on remontera de cette manière au signe du premier produit qui est $(+)$; partant, les signes de tous les produits seront déterminés. Désignons la somme algébrique de tous ces produits par

$$(abc \dots r, \overline{\alpha\beta\gamma \dots \rho});$$

en écrivant les bases à gauche, et en les séparant des exposans par une virgule. Le *tiret* sur $\alpha, \beta, \gamma, \dots \rho$, indique que ce sont les exposans dont il faut faire les permutations. Si l'on fait, au contraire, les permutations des bases, c'est-à-dire, si l'on suit la marche de la seconde méthode, on parviendra à une expression que je désignerai par

$$(\overline{abc \dots r}, \alpha\beta\gamma \dots \rho).$$

Soit, par exemple $n = 3$, $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$; nous trouverons $(abc, \overline{123}) =$

$$a^1b^2c^3 - a^1b^3c^2 - a^2b^1c^3 + a^2b^3c^1 + a^3b^1c^2 - a^3b^2c^1. \text{ (}^1$$

2. Ces fonctions possèdent des propriétés qui méritent d'être sérieusement étudiées. Il y en a quatre que j'ai nommées fondamentales, parce qu'en effet elles sont la clef de toutes les autres. Je n'en considérerai ici que trois qui suffiront pour les recherches suivantes.

Portons notre attention d'abord, seulement sur la fonction $(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$. Si l'on se représente la manière dont on fait les permutations des $n$ élémens $\alpha$, $\beta$, $\gamma$,... $\rho$, on verra qu'à partir de la première, il y aura 1. 2. 3... $(n-1)$ complexions qui commencent par $\alpha$, et que, si l'on sépare cet élément par un trait vertical des autres, on aura à droite toutes les permutations des élémens $\beta$, $\gamma$,... $\rho$. Les 1. 2. 3... $(n-1)$ premiers termes de $(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$ commencent donc tous par $a^\alpha$, et puisque les signes de ces termes sont déterminés d'après la manière exposée plus haut, on trouvera leur somme $= a^\alpha(bc\ldots r, \overline{\beta\gamma\ldots\rho})$.

Or, les 1. 2. 3... $(n-1)$ complexions suivantes des permutations de $\alpha$, $\beta$, $\gamma$,... $\rho$ commenceront toutes par $\beta$, et contiendront successivement à gauche de cet élément toutes les permutations de $\alpha$, $\gamma$,... $\rho$. Ainsi donc, les 1. 2. 3... $(n-1)$ termes de $(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$ qui en suivent les 1. 2. 3... $(n-1)$ premiers commenceront tous par $a^\beta$. De plus, pour ce qui est des signes

---

[1]) Le mémoire de *Lagrange* contient des relations entre les coordonnées $x$, $y$; $z$, $x'$, $y'$, $z'$; $x''$, $y''$, $z''$ de trois points. Si l'on remplace ces signes respectivement par $a^1, b^1, c^1$; $a^2, b^2, c^2$; $a^3, b^3, c^3$, il est visible que la quantité que *Lagrange* a nommée $\Delta$ n'est autre chose que $(abc, \overline{123})$; on se persuadera de même que les quantités $\xi$, $\xi'$, $\xi''$, $\eta$, $\eta'$, ... reviennent à $+(bc, \overline{23})$, $-(bc, \overline{13})$, $+(bc, \overline{12})$, $-(ac, \overline{23})$, $+(ac, \overline{13})$, etc.

des termes de ce second groupe, ou aura ici $l = n - 1$, $\lambda = 1$ (*voyez* les dénominations précédentes); par conséquent le signe de chaque terme sera contraire à celui du terme correspondant du premier groupe, et l'on trouvera la somme des termes du second groupe $= -a^\beta (bc\ldots r, \overline{\alpha\gamma\ldots\rho})$. Si l'on poursuit ces raisonnemens, on parvient sans peine au théorème suivant :

*Théorème I.* — Soient les échelles

$$\begin{pmatrix} a\,b\,c\,d\ldots{}'k\,k\,k'\ldots r \\ 1\,2\,3\,4\ldots{}'\mathrm{k}\,\mathrm{k}\,\mathrm{k}'\ldots n \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} \alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\ldots{}'\varkappa\,\varkappa\,\varkappa'\ldots\rho \\ 1\,2\,3\,4\ldots{}'\mathrm{k}\,\mathrm{k}\,\mathrm{k}'\ldots n \end{pmatrix};$$

on aura généralement

$$(abc\ldots r, \alpha\beta\gamma\ldots\rho) =$$

$$a^\alpha (bc\ldots r, \overline{\beta\gamma\delta\ldots\rho}) - a^\beta (bc\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho}) + a^\gamma (bc\ldots r, \overline{\alpha\beta\delta\ldots\rho})$$
$$\mp \ldots + (-1)^{\mathrm{k}+1} a^\varkappa (bc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\delta\ldots{}'\varkappa\varkappa'\ldots\rho}) \mp \ldots$$

Il est visible qu'on parviendra d'une manière analogue à

$$(\overline{abc\ldots r}, \alpha\beta\gamma\ldots\rho) =$$

$$a^\alpha (\overline{bcd\ldots r}, \beta\gamma\ldots\rho) - b^\alpha (\overline{acd\ldots r}, \beta\gamma\ldots\rho) + c^\alpha (\overline{abd\ldots r}, \beta\gamma\ldots\rho)$$
$$\mp\ldots+(-1)^{\mathrm{k}+1} k^\alpha (\overline{abcd\ldots{}'kk'\ldots r}. \beta\gamma\ldots\rho) \mp\ldots$$

3. Envisageons maintenant la fonction $(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$ et le développement que nous venons d'en trouver. Les fonctions $(bcd\ldots r, \overline{\beta\gamma\delta\ldots\rho})$, $(bcd\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho})$,... peuvent être développées de leur côté de la manière suivante :

$$(bcd\ldots r, \overline{\beta\gamma\delta\ldots\rho}) = b^\beta (cd\ldots r, \overline{\gamma\delta\ldots\rho}) - b^\gamma (cd\ldots r, \overline{\beta\delta\ldots\rho}) \pm\ldots$$

$$bcd\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho}) = b^\alpha (cd\ldots r, \overline{\gamma\delta\ldots\rho}) - b^\gamma (cd\ldots r, \overline{\alpha\delta\ldots\rho}) \pm\ldots$$

Si nous substituons ces valeurs dans le premier développement de $(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$, les deux bases $a$ et $b$ se trouveront isolées, et si nous rangeons les termes suivant $b^\alpha$, $b^\beta$,... nous trouverons $(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) =$

$$b^\alpha [- a^\beta (cd\ldots r, \overline{\gamma\delta\ldots\rho}) + a^\gamma (cd\ldots r, \overline{\beta\delta\ldots\rho}) \mp\ldots]$$
$$+ b^\beta [+ a^\alpha (cd\ldots r, \overline{\gamma\delta\ldots\rho}) - a^\gamma (cd\ldots r, \overline{\alpha\delta\ldots\rho}) \pm\ldots]$$
$$+ b^\gamma [- a^\alpha (cd\ldots r, \overline{\beta\delta\ldots\rho}) - a^\beta (cd\ldots r, \overline{\alpha\delta\ldots\rho}) \mp\ldots]$$
etc., etc.
$$= - b^\alpha (acd\ldots r, \overline{\beta\gamma\delta\ldots\rho}) + b^\beta (acd\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho})$$
$$- b^\gamma (acd\ldots r, \overline{\alpha\beta\delta\ldots\rho}) \pm\ldots \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

Mais cette dernière expression est, en vertu du théorème I, $= - (bacd\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$; c'est-à-dire qu'on aura

$$(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) = - (bac\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}).$$

On aura donc aussi, par analogie

$$(acd\ldots r, \overline{\beta\gamma\delta\ldots\rho}) = - (cad\ldots r, \overline{\beta\gamma\delta\ldots\rho});$$
$$(acd\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho}) = - (cad\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho});$$

et ainsi de suite. L'expression $(a)$ ou le second développement de $(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$, se change donc en

$$(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) = + b^\alpha (cad\ldots r, \overline{\beta\gamma\delta\ldots\rho})$$
$$- b^\beta (cad\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho}) \quad + b^\gamma (cad\ldots r, \overline{\alpha\beta\delta\ldots\rho}) \mp\ldots$$
$$= + (bcad\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) = - \quad (cbad\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$$
$$= - c^\alpha (bad\ldots r, \overline{\beta\gamma\ldots\rho}) \quad + c^\beta (bad\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho})$$
$$- \quad c^\gamma (bad\ldots r, \overline{\alpha\beta\delta\ldots\rho}) \pm\ldots$$
$$= + c^\alpha (abd\ldots r, \overline{\beta\gamma\ldots\rho}) \quad - c^\beta (abd\ldots r, \overline{\alpha\gamma\delta\ldots\rho})$$
$$+ \quad c^\gamma (abd\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) \mp\ldots$$
$$= + (cabd\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}).$$

Si l'on continue ces développemens, on parviendra à l'équation plus générale, que voici :

$$(abc\ldots r,\ \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) = (-1)^{k+1}\,(kabc\ldots{}'kk'\ldots r,\ \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}).$$

Nous établirons aussi d'une manière analogue

$$(\overline{abc\ldots r},\ \alpha\beta\gamma\ldots\rho) = (-1)^{k+1}\,(\overline{abc\ldots r},\ \varkappa\alpha\beta\ldots{}'\varkappa\varkappa'\ldots\rho).$$

4. *Théorème II.* — On a généralement

$$(abc\ldots r,\ \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) = (\overline{abc\ldots r},\ \alpha\beta\gamma\ldots\rho).$$

D'abord nous avons

$$(ab,\ \overline{\alpha\beta}) = a^\alpha b^\beta - a^\beta b^\alpha;\ \text{et}\ (\overline{ab},\ \alpha\beta) = a^\alpha b^\beta - b^\alpha a^\beta;$$

par conséquent

$$(ab,\ \overline{\alpha\beta}) = (\overline{ab},\ \alpha\beta).$$

Pour démontrer notre théorème, il suffira donc de faire voir que, supposant qu'il soit vrai pour $(n-1)$ bases, et $(n-1)$ exposans, il le sera aussi pour $n$ bases et $n$ exposans. Or, si nous isolons dans $(abc\ldots r,\ \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$ d'après l'article précédent successivement toutes les bases, nous trouverons $(abc\ldots r,\ \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho})$

$$= a^\alpha(bc\ldots r,\overline{\beta\gamma\ldots\rho}) \mp \ldots + (-1)^{k+1}\,a^\varkappa\,(bc\ldots r,\overline{\alpha\beta\ldots{}'\varkappa\varkappa'\ldots\rho}) \mp \ldots$$

$$= -\,b^\alpha(ac\ldots r,\overline{\beta\gamma\ldots\rho}) \pm \ldots - (-1)^{k+1}\,b^\varkappa\,(ac\ldots r,\overline{\alpha\beta\ldots{}'\varkappa\varkappa'\ldots\rho}) \pm \ldots$$

$$= (-1)^{k+1}\,k^\alpha\,(ab\ldots{}'\varkappa\varkappa'\ldots r,\ \overline{\beta\gamma\ldots\rho}) \mp \ldots$$

Nous parvenons de cette manière à $n$ différentes expressions. Si nous en faisons la somme et que nous nous rappelions que d'après la supposition

$$(bc\ldots r,\ \overline{\beta\gamma\ldots\rho}) = (\overline{bc\ldots r},\ \beta\gamma\ldots\rho);$$

$$(ac\ldots r,\ \overline{\beta\gamma\ldots\rho}) = (\overline{ac\ldots r},\ \beta\gamma\ldots\rho);$$

et ainsi de suite, il est visible que la somme des termes contenus

dans chaque colonne *verticale* $= (\overline{abc\ldots\, r}, \alpha\beta\gamma\ldots, \rho)$. Mais puisqu'il y a évidemment $n$ colonnes verticales, et que chaque colonne horizontale est séparément $= (abc\ldots\, r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\, \rho})$, nous tomberons sur

$$n \times (abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) = n \times (\overline{abc\ldots r}, \alpha\beta\gamma\ldots\rho),$$

ou

$$(abc\ldots r, \overline{\alpha\beta\gamma\ldots\rho}) = (\overline{abc\ldots r}, \alpha\beta\gamma\ldots\rho).$$

On peut donc sans inconvénient supprimer le tiret.

5. *Théorème III.* — S'il y a dans la fonction $(abc\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho)$ deux bases ou exposans *identiques*, de telle sorte qu'on ait, par exemple $a^\alpha = b^\alpha$, $a^\beta = b^\beta$, $a^\gamma = b^\gamma$, etc., ou $a^\alpha = a^\beta$, $b^\alpha = b^\beta$, $c^\alpha = c^\beta$, etc. On aura

$$(abc\ldots r, \alpha\beta\gamma\ldots\rho) = o.$$

Supposons que ce soient deux bases qui sont identiques ; si ce ne sont pas les deux premières ($a$ et $b$), on pourra toujours établir une fonction semblable à $(abc\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho)$ qui possède les deux bases identiques en tête, et les autres bases dans l'ordre indiqué par les échelles. Or, d'après l'art. 3, une telle fonction doit être égale à $(abc\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho)$, au signe près. Il suffira donc de démontrer que, $a$ et $b$ étant identiques, on a $(abc\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho) = o$.

D'abord nous avons

$$(abc\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho) = -(bac\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho);$$

mais puisque $a$ et $b$ sont identiques, on pourra remplacer l'un de ces signes par l'autre, ce qui nous donne

$$(aac\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho) = -(aac\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho);$$

d'où l'on conclut immédiatement

$$(aac\ldots\, r, \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho) = o.$$

Un raisonnement semblable nous donnerait

$$(abc\ldots\, r, \alpha\alpha\gamma\ldots\, \rho) = o.$$

Cette propriété est de la plus grande importance dans ces sortes de recherches; il est bon de se familiariser avec toutes les formes sous lesquelles elle peut se présenter. Nous trouverons, par exemple,

$$o = (aab, 123) = a^1(ab, 23) - a^2(ab, 13) + a^3(ab, 12);$$
$$o = (abc, 112) = a^1(bc, 12) - b^1(ac, 12) + c^1(ab, 12).$$

La fonction $a^1(ab, 23) - a^2(ab, 13)$ pourra donc être remplacée par $-a^3(ab, 12)$; la fonction $a^1(bc, 12) - b^1(ac, 12)$ par $-c^1(ab, 12)$, et ainsi de suite. Des substitutions de cette nature se présenteront très-souvent dans la suite, sans qu'on revienne toujours sur le développement qui autorise à les admettre (1.

6. L'application la plus immédiate de ces propriétés fondamentales, ou plutôt, si l'on peut s'exprimer ainsi, leur élément le plus familier, c'est l'élimination de $v$ quantités renfermées en $v$ équations. Laissant de côté tout ce qui a rapport aux équations supérieures, je me bornerai ici à résoudre la question la plus générale relativement aux équations du premier degré; savoir : de trouver les $v$ quantités A, B, C,... N, données par les équations

$$\begin{aligned} o &= a^1A + b^1B + c^1C + \ldots + n^1N + p^1, \\ o &= a^2A + b^2B + c^2C + \ldots + n^2N + p^2, \\ o &= a^3A + b^3B + c^3C + \ldots + n^3N + p^3, \\ &\vdots \\ o &= a^vA + b^vB + c^vC + \ldots + n^vN + p^v; \end{aligned}$$

---

1) Si nous isolons en $(abc, 123)$ successivement toutes les bases, et en $(aab, 123)$, $(aac, 123)$, $(abb, 123)$, $(bbc, 123)$, $(acc, 123)$, $(bcc, 123)$ les bases identiques, et que nous fassions les substitutions indiquées dans la première note, nous trouverons les neuf premières équations de l'art. 7 du mémoire de *Lagrange* (p. 153). Les neuf autres équations résulteraient de l'isolement successif de tous les exposans en $(abc, 123)$, et de l'isolement des exposans identiques en $(abc, 112)$, $(abc, 113)$, $(abc, 122)$, $(abc, 223)$, $(abc, 133)$, $(abc, 233)$.

$a^1$, $b^1$, $c^1$,... $p^1$, etc., désignant des quantités connues. Si nous multiplions la première de ces équations par $(bc\ldots n, 23\ldots v)$; la seconde par $-(bc\ldots n, 13\ldots v)$; la troisième par $+(bc\ldots n, 124\ldots v)$, et ainsi de suite, et que nous fassions la somme de toutes les équations ainsi multipliées, nous trouverons le coefficient de A =

$$a^1(bc\ldots n, 23\ldots v) - a^2(bc\ldots n, 13\ldots v) + a^3(bc\ldots n, 124\ldots v) \mp \ldots$$
$$= (abc\ldots n, 123\ldots v).$$

De plus nous trouverons le coefficient de B =

$$b^1(bc\ldots n, 23\ldots v) - b^2(bc\ldots n, 13\ldots v) + b^3(bc\ldots n, 124\ldots v) \mp \ldots$$
$$= (bbc\ldots n, 123\ldots v) = o.$$

Si l'on continue de cette manière, on verra que les coefficiens de C, D,... N s'évanouissent également; mais la constante deviendra

$$p^1(bc\ldots n, 23\ldots v) - p^2(bc\ldots n, 13\ldots v) + p^3(bc\ldots n, 124\ldots v) \mp \ldots$$
$$= (pbc\ldots n, 123\ldots v).$$

Nous aboutirons donc à

$$o = (abc\ldots n, 123\ldots v)\,\mathrm{A} + (pbc\ldots n, 123\ldots v);$$

d'où nous tirons

$$\mathrm{A} = -\frac{(pbc\ldots n,\ 123\ldots v)}{(abc\ldots n,\ 123\ldots v)}.$$

Il n'y a pas de doute que de cette expression on tirera la valeur de B, en y échangeant $b$ contre $a$, ce qui nous donne

$$\mathrm{B} = -\frac{(pac\ldots n, 123\ldots v)}{(bac\ldots n, 123\ldots v)} = +\frac{(pac\ldots n, 123\ldots v)}{(abc\ldots n, 123\ldots v)}.$$

D'une manière semblable on établirait des équations pour chacune des autres inconnues, C, D... N. Les équations du premier degré se trouvent donc résolues de la manière la plus générale.

Il est vrai que, s'il s'agissait d'une évaluation numérique, cette marche entraînerait des développemens qui, bien que très-réguliers, ne seraient pas moins longs que ceux dont on se sert ordinairement. (Cependant on verra aux dernières pages de cet essai un exemple d'un tel développement qui prouvera, j'espère, que dans ce cas non moins qu'en bien d'autres, on peut employer avec succès les fonctions de la forme $[abc\ldots\, r,\ \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho]$). Mais toutes les fois qu'il importe seulement de connaître des rapports généraux des $v$ inconnues, soit entre elles, soit avec d'autres quantités, ces formes générales seront d'une importance majeure.

7. Si une des bases, par exemple $a$, est telle que la quantité qu'elle représente soit la même quel que soit l'exposant dont elle est affectée, c'est-à-dire, si $a^\alpha = a^\beta = a^\gamma = \ldots$, on aura $(abc\ldots\, r,\ \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho) =$

$$a^\alpha[(bc\ldots r, \beta\gamma\ldots\rho) - (bc\ldots r, \alpha\gamma\ldots\rho) + (bc\ldots r, \alpha\beta\delta\ldots\rho) \mp \ldots].$$

La quantité qui se trouve sous la parenthèse, peut donc être représentée de la manière suivante :

$$(\mathrm{I}bc\ldots r, \alpha\beta\gamma\ldots\rho)\ ;$$

en admettant une fois pour toutes que le chiffre romain I soit tel que $1 = \mathrm{I}^\alpha = \mathrm{I}^\beta = \mathrm{I}^\gamma = \ldots$ Il va sans dire que toutes les propriétés qui ont lieu pour $(abc\ldots\, r,\ \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho)$ se rapportent également à $(\mathrm{I}bc\ldots\, r,\ \alpha\beta\gamma\ldots\, \rho)$. Introduisons encore la forme

$$(abc\ldots r, \mathrm{I}\beta\gamma\ldots\rho)\ ;$$

dans laquelle $1 = a^\mathrm{I} = b^\mathrm{I} = c^\mathrm{I} = \ldots$ Cette fonction reviendra donc à

$$bc\ldots r, \beta\gamma\ldots\rho) - (ac\ldots r, \beta\gamma\ldots\rho) + abd\ldots r, \beta\gamma\ldots\rho) \mp \ldots$$

8. L'analyse qui fait le sujet des articles précédens et les nombreuses conséquences qu'on en peut tirer, peuvent devenir d'un grand avantage pour la géométrie analytique. Je me suis attaché à le prouver dans les paragraphes suivans, mais on s'en

persuadera dès à présent, en considérant que, $a^1$, $b^1$, $c^1$; $a^2$, $b^2$, $c^2$; etc., désignant les coordonnées rectangulaires d'un certain nombre de points, les fonctions $(abc\ldots r\,,\ \alpha\beta\gamma\ldots\rho)$ pourront nous aider à trouver les relations de ces points soit entre eux, soit avec d'autres quantités. Il est remarquable que dans ce cas il n'y aura que trois bases ($a$, $b$, $c$). Mais s'il était question des relations d'un nombre quelconque de lignes droites données par les équations

$$y = a' + b'x\,;\quad y = a^2 + b^2x\,,\ \text{etc.}\,;$$
$$z = c' + d'x\,;\quad z = c^2 + d^2x\,,\ \text{etc.}\,;$$

nous en aurions quatre ($a, b, c, d$); et il n'est pas nécessaire d'ajouter que ce nombre peut encore augmenter dans d'autres recherches géométriques. Je crois ne pas aller trop loin en disant que la théorie générale de cette classe de fonctions porterait des fruits pour toute la géométrie analytique, et que leur utilité deviendrait plus grande à mesure que les questions seraient plus compliquées. Mais je dépasserais le cadre d'un mémoire, si j'entrais ici dans des développemens ultérieurs. Signalons donc seulement quelques propriétés particulières qui trouveront leur application dans les recherches suivantes, et qui ne concernent que trois bases et quatre exposans, ou si l'on veut, les coordonnées de quatre points [1].

*Note.* Pour ne pas confondre les signes $a^2$, $a^3$, $b^2$,... avec la seconde et la troisième puissance de $a$, de $b$, etc., je remplacerai les exposans 1, 2, 3, 4 quand ils se présentent sous la forme d'*accens* par les signes $'$, $''$, $'''$, $^{\text{IV}}$. J'écrirai donc $a''$ au lieu de $a^2$, et ainsi de suite.

9. Considérons d'abord la fonction ($Iabc$, 1234); on y pourra isoler d'après le premier théorème ou une quelconque des bases,

---

[1]) Toutes les recherches qui concernent trois bases et quatre exposans sont étrangères au mémoire de *Lagrange*, qui place l'origine des coordonnées, ainsi que nous l'avons déjà dit, à un des sommets du tétraèdre.

ou un quelconque des exposans. Il y aura donc huit développemens différens; mais ces développemens ne se présenteront que sous trois formes hétérogènes, dont la première résulte de l'isolement de la base I, la seconde de l'isolement d'une quelconque des trois autres bases, et la troisième de l'isolement d'un quelconque des exposans. En effet, on trouve

$$(Iabc, 1234)=(abc,234-(abc,134)+(abc,124)-(abc,123)\ldots(A).$$

$$(Iabc, 1234 = -(aIbc, 1234) =$$
$$-a'(Ibc,234)+a''(Ibc,134)-a'''(Ibc,124)+(a^{\text{IV}}(Ibc,123)\ldots(B),$$

et semblablement pour les deux autres bases.

$$(Iabc, 1234) =$$
$$(abc, 234)-a'(Ibc,234)+b'(Iac,234)-c'(Iab,234)\quad\ldots\quad(C)$$

et semblablement pour les trois autres exposans.

Si nous substituons 1 au lieu de 4 dans l'équation (C), nous trouverons

$$(Iabc, 1231) = o \qquad (\textit{Théor. III.})$$
$$=(abc, 231)-a'(Ibc,231)+b'(Iac,231)-c'(Iab,231)$$

équation qui nous fournit

$$(abc,123)=a'(Ibc,123)-b'(Iac,123)+c'(Iab,123).\quad\ldots\quad(D).$$

D'une manière analogue nous trouverons

$$(abc,123)=a''(Ibc,123)-b''(Iac,123)+c''(Iab,123);$$
$$(abc,123)=a'''(Ibc,123)-b'''(Iac,123)+c'''(Iab,123);$$

nous aurons donc aussi

$$o=(a'-a'')(Ibc,123)-(b'-b'')(Iac,123)+(c'-c'')(Iab,123);(E).$$

et ainsi de suite. Pour montrer la manière dont on doit employer ces formules, supposons la fonction

$$(acd, 124)-a^3(Icd, 124)+c^3(Iad, 124)-d^3(Iac, 124).$$

On voit de suite que cette expression est de la forme (C), et qu'on devra remplacer

| | |
|---|---|
| 1 par I, | 2 par 1, |
| $a$ par $a$, | 3 par 2, |
| $b$ par $c$, | 4 par 4, |
| $c$ par $d$, | 1 par 3. |

Nous trouverons donc pour résultat

$$(Iacd, 3124) = (Iacd, 1234).$$

10. On a

$$(ab, 12)(ac, 34) - (ab, 34)(ac, 12) =$$
$$-a'(abc, 234) + a''(abc, 134) = + a'''(abc, 124) - a^{\mathrm{IV}}(abc, 123) \ldots (F)$$

Car si nous développons $(ab, 12)$ et $(ac, 12)$, nous trouverons $(ab, 12)(ac, 34) - (ab, 34)(ac, 12) =$

$$\begin{aligned} & a'b''(ac,34) - a''b'(ac,34) \\ & - a'c''(ab,34) + a''c'(ab,34) \end{aligned} = \begin{aligned} & a'\,[b''(ac,34) - c''(ab,34)] \\ & - a''[b'(ac,34) - c'(ab,34)] \end{aligned}$$
$$= a'[-(abc, 234) + a''(bc, 34)] - a''[-(abc, 134) + a'(bc, 34)]$$
$$= - a'(abc, 234) + a''(abc, 134).$$

La seconde valeur s'obtiendrait, si l'on développait $(ac, 34)$ et $(ab, 34)$ au lieu de $(ab, 12)$ et $(ac, 12)$; mais on peut aussi l'établir en considérant que

$$(aabc, 1234) = o =$$
$$a'(abc, 234) - a''(abc, 134) + a'''(abc, 124) - a^{\mathrm{IV}}(abc, 123);$$

et que par conséquent

$$-a'(abc, 234) + a''(abc, 134) = a'''(abc, 124) - a^{\mathrm{IV}}(abc, 123).$$

Si l'on fait bien attention à la forme de l'équation (F), il ne sera pas difficile d'en faire l'application à des formes semblables. Soit par exemple la fonction

$$(ab, 13)(bc, 24) - (ab, 24)(bc, 13);$$

si nous la transformons en

$$-(ba,13)(bc,24)+(ba,24)\ bc,13),$$

nous aurons à remplacer dans l'équation (F)

| | |
|---|---|
| $a$ par $b$, | 1 par 1, |
| $b$ par $a$, | 2 par 3, |
| $c$ par $c$, | 3 par 2, |
| | 4 par 4, |

de plus, nous devrons changer le signe, ce qui nous donnera
$(ab,13)(bc,24)-(ab,24)(bc,13)=$

$$+b'(bac,324)-b'''(bac,124)=+b'(abc,234)+b'''(abc,124).$$

Si nous substituons 1 au lieu de 4 dans l'équation (F), nous trouverons d'abord

$$(ab,12)(ac,31)-(ab,31)(ac,12)=-a'(abc,231)+a''(abc,131);$$

mais, puisque

$$(abc,131)=o,\ (ac,31)=-(ac,13),\ \text{etc.}$$

il viendra

$$(ab,12)(ac,13)-(ab,13)(ac,12)=a'(abc,123).\ (^1$$

---

[1]) Cette équation n'est autre chose que l'équation $X=\Delta x$ du mémoire de *Lagrange* (art. 3, p. 151). Pour s'en convaincre on n'a qu'à remplacer, conformément à la première note, $(ab,12)$ par $\zeta''$, $(ac,13)$ par $\eta'$, $(ab,13)$ par $\zeta'$, $(ac,12)$ par $\eta''$, et de faire avec *Lagrange*, $\eta'\zeta''-\eta''\zeta'=X$.

L'équation

$$(ab,12)(ac,13)-(ab,13)(ac,12)=a'(abc,123)\ .\ .\ .\ .\ (I)$$

nous fait encore parvenir très-facilement à l'équation établie par *Lagrange* (art. 5, p. 153). Car nous en tirons d'abord, en faisant les substitutions convenables

$$(ab,12)(ac,23)-(ab,23)(ac,12)=a''(abc,123).\ .\ .\ .\ (II)$$
$$(ab,13)(ac,23)-(ab,23)(ac,13)=a'''(abc,123).\ .\ .\ .\ (III)$$

et puis, en multipliant l'équation (I) par $+(bc,23)$; l'équation (II) par

11. On a

$$(\mathrm{I}ab,123)\,(\mathrm{I}ac,124) - (\mathrm{I}ab,124)\,(\mathrm{I}ac,123) = -\,(a'-a'')\,(\mathrm{I}abc,1234)\;\ldots\;(\mathrm{G})$$

Car si nous isolons en (I*ac*, 124) la base *c*, et en (I*ab*, 124) la base *b*, nous obtiendrons

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{I}ab,123)\,(\mathrm{I}ac,124) - (\mathrm{I}ab,124)\,(\mathrm{I}ac,123) = \\
&c'\,(\mathrm{I}a,24)\,(\mathrm{I}ab,123) - c''(\mathrm{I}a,14)\,(\mathrm{I}ab,123) + c^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}a,12)(\mathrm{I}ab,123) \\
&- b'\,(\mathrm{I}a,24)\,(\mathrm{I}ac,123) + b''(\mathrm{I}a,14)\,(\mathrm{I}ac,123) + b^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}a,12)\,(\mathrm{I}ac,123) \\
&= (\mathrm{I}a,12)\,[-b^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}ac,123) + c^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}ab,123)] \\
&- (\mathrm{I}a,14)\,[-b''\,(\mathrm{I}ac,123) + c''\,(\mathrm{I}ab,123)] \\
&+ (\mathrm{I}a,24)\,[-b'\,(\mathrm{I}ac,123) + c'\,(\mathrm{I}ab,123)] \\
&= (\mathrm{I}a,12)\,[-b^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}ac,123) + c^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}ab,123)] \\
&- (\mathrm{I}a,14)\,[(abc,123) - a''(\mathrm{I}bc,123)] \\
&+ (\mathrm{I}a,24)\,[(abc,123) - a'\,(\mathrm{I}bc,123)]. \qquad (\text{Éq. D.})
\end{aligned}$$

---

— (*bc*, 13); l'équation (III) par + (*bc*, 12), et en réunissant ces équations ainsi multipliées, il viendra

$$\begin{aligned}
&(ab,12)\,(ac,13)\,(bc,23) - (ab,13)\,(ac,12)\,(bc,23) + (ab,12)\,(ac,23)\,(bc,13) \\
&- (ab,23)\,(ac,12)\,(bc,13) + (ab,13)\,(ac,23)\,(bc,12) - (ab,23)\,(ac,12)\,(bc,12) \\
&= (abc,123)\,[a'\,(bc,23) - a''\,(bc,13) + a'''\,(bc,12)] = (abc,123)^2\,;
\end{aligned}$$

ou bien, en se servant des mêmes signes que *Lagrange*, et en rangeant les termes d'après son procédé,

$$\xi\eta'\zeta'' + \eta\zeta'\xi'' + \zeta\xi'\eta'' - \xi\zeta'\eta'' - \eta\xi'\zeta'' - \zeta\eta'\xi'' = \Delta^2.$$

Remarquons encore que, si nous faisons

$$\begin{aligned}
(ab,12) &= \mathrm{C}''', & (ac,12) &= \mathrm{B}''', & (bc,12) &= \mathrm{A}''', \\
(ab,13) &= \mathrm{C}'', & (ac,13) &= \mathrm{B}'', & (bc,13) &= \mathrm{A}'', \\
(ab,23) &= \mathrm{C}', & (ac,23) &= \mathrm{B}', & (bc,23) &= \mathrm{A}'\,;
\end{aligned}$$

l'équation ci-dessus peut aussi s'écrire sous la forme

$$(\mathrm{ABC},123) = (abc,123)^2\,;$$

ce qui n'est qu'un cas particulier d'une propriété beaucoup plus générale que je me réserve d'exposer à une autre occasion.

Mais en considérant que

$$(\mathrm{II}a,124)=o;\quad (\mathrm{I}aa,124)=o,$$

ou bien, en isolant respectivement les bases identiques, que

$$o=(\mathrm{I}a,24)-(\mathrm{I}a,14)+(\mathrm{I}a,12),$$
$$o=a'(\mathrm{I}a,24)-a''(\mathrm{I}a,14)+a^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}a,12),$$

on transformera la dernière expression aisément en

$$(\mathrm{I}a,12)[-(abc,123)+a^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}bc,123)-b^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}ac,123)+c^{\mathrm{IV}}(\mathrm{I}ab,123)]$$
$$=-(\mathrm{I}a,12)(\mathrm{I}abc,4123)=+(\mathrm{I}a,12)(\mathrm{I}abc,1234);$$

ce qui nous donne enfin, puisque $(\mathrm{I}a,12)=-(a'-a'')$,

$$-(a'-a'')(\mathrm{I}abc,1234).$$

On voit facilement qu'on trouvera d'une manière semblable

$$(\mathrm{I}ab,123)(\mathrm{I}bc,124)-(\mathrm{I}ab,124)(\mathrm{I}bc,123)=-(b'-b'')(\mathrm{I}abc,1234);$$
$$(\mathrm{I}ac,123)(\mathrm{I}bc,124)-(\mathrm{I}ac,124)(\mathrm{I}bc,123)=-(c'-c'')(\mathrm{I}abc,1234).$$

La première de ces équations, par exemple, étant égale à $-(\mathrm{I}ba,123)(\mathrm{I}bc,124)+(\mathrm{I}ba,124)(\mathrm{I}bc,123)$, on n'aura qu'à remplacer dans l'équation (G) $b$ par $a$ et *vice versâ*, et à changer le signe, d'où il résultera

$$+(b'-b'')(\mathrm{I}abc,1234)=-(b'-b'')(\mathrm{I}abc,1234).$$

12. On a

$$(\mathrm{I}ab,123)(abc,124)-(\mathrm{I}ab,124)(abc,123)=+(ab,12)(\mathrm{I}abc,1234)\quad\ldots\quad(\mathrm{H})$$

Car on trouve (éq. D)

$$(abc,124)=a'(\mathrm{I}bc,124)-b'(\mathrm{I}ac,124)+c'(\mathrm{I}ab,124);$$
$$(abc,123)=a'(\mathrm{I}bc,123)-b'(\mathrm{I}ac,123)+c'(\mathrm{I}ab,123);$$

en substituant ces valeurs en (H), les termes multipliés par $c'$ s'en iront, et il viendra

$$a'[(\mathrm{I}ab,123)(\mathrm{I}bc,124)-(\mathrm{I}ab,124)(\mathrm{I}bc,123)]$$
$$-b'[(\mathrm{I}ab,123)(\mathrm{I}ac,124)-(\mathrm{I}ab,124)(\mathrm{I}ac,123)]$$
$$=(\mathrm{I}abc,1234)[-a'(b'-b'')+b'(a'-a'')]\qquad(\text{Éq. G})$$
$$=+(ab,12)(\mathrm{I}abc,1234).$$

13. Je signalerai encore une relation de ces fonctions symétriques avec certaines autres qui sont très en usage dans l'analyse, savoir : les fonctions de la forme $a'\,a'' + b'\,b'' + c'\,c''$. Faisons en général

$$a^{\alpha}a^{\beta} + b^{\alpha}b^{\beta} + c^{\alpha}c^{\beta} = [\alpha\beta]. \text{ (}^{1}$$

On aura

$$(ab,12)\,(ab,34) + (ac,12)\,(ac,34) + (bc,12)\,(bc,34)$$
$$= [13]\,[24] - [14]\,[23]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{I})$$

Le chemin le plus expéditif pour démontrer cette propriété est de développer $(ab,12)$ en $a'b''-a''b'$, $(ab,24)$ en $a'''b^{\mathrm{iv}}-a^{\mathrm{iv}}b'''$, etc. Le premier membre de l'équation (I) deviendra alors =

$$\begin{array}{llllll} + & a'\,a'''\,b''\,b^{\mathrm{iv}} & + & a'\,a'''\,c''\,c^{\mathrm{iv}} & + & b'\,b'''\,c''\,c^{\mathrm{iv}} \\ - & a'\,a^{\mathrm{iv}}\,b''\,b''' & - & a'\,a^{\mathrm{iv}}\,c''\,c''' & - & b'\,b^{\mathrm{iv}}\,c''\,c''' \\ - & a''a'''\,b'\,b^{\mathrm{iv}} & - & a''\,a'''\,c'\,c^{\mathrm{iv}} & - & b''b'''\,c'\,c^{\mathrm{iv}} \\ + & a''a^{\mathrm{iv}}\,b'\,b''' & + & a''a^{\mathrm{iv}}\,c'\,c''' & + & b''b^{\mathrm{iv}}\,c'\,c''' \end{array}$$

---

[1]) Cette désignation n'est rien moins que générale. Car d'abord, s'il existe encore d'autres bases que $a, b, c$, elle est évidemment défectueuse, parce qu'elle n'indique pas si toutes les bases y sont comprises, ni dans le cas contraire, quelles sont celles qui y entrent, et celles qui en sont exclues; et puis, des fonctions comme $a^{\alpha}\,b^{\alpha} + a^{\beta}\,b^{\beta} + a^{\gamma}b^{\gamma}$ devant être désignées par$[ab]$, on voit qu'il pourrait en résulter de l'obscurité dans le calcul. Il y aura peut-être plus de précision à désigner généralement

$$a^{\alpha}\,a^{\beta}\ldots a^{\rho} + b^{\alpha}\,b^{\beta}\ldots b^{\rho} + \ldots + r^{\alpha}\,r^{\beta}\ldots r^{\rho} \text{ par } \begin{pmatrix} a \\ b,\alpha\beta\ldots\rho \\ \vdots \\ r \end{pmatrix},$$

et

$$a^{\alpha}\,b^{\alpha}\ldots r^{\alpha} + a^{\beta}b^{\beta}\ldots r^{\beta} + \ldots + a^{\rho}\,b^{\rho}\ldots r^{\rho} \text{ par } \begin{pmatrix} \alpha \\ ab\ldots r,\beta \\ \vdots \\ \rho \end{pmatrix};$$

le nombre des bases étant ou n'étant pas égal à celui des exposans. Mais puisque nous n'avons ici à considérer que trois bases, et que ce sont toujours les exposans qui restent les mêmes dans tous les termes, nous pourrons sans inconvénient nous servir du signe plus commode $[\alpha\,\beta]$.

$$= a'\,a'''\,(b''\,b^{\text{IV}} + c''\,c^{\text{IV}}) - a'\,a^{\text{IV}}\,(b''\,b''' + c''\,c''')$$
$$+ b'\,b'''\,(a''\,a^{\text{IV}} + c''\,c^{\text{IV}}) - b'\,b^{\text{IV}}\,(a''\,a''' + c''\,c''')$$
$$+ c'\,c'''\,(a''\,a^{\text{IV}} + b''\,b^{\text{IV}}) - c'\,c^{\text{IV}}\,(a''\,a''' + b''\,b''')$$

$$= a'\,a'''(a''\,a^{\text{IV}} + b''\,b^{\text{IV}} + c''\,c^{\text{IV}}) - a'\,a^{\text{IV}}(a''\,a''' + b''\,b''' + c''\,c''')$$
$$+ b'\,b'''(a''\,a^{\text{IV}} + b''\,b^{\text{IV}} + c''\,c^{\text{IV}}) - b'\,b^{\text{IV}}(a''\,a''' + b''\,b''' + c''\,c''')$$
$$+ c'\,c'''(a''\,a^{\text{IV}} + b''\,b^{\text{IV}} + c''\,c^{\text{IV}}) - c'\,c^{\text{IV}}(a''\,a''' + b''\,b''' + c''\,c''')$$
$$= [13]\,[24] - [14]\,[23].$$

Si l'on remplace les exposans 3 et 4, le premier par 1, le second par 2, il viendra

$$(ab,\,12)^2 + (ac,\,12)^2 + (bc,\,12)^2 = [11]\,[22] - [12]^2$$
$$= (a'^2 + b'^2 + c'^2)\,(a''^2 + b''^2 + c''^2) - [12]^2 \ldots (\text{K}) \quad (^1$$

## § II. *Questions élémentaires de géométrie.*

1. Avant d'aborder les questions sur le tétraèdre, il ne sera pas superflu de résoudre plusieurs questions de géométrie très-connues à la vérité, mais indispensables pour les recherches du troisième paragraphe. Je crois d'autant plus pouvoir leur assigner ici une petite place, qu'elles sont, la plupart, très-propres à faire ressortir l'utilité de l'analyse précédente, et qu'elles trouvent une application continuelle dans la géométrie analytique.

Je me servirai dans la suite du système de coordonnées rapportées à trois axes X, Y, Z, rectangulaires entre eux, et se coupant à l'origine des coordonnées ; de sorte que la base $a$ se

---

[1]) L'équation (K) se trouve également consignée dans le mémoire de *Lagrange*. C'est l'équation $\xi''^2 + \eta''^2 + \zeta''^2 = \alpha''$ (art. I, p. 151). En effet les dénominations reçues par *Lagrange* nous donnent $\alpha'' = aa' - b''^2$ ; et

$$a = x^2 + y^2 + z^2 \qquad (= a'^2 + b'^2 + c'^2 = [11])\,;$$
$$a' = x'^2 + y'^2 + z'^2 \qquad (= a''^2 + b''^2 + c''^2 = [22])\,;$$
$$b'' = xx' + yy' + zz' \qquad (= a'a'' + b'b'' + c'c'' = [12]).$$

rapporte à l'axe X, la base $b$ à l'axe Y, et la base $c$ à l'axe Z. Les lettres $x$, $y$, $z$ désigneront les coordonnées d'un point arbitraire, soit d'une ligne droite, soit d'un plan.

2. *Problème I.* — Étant données les coordonnées $a'$, $b'$, $c'$; $a''$, $b''$, $c''$ de deux points, trouver les équations de la droite qui les joint.

Soient $y = A + Bx$; $z = C + Dx$ les équations demandées; on aura évidemment

$$b' = A + Ba'; \quad c' = C + Da';$$
$$b'' = A + Ba''; \quad c'' = C + Da'';$$

d'où nous tirons d'abord

$$B = \frac{b' - b''}{a' - a''}; \quad D = \frac{c' - c''}{a' - a''};$$

et puis, en substituant ces valeurs

$$A = \frac{(ab, 12)}{a' - a''}; \quad C = \frac{(ac, 12)}{a' - a''}.$$

Les équations de la droite cherchée seront donc

$$y = \frac{(ab, 12)}{a' - a''} + \frac{b' - b''}{a' - a''}x; \quad z = \frac{(ac, 12)}{a' - a''} + \frac{c' - c''}{a' - a''}x.$$

3. *Problème II.* — Étant données les coordonnées $a'$, $b'$, $c'$; $a''$, $b''$, $c''$; $a'''$, $b'''$, $c'''$ de trois points, trouver l'équation du plan qui passe par ces trois points.

Soit l'équation demandée $o = 1 + Ax + By + Cz$; nous aurons

$$o = 1 + Aa' + Bb' + Cc';$$
$$o = 1 + Aa'' + Bb'' + Cc'';$$
$$o = 1 + Aa''' + Bb''' + Cc''';$$

équations qui nous fourniront d'après les articles 6 et 7 du para-

graphe précédent

$$A = -\frac{(Ibc,\ 123)}{(abc,\ 123)};\ B = +\frac{(Iac,\ 123)}{(abc,\ 123)};\ C = -\frac{(Iab,\ 123)}{(abc,\ 123)};$$

l'équation demandée sera donc

$$o = (abc,\ 123) - (Ibc,\ 123)\,x + (Iac,\ 123)\,y - (Iab,\ 123)\,z.$$

4. *Problème III.* — Étant données les équations de deux droites

$$y = A' + B'x;\quad y = A'' + B''x;$$
$$z = C' + D'x;\quad z = C'' + D''x;$$

trouver l'équation qui lie entre elles les huit quantités $A'$, $B'$,.... $C''$ $D''$, si les deux droites données se coupent.

Si $\xi$, $\upsilon$, $\zeta$ désignent les coordonnées du point d'intersection, on aura

$$\upsilon = A' + B'\xi = A'' + B''\xi;$$
$$\zeta = C' + D'\xi = C'' + D''\xi;$$

d'où l'on conclut aisément

$$o = (A'-A'')\,(D'-D'') - (C'-C'')\,(B'-B'').$$

*Corollaire.* — Si chacune des deux lignes est donnée par deux de ses points, le problème revient à celui-ci : étant données les coordonnées $a'$, $b'$, $c'$; $a''$, $b''$, $c''$; $a'''$, $b'''$, $c'''$; $a^{\text{IV}}$, $b^{\text{IV}}$, $c^{\text{IV}}$ de quatre points, trouver la condition qui existe, si ces quatre points se trouvent dans un même plan. Soit donc $o = 1 + Ax + By + Cz$ l'équation de ce plan, on aura

$$o = 1 + Aa' + Bb' + Cc';$$
$$o = 1 + Aa'' + Bb'' + Cc'';$$
$$o = 1 + Aa''' + Bb''' + Cc''';$$
$$o = 1 + Aa^{\text{IV}} + Bb^{\text{IV}} + Cc^{\text{IV}};$$

en multipliant la première de ces équations par $+ (abc,\ 234)$;

la seconde par $-(abc, 134)$; la troisième par $+(abc, 124)$; la quatrième par $-(abc, 123)$, et en faisant la somme, il viendra

$$o=(abc,234)-(abc,134)+(abc,124)-(abc,123)$$
$$=(\text{l}abc,1234);$$

ce qui est la condition cherchée.

5. *Problème IV.* — Étant données les coordonnées $a$, $b$, $c$ d'un point, et l'équation $o=1+Ax+By+Cz$ d'un plan, trouver les équations de la ligne qui, passant par le point donné, est perpendiculaire sur le plan.

Soient $y=\alpha+\beta x$; $z=\gamma+\delta x$ les équations demandées. La perpendiculaire fera avec les trois axes X, Y, Z des angles dont les cosinus seront respectivement

$$\frac{1}{\sqrt{[1+\beta^2+\delta^2]}},\quad \frac{\beta}{\sqrt{[1+\beta^2+\delta^2]}},\quad \frac{\delta}{\sqrt{[1+\beta^2+\delta^2]}}.$$

Or, si l'on mène par le point dans lequel la perpendiculaire rencontre le plan donné, deux plans dont le premier soit parallèle aux axes X et Y, le second parallèle aux axes X et Z, les intersections de ces plans avec le plan donné feront avec les trois axes X, Y, Z des angles dont les cosinus seront respectivement :

$$\frac{B}{\sqrt{[A^2+B^2]}},\ -\frac{A}{\sqrt{[A^2+B^2]}},\ o;$$

$$\frac{C}{\sqrt{[A^2+C^2]}},\ o,\ -\frac{A}{\sqrt{[A^2+C^2]}};$$

nous aurons donc, puisque la perpendiculaire fait des angles droits avec ces deux intersections,

$$o=B-A\beta;\ o=C-A\delta;\ \text{ou}\ \beta=\frac{B}{A};\ \delta=\frac{C}{A}.$$

Enfin, puisque la perpendiculaire passe par le point donné, nous aurons aussi

$$b=\alpha+\beta a;\ c=\gamma+\delta a;$$

d'où nous tirons

$$\alpha = b - \frac{B}{A}a\ ;\ \gamma = c - \frac{C}{A}a.$$

Les équations cherchées seront donc

$$y = b - \frac{B}{A}a + \frac{B}{A}x;\ z = c - \frac{C}{A}a + \frac{C}{A}x.$$

*Corollaire I.* — Il nous sera maintenant très-facile de trouver les coordonnées du point dans lequel la perpendiculaire coupe le plan donné. En effet, si nous nommons $m$, $n$, $p$ ces coordonnées, nous trouverons

$$o = 1 + Am + Bn + Cp$$
$$= 1 + Am + B\left(b - \frac{B}{A}a + \frac{B}{A}m\right) + C\left(c - \frac{C}{A}a + \frac{C}{A}m\right);$$

d'où nous tirons

$$m = a - A\,\frac{1 + Aa + Bb + Cc}{A^2 + B^2 + C^2};$$

$$n = b - B\,\frac{1 + Aa + Bb + Cc}{A^2 + B^2 + C^2};$$

$$p = c - C\,\frac{1 + Aa + Bb + Cc}{A^2 + B^2 + C^2}.$$

*Corollaire II.* — Pour ce qui est de la longueur de la perpendiculaire elle-même, ou si l'on veut, de la distance du point donné au plan, nous la trouverons =

$$\sqrt{[(a-m)^2 + (b-n)^2 + (c-p)^2]} = \frac{1 + Aa + Bb + Cc}{\sqrt{[A^2 + B^2 + C^2]}}.$$

6. *Problème V.* — **Étant données les coordonnées $m$, $n$, $p$ d'un point, trouver l'équation du plan qui passe par ce point, et est perpendiculaire sur la ligne qui joint ce même point à l'origine des coordonnées.**

En gardant les signes du problème précédent, il est visible que dans ce cas les coordonnées $a$, $b$, $c$ sont chacune $= o$; on aura donc, à cause du second corollaire,

$$m = -\frac{A}{A^2+B^2+C^2};\ n = -\frac{B}{A^2+B^2+C^2};\ p = -\frac{C}{A^2+B^2+C^2};$$

en faisant la somme des carrés de ces expressions, il viendra

$$m^2+n^2+p^2 = \frac{1}{A^2+B^2+C^2},\ \text{ou}\ A^2+B^2+C^2 = \frac{1}{m^2+n^2+p^2};$$

d'où l'on tire

$$A = -\frac{m}{m^2+n^2+p^3};\ B = -\frac{n}{m^2+n^2+p^2};\ C = -\frac{p}{m^2+n^2+p^2};$$

l'équation du plan cherchée est donc

$$o = m^2 + n^2 + p^2 - mx - ny - pz.$$

## § III. *Propriétés du tétraèdre, analogues à celles du triangle plan.*

1. La partie suivante de cet essai peut être envisagée sous un double point de vue. Si j'y avais principalement l'intention de montrer, par quelques exemples, de quelle manière on pouvait utiliser pour la géométrie, les recherches du premier paragraphe, je ne pouvais me refuser, d'un autre côté, de joindre des démonstrations purement géométriques aux résultats que m'avait fournis l'analyse, et qui, par leur simplicité, paraissaient mériter d'appartenir à la géométrie élémentaire. J'ai même en plusieurs questions entièrement supprimé la partie analytique qui m'aurait entraîné en des calculs trop étendus, quoique de beaucoup d'importance pour des recherches d'une autre nature. Toutefois, j'ose espérer que les développemens analytiques qu'on rencontrera dans ce paragraphe, suffiront pour jeter un jour favorable sur la méthode de calcul que j'ai employée, et pour faire apprécier l'avantage qui en pourrait résulter en des cas plus compliqués.

**2.** Soient I, II, III, IV les quatre sommets d'un tétraèdre; et soient

$$a',\ a'',\ a''',\ a^{\text{IV}},$$
$$b',\ b'',\ b''',\ b^{\text{IV}},$$
$$c',\ c'',\ c''',\ c^{\text{IV}},$$

les coordonnées respectives; l'origine des coordonnées étant dans un point quelconque de l'espace. Le second problème nous fournira d'abord les équations suivantes des quatre plans I II III, I II IV, I III IV, II III IV

$$o=(abc,123)-(\text{I}bc,123)x+(\text{I}ac,123)y-(\text{I}ab,123)z;$$
$$o=(abc,124)-(\text{I}bc,124)x+(\text{I}ac,124)y-(\text{I}ab,124)z;$$
$$o=(abc,134)-(\text{I}bc,134)x+(\text{I}ac,134)y-(\text{I}ab,134)z;$$
$$o=(abc,234)-(\text{I}bc,234)x+(\text{I}ac,234)y-(\text{I}ab,234)z.$$

Nommons $p', p'', p''', p^{\text{IV}}$ les perpendiculaires abaissées des quatre sommets sur les faces opposées (de sorte que $p'$ parte du sommet I, $p''$ du sommet II, etc.). Les valeurs de ces lignes nous sont données par le second corollaire du problème IV. En effet, nous trouverons, par exemple, celle de $p'$, en y remplaçant

$$a \text{ par } a',\quad b \text{ par } b',\quad c \text{ par } c'$$

$$\text{A par} -\frac{(\text{I}bc,234)}{(abc,234)},\ \text{B par} +\frac{(\text{I}ac,234)}{(abc,234)},\ \text{C par} -\frac{(\text{I}ab,234)}{(abc,234)};$$

ce qui nous donne

$$1+\text{A}a+\text{B}b+\text{C}c=$$
$$\frac{(abc,234)-(\text{I}bc,234)\,a'+(\text{I}ac,234)\,b'-(\text{I}ab,234)\,c'}{(abc,234)}$$
$$=\frac{(\text{I}abc,1234)}{(abc,234)};\qquad (\S\,\text{I, art. 9, éq. C.})$$

et

$$p'=\pm\frac{(\text{I}abc,1234)}{\sqrt{[(\text{I}ab,234)^2+(\text{I}ac,234)^2+(\text{I}bc,234)^2]}}.$$

Nommons encore $\pi'$, $\pi''$, $\pi'''$, $\pi^{\text{IV}}$ les perpendiculaires abaissées de l'origine des coordonnées sur les quatre faces II III IV, I III IV, I II IV, I II III. En observant que les quantités $a$, $b$, $c$ du problème IV, deviennent dans ce cas chacune $= o$, on établira facilement

$$\pi' = \pm \frac{(abc,234)}{\sqrt{[(\text{I}ab,234)^2 + (\text{I}ac,234)^2 + (\text{I}bc,234)^2]}};$$

d'où nous tirons

$$\frac{\pi'}{p'} = \mp \frac{(abc,234)}{(\text{I}abc,1234)}.$$

Il importe de faire ici une remarque concernant le signe de cette expression. Ou les perpendiculaires $p'$ et $\pi'$ seront situées du même côté du plan II III IV, ou bien elles se trouveront des deux côtés opposés. (Le second de ces cas ne saurait avoir lieu à moins que le point O, origine des coordonnées ne se trouve hors du tétraèdre). Si nous faisons passer une ligne droite par les points I et O, et que nous nommions P′ la partie de cette droite comprise entre le point I et le plan II III IV, Π′ la partie comprise entre le point O et le plan II III IV, nous aurons évidemment

$$\frac{\Pi'}{\text{P}'} = \frac{\pi'}{p'}.$$

Mais les lignes OI et Π′ seront dirigées, à partir du point O, en sens contraire ou dans le même sens, selon que $p'$ et $\pi'$ se trouvent du même côté ou des deux côtés opposés du plan II III IV; c'est-à-dire, que dans le premier cas les lignes OI et Π′ seront de signe contraire, tandis que dans le second elles auront le même signe. On voit donc sans peine que l'expression analytique de P′ est dans l'un et dans l'autre cas, OI — Π′ ; d'où l'on conclut que le signe de

$$\frac{\Pi'}{\text{P}'} \left(\text{ou de } \frac{\pi'}{p'}\right) \text{ est } (-) \text{ ou } (+),$$

selon que $\pi'$ et $p'$ se trouvent du même côté ou des deux côtés opposés du plan II III IV.

Ainsi donc, en admettant toutes les perpendiculaires abaissées des sommets sur les faces opposées comme positives, les perpendiculaires abaissées de l'origine des coordonnées sur les mêmes faces seront négatives ou positives, selon qu'elles se trouvent ou ne se trouvent pas du même côté des faces respectives que les perpendiculaires abaissées des sommets.

3. Il nous sera maintenant très-facile d'établir les expressions de

$$\frac{\pi''}{p''},\quad \frac{\pi'''}{p'''},\quad \frac{\pi^{\text{IV}}}{p^{\text{IV}}}.$$

En effet, on tirera la valeur de $\frac{\pi''}{p''}$ de celle de $\frac{\pi'}{p'}$, en y échangeant l'un contre l'autre les exposans 1 et 2; ce qui nous donne

$$\frac{\pi''}{p''}=\pm\frac{(abc,134)}{(\text{I}abc,2134)}=\mp\frac{(abc,134)}{(\text{I}abc,1234)}.$$

De cette expression on tirera la valeur de $\frac{\pi'''}{p'''}$, en y échangeant l'un contre l'autre les exposans 2 et 3; d'où il résulte

$$\frac{\pi'''}{p'''}=\mp\frac{(abc,124)}{(\text{I}abc,1324)}=\pm\frac{(abc,124)}{(\text{I}abc,1234)}.$$

Enfin, on tirera de là semblablement

$$\frac{\pi^{\text{IV}}}{p^{\text{IV}}}=\pm\frac{(abc,123)}{(\text{I}abc,1243)}=\mp\frac{(abc,123)}{(\text{I}abc,1234)}.$$

En réunissant ces quatre expressions, nous tomberons sur

$$\frac{\pi'}{p'}+\frac{\pi''}{p''}+\frac{\pi'''}{p'''}+\frac{\pi^{\text{IV}}}{p^{\text{IV}}}$$

$$=\pm\frac{(abc,234)-(abc,134)+(abc,124)-(abc,123)}{(\text{I}abc,1234)}$$

$$=\pm 1 \ldots.\quad (\S\ \text{I, art. 9, éq. A}).$$

Si le point O, origine des coordonnées se trouve dans le té-

traèdre, les quantités $\pi'$, $\pi''$, $\pi'''$, $\pi^{\text{IV}}$ seront toutes négatives, partant le premier membre de la dernière équation le sera également, et ne pourra, par conséquent, équivaloir qu'à $-1$. Mais rien ne nous empêche d'admettre les perpendiculaires $\pi'$, $\pi''$,... comme positives quand elles se trouvent du même côté des faces respectives que les perpendiculaires $p'$, $p''$,... et comme négatives dans le cas contraire. Le premier membre de la dernière équation deviendra alors $= +1$, et nous serons autorisés à établir le théorème suivant :

*Théorème I.* — *Si des quatre sommets et d'un point quelconque on abaisse des perpendiculaires sur les quatre faces d'un tétraèdre, et qu'on admette les perpendiculaires abaissées du point arbitraire comme positives ou négatives, selon qu'elles se trouvent ou ne se trouvent pas du même côté des faces respectives que les perpendiculaires abaissées des sommets; la somme algébrique des perpendiculaires abaissées du point arbitraire, divisées chacune par la perpendiculaire abaissée sur la même face du sommet opposé, sera égale à l'unité.*

*Corollaire.* — *Si par un point quelconque et les quatre sommets d'un tétraèdre on fait passer des lignes droites, et qu'on en admette les parties comprises entre le point arbitraire et les faces respectives comme positives ou négatives, selon qu'elles sont dirigées en sens contraire ou dans le même sens que les parties d'elles-mêmes comprises entre le point arbitraire et les sommets respectifs; la somme algébrique des parties de ces droites comprises entre le point arbitraire et les faces respectives, divisées chacune par la partie d'elle-même comprise entre le sommet respectif et la face opposée, sera égale à l'unité.*

4. On sait qu'outre la sphère inscrite dans un tétraèdre, il y en a encore quatre dont chacune touche les quatre faces; mais de telle sorte qu'une face est toujours touchée extérieurement. Les perpendiculaires abaissées du centre d'une quelconque de ces sphères sur les faces seront toutes égales au rayon de la même sphère. Quant à la sphère inscrite, ces perpendiculaires se trouveront toutes du même côté des faces du tétraèdre que les perpendiculaires abaissées sur celles-ci des sommets opposés.

Quant aux quatre autres sphères, trois des perpendiculaires abaissées du centre de chacune sur les faces, se trouveront du même côté de celles-ci que les perpendiculaires abaissées des sommets, tandis que la perpendiculaire abaissée sur la quatrième face se trouve du côté opposé à celui de la perpendiculaire abaissée sur la même face du sommet opposé. Il suit de là que, si nous nommons $r$ le rayon de la sphère inscrite; $r', r'', r''', r^{\text{IV}}$ les rayons des quatre sphères *ex-inscrites*, nous aurons, en gardant les signes $p'$, $p''$, $p'''$, $p^{\text{IV}}$ de l'article précédent,

$$\frac{1}{r} = +\frac{1}{p'} + \frac{1}{p''} + \frac{1}{p'''} + \frac{1}{p^{\text{IV}}};$$

$$\frac{1}{r'} = -\frac{1}{p'} + \frac{1}{p''} + \frac{1}{p'''} + \frac{1}{p^{\text{IV}}};$$

$$\frac{1}{r''} = +\frac{1}{p'} - \frac{1}{p''} + \frac{1}{p'''} + \frac{1}{p^{\text{IV}}};$$

$$\frac{1}{r'''} = +\frac{1}{p'} + \frac{1}{p''} - \frac{1}{p'''} + \frac{1}{p^{\text{IV}}};$$

$$\frac{1}{r^{\text{IV}}} = +\frac{1}{p'} + \frac{1}{p''} + \frac{1}{p'''} - \frac{1}{p^{\text{IV}}}.$$

Si le tétraèdre possède un angle solide droit, nous pourrons très-facilement d'après ces formules exprimer les rayons $r$, $r'$,... au moyen des arêtes qui concourent au sommet de l'angle solide droit. Ces arêtes que je nommerai $\alpha'$, $\alpha''$, $\alpha'''$ se confondront évidemment avec les perpendiculaires abaissées des trois sommets de la face *hypoténusale* sur les faces opposées; de plus, nous trouverons pour la perpendiculaire abaissée sur la face hypoténusale du sommet de l'angle solide droit (soit $p^{\text{IV}}$), l'équation suivante

$$\frac{1}{p^{\text{IV}2}} = \frac{1}{\alpha'^2} + \frac{1}{\alpha''^2} + \frac{1}{\alpha'''^2};$$

ainsi donc le rayon de la sphère inscrite, par exemple, sera

donné par cette équation

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{a'}+\frac{1}{a''}+\frac{1}{a'''}+\sqrt{\left[\frac{1}{a'^2}+\frac{1}{a''^2}+\frac{1}{a'''^2}\right]}.$$

5. Voici maintenant une autre démonstration très-élémentaire du théorème I. Nommons V le volume du tétraèdre, $a', a'', a''', a^{\text{IV}}$ les aires des quatre faces. D'un point quelconque O menons des lignes droites aux quatre sommets. Le tétraèdre se trouvera par là divisé en quatre autres dont les bases sont respectivement $a'$, $a''$, $a'''$, $a^{\text{IV}}$, et qui ont le sommet O en commun. Supposons, pour simplifier que ce dernier point se trouve dans le tétraèdre, et nommons $v'$, $v''$, $v'''$, $v^{\text{IV}}$ les volumes des tétraèdres partiels; nous aurons

$$V=v'+v''+v'''+v^{\text{IV}}, \text{ ou } 1=\frac{v'}{V}+\frac{v''}{V}+\frac{v'''}{V}+\frac{v^{\text{IV}}}{V}.$$

Mais en gardant toujours les signes $p', p'', \ldots \pi', \pi'' \ldots$ nous trouverons

$$V=\tfrac{1}{3}a'p'=\tfrac{1}{3}a''p''=\tfrac{1}{3}a'''p'''=\tfrac{1}{3}a^{\text{IV}}p^{\text{IV}};$$
$$v'=\tfrac{1}{3}a'\pi';\ v''=\tfrac{1}{3}a''\pi'';\ v'''=\tfrac{1}{3}a'''\pi''';\ v^{\text{IV}}=\tfrac{1}{3}a^{\text{IV}}\pi^{\text{IV}}.$$

En substituant ces valeurs, il viendra

$$1=\frac{\frac{1}{3}a'\pi'}{\frac{1}{3}a'p'}+\frac{\frac{1}{3}a''\pi''}{\frac{1}{3}a''p''}+\frac{\frac{1}{3}a'''\pi'''}{\frac{1}{3}a'''p'''}+\frac{\frac{1}{3}a^{\text{IV}}\pi^{\text{IV}}}{\frac{1}{3}a^{\text{IV}}p^{\text{IV}}}$$
$$=\frac{\pi'}{p'}+\frac{\pi''}{p''}+\frac{\pi'''}{p'''}+\frac{\pi^{\text{IV}}}{p^{\text{IV}}}.$$

On constatera facilement le théorème par rapport à un point O qui se trouve hors du tétraèdre.

Puisque

$$\frac{1}{p'}=\frac{a'}{3V};\ \frac{1}{p''}=\frac{a''}{3V};\text{ etc.}$$

On trouvera pour le rayon de la sphère inscrite

$$\frac{1}{r}=\frac{a'+a''+a'''+a^{\text{IV}}}{3\text{V}}, \text{ ou } r=\frac{3\text{V}}{a'+a''+a'''+a^{\text{IV}}};$$

c'est-à-dire que *le rayon de la sphère inscrite est égal à trois fois le volume du tétraèdre divisé par la somme des aires des faces, ou bien par la surface du tétraèdre.*

Une propriété analogue au théorème I a lieu pour le triangle plan. En effet, si d'un point quelconque situé dans le plan d'un triangle on abaisse des perpendiculaires sur les trois côtés de celui-ci, la somme algébrique de ces perpendiculaires, divisées chacune par la perpendiculaire abaissée sur le même côté du sommet opposé du triangle sera égale à l'unité. Les perpendiculaires *extérieures* doivent ici également être admises comme négatives. Il est visible qu'on trouverait, en vertu de cette propriété, des expressions très-simples pour les rayons du cercle inscrit et des trois cercles ex-inscrits, expressions desquelles on pourrait déduire des théorèmes remarquables qui se trouvent en partie consignés dans un beau mémoire de M. *Noël* (*Corresp. Mathém.*, tom. V, pag. 22).

6. En considérant que dans tout triangle plan les trois perpendiculaires abaissées des sommets sur les côtés opposés se coupent en un seul point, je me suis demandé à quelles conditions un tétraèdre devait être assujetti, si les quatre perpendiculaires abaissées des sommets sur les faces opposées jouissaient de la même propriété. Il est palpable qu'on puisse se donner un tétraèdre tel qu'aucune de ces perpendiculaires n'en coupe une autre. Il convient donc en premier lieu de chercher la condition sous laquelle les perpendiculaires abaissées seulement de deux sommets sur les faces opposées, aient un point en commun. Soient, par exemple, I et II ces deux sommets; commençons par établir d'après le probl. IV, les équations des perpendiculaires qui en sont abaissées sur les faces II III IV et I III IV. En faisant les substitutions convenables, nous trouverons pour la

première

$$y = b' + \frac{(Iac,234)}{(Ibc,234)}a' - \frac{(Iac,234)}{(Ibc,234)}x\,;$$

$$z = c' - \frac{(Iab,234)}{(Ibc,234)}a' + \frac{(Iab,234)}{(Ibc,234)}x\,;$$

et pour la seconde

$$y = b'' + \frac{(Iac,134)}{(Ibc,134)}a'' - \frac{(Iac,134)}{(Ibc,134)}x\,;$$

$$z = c'' - \frac{(Iab,134)}{(Ibc,134)}a'' + \frac{(Iab,134)}{(Ibc,134)}x.$$

Or, le probl. III nous apprend que, si ces deux lignes se coupent, nous devrons avoir $o =$

$$\left[b' - b'' + \frac{(Iac,234)}{(Ibc,234)}a' - \frac{(Iac,134)}{(Ibc,134)}a''\right]\left[\frac{(Iab,234)}{(Ibc,234)} - \frac{(Iab,134)}{(Ibc,134)}\right]$$
$$+ \left[c' - c'' - \frac{(Iab,234)}{(Ibc,234)}a' + \frac{(Iab,134)}{(Ibc,134)}a''\right]\left[\frac{(Iac,234)}{(Ibc,234)} - \frac{(Iac,134)}{(Ibc,134)}\right];$$

équation qui se transforme aisément en

$$\begin{aligned} o = &- [(Iab,134)(Iac,234) - (Iab,234)(Iac,134)](a' - a'') \\ &- [(Iab,134)(Ibc,234) - (Iab,234)(Ibc,134)](b' - b'') \\ &- [(Iac,134)(Ibc,234) - (Iac,234)(Ibc,134)](c' - c''); \end{aligned}$$

d'où nous tirons immédiatement, en tenant compte de l'éq. (G) du § I,

$$o = (Iabc,1234)[(a' - a'')(a''' - a^{IV}) + (b' - b'')(b''' - b^{IV}) + (c' - c'')(c''' - c^{IV})].$$

Mais le facteur $(Iabc, 1234)$ ne saurait s'évanouir à moins que les quatre sommets du tétraèdre ne se trouvent dans un même plan (prob. III, coroll.). La condition demandée sera donc exprimée par cette équation :

$$o = (a' - a'')(a''' - a^{IV}) + (b' - b'')(b''' - b^{IV}) + (c' - c'')(c''' - c^{IV}).$$

Nous pouvons dès à présent remarquer que cette équation

n'étant pas altérée, si l'on y échange simultanément les exposans 1 et 2 contre 3 et 4, elle exprimera également la condition sous laquelle les perpendiculaires abaissées des sommets III et IV sur les faces opposées ont un point en commun, simultanéité qui peut être énoncée de la manière suivante :

*Théorème II. — Si des perpendiculaires abaissées des quatre sommets d'un tétraèdre sur les faces opposées, deux quelconques se coupent, les deux autres se couperont également.*

7. Si nous développons l'équation de condition trouvée ci-dessus, il viendra

$$o = a'a''' + b'b''' + c'c''' - (a'a^{\text{IV}} + b'b^{\text{IV}} + c'c^{\text{IV}})$$

$$+ a''a^{\text{IV}} + b''b^{\text{IV}} + c''c^{\text{IV}} - (a''a''' + b''b''' + c''c''');$$

ou

$$o = [13] + [24] - [14] - [23]. \quad (\S\ \text{I, art. } 13).$$

Mais en désignant les arêtes du tétraèdre par les noms donnés à leurs extrémités, nous trouverons

$$\text{I III}^2 = (a'-a''')^2 + (b'-b''')^2 + (c'-c''')^2$$

$$= a'^2 + b'^2 + c'^2 + a'''^2 + b'''^2 + c'''^2 - 2(a'a''' + b'b''' + c'c''')$$

$$= [11] + [33] - 2[13];$$

$$\text{II IV}^2 = [22] + [44] - 2[24];$$

$$\text{I IV}^2 = [11] + [44] - 2[14];$$

$$\text{II III}^2 = [22] + [33] - 2[23];$$

d'où nous tirons

$$\text{I III}^2 + \text{II IV}^2 - \text{I IV}^2 - \text{II III}^2 = -2([13] + [24] - [14] - [23]) = o;$$

ou bien

$$\text{I III}^2 + \text{II IV}^2 = \text{I IV}^2 + \text{II III}^2.$$

De plus, les arêtes étant données par les coordonnées des sommets, nous trouverons, d'après le probl. I, les équations suivantes de l'arête I II

$$y = \frac{(ab,\ 12)}{a' - a''} + \frac{b' - b''}{a' - a''}x; \quad z = \frac{(ac,\ 12)}{a' - a''} + \frac{c' - c''}{a' - a''}x;$$

il résulte de là que les cosinus des angles formés par l'arête I II et les directions des axes X, Y, Z sont respectivement

$$\frac{a'-a''}{\mathrm{I\,II}},\quad \frac{b'-b''}{\mathrm{I\,II}},\quad \frac{c'-c''}{\mathrm{I\,II}}.$$

Et semblablement, les cosinus des angles formés par l'arête III IV et les directions des trois axes, seront respectivement

$$\frac{a'''-a^{\mathrm{IV}}}{\mathrm{III\,IV}},\quad \frac{b'''-b^{\mathrm{IV}}}{\mathrm{III\,IV}},\quad \frac{c'''-c^{\mathrm{IV}}}{\mathrm{III\,IV}};$$

nous en concluons donc que le cosinus de l'angle formé par les directions des arêtes I II et III IV, est =

$$\frac{(a'-a'')(a'''-a^{\mathrm{IV}})+(b'-b'')(b'''-b^{\mathrm{IV}})+(c'-c'')(c'''-c^{\mathrm{IV}})}{\mathrm{I\,II}.\ \mathrm{III\,IV}}.$$

Cette équation s'évanouit si la condition trouvée précédemment a lieu. L'angle formé par les directions de I II et III IV sera donc alors un angle droit, et nous aurons le théorème suivant :

*Théorème III.* — *Si la somme des carrés de deux arêtes opposées d'un tétraèdre* [1] *est égale à la somme des carrés de deux autres arêtes opposées; les perpendiculaires abaissées des extrémités de l'une ou de l'autre des deux arêtes restantes sur les faces opposées se couperont;* ou bien,

*Si les directions de deux arêtes opposées d'un tétraèdre forment un angle droit, les perpendiculaires abaissées des extrémités de l'une ou de l'autre de ces arêtes sur les faces opposées se couperont; et réciproquement.*

*Scolie.* — *Si la somme des carrés de deux arêtes opposées d'un tétraèdre est égale à la somme des carrés de deux autres arêtes opposées, les directions des deux arêtes restantes formeront un angle droit; et réciproquement.*

---

[1] On nomme *arêtes opposées* deux arêtes qui ne se rencontrent nulle part; il y en aura donc trois paires dans tout tétraèdre.

8. Si la perpendiculaire abaissée de I sur II III IV coupe non-seulement la perpendiculaire abaissée de II sur I III IV, mais encore celle qui est abaissée de III sur I II IV, les perpendiculaires abaissées de II et de IV sur les faces opposées se couperont également, et les directions des arêtes I III et II IV formeront un angle droit. On aura donc $\text{I II}^2 + \text{III IV}^2 = \text{I IV}^2 + \text{II III}^2$ ; mais puisqu'on a aussi $\text{I III}^2 + \text{II IV}^2 = \text{I IV}^2 + \text{II III}^2$, il en résultera $\text{I II}^2 + \text{III IV}^2 = \text{I III}^2 + \text{II IV}^2$ ; c'est-à-dire que les directions des arêtes I IV et II III formeront aussi un angle droit; c'est-à-dire encore que les perpendiculaires abaissées de I et de IV sur les faces opposées se coupent. Mais puisque dans ce cas les perpendiculaires abaissées de II et de III sur les faces opposées se coupent également, il est évident que les perpendiculaires se coupent toutes les quatre. Or cela ne saurait avoir lieu à moins qu'elles ne se coupent en un *seul* point (vu qu'elles ne se trouvent pas dans un seul plan). Nous sommes donc enfin autorisé à établir le théorème suivant :

*Théorème IV. — Si les perpendiculaires abaissées des sommets d'un tétraèdre sur les faces opposées se coupent toutes les quatre, elles se couperont en un seul point, et les directions des arêtes opposées formeront deux à deux des angles droits;* ou bien, *la somme des carrés de deux arêtes opposées sera constante.*

*Scolie. — Si deux lignes qui ne se rencontrent nulle part, et dont les directions forment un angle droit, sont coupées par deux autres lignes assujetties aux mêmes conditions; les deux lignes qui joignent deux à deux les points d'intersection des quatre premières, seront dirigées rectangulairement l'une sur l'autre.*

Des tétraèdres qui satisfont aux conditions du dernier théorème sont, par exemple, le tétraèdre régulier, le tétraèdre dont une face est équilatérale, tandis que les trois arêtes montantes sont égales entre elles, le tétraèdre à un angle solide droit, etc.

Je nommerai dans la suite *point d'intersection conditionnel* le point dans lequel les perpendiculaires abaissées des sommets sur les faces opposées se coupent.

9. Le théorème III peut être démontré très-facilement d'une manière purement géométrique. En effet, soient dans le tétraè-

dre I II III IV les arêtes I II et III IV telles que leurs directions forment un angle droit. Abaissons du point III une perpendiculaire sur l'arête I II (perpendiculaire qui sera située dans le plan I II III), et nommons A le point d'intersection. Si nous menons par A une droite AB parallèle à III IV, l'angle IAB sera droit par supposition, et l'angle I A III le sera par construction; par conséquent I A ou l'arête I II sera perpendiculaire sur le plan III A B. Mais puisque AB est parallèle à III IV, cette dernière ligne se trouvera dans le plan III A B; en d'autres termes, l'arête I II sera perpendiculaire sur le plan III IV A. Il suit de là que tous les plans passant par I II, partant aussi les plans I II III et I II IV, seront perpendiculaires sur III IV A. Ainsi donc, si l'on abaisse de deux points quelconques de ce dernier plan des perpendiculaires sur les plans I II III et I II IV, ces perpendiculaires seront comprises dans le plan III IV A. Les perpendiculaires abaissées de III et de IV sur I II IV et I II III s'y trouveront donc également; par conséquent elles se couperont.

On démontrerait semblablement que, dans le même cas, les perpendiculaires abaissées de I et de II sur les faces opposées possèdent un point en commun.

Le scolie du théorème III peut se démontrer de la manière suivante : les lignes III A et IV A étant perpendiculaires sur I II, ou bien les triangles I III A, II III A, I IV A, II IV A étant rectangles, on aura

$$\text{I III}^2 = \text{IA}^2 + \text{IIIA}^2; \quad \text{I IV}^2 = \text{IA}^2 + \text{IVA}^2$$

$$\text{II IV}^2 = \text{IIA}^2 + \text{IVA}^2; \quad \text{II III}^2 = \text{IIA}^2 + \text{IIIA}^2,$$

d'où l'on tire immédiatement

$$\text{I III}^2 + \text{II IV}^2 = \text{I IV}^2 + \text{II III}^2.$$

10. Cette considération géométrique nous fait encore remarquer plusieurs autres propriétés. Nous avons vu que la perpendiculaire abaissée du sommet IV sur la face I II III était comprise dans le plan III IV A; elle coupera donc l'intersection de ce plan avec le plan I II III; c'est-à-dire la ligne III A, ou bien la perpendiculaire abaissée de III sur l'arête I II.

Or, si les perpendiculaires abaissées des sommets sur les faces opposées se coupent toutes les quatre, les arêtes I III et II IV seront aussi dirigées rectangulairement l'une sur l'autre. On en conclura sans difficulté que la perpendiculaire abaissée de IV sur I II III coupe également la perpendiculaire abaissée de II sur l'arête I III. Enfin, en considérant que les arêtes I IV et II III sont aussi dirigées rectangulairement l'une sur l'autre, on se persuadera que la perpendiculaire abaissée de IV sur I II III coupe la perpendiculaire abaissée de I sur II III. Mais les perpendiculaires abaissées de III, II et I sur les arêtes I II, I III et II III se coupent toujours en un seul point. Il est donc constant que la perpendiculaire abaissée de IV sur I II III passe par ce point d'intersection. Une propriété semblable a lieu pour les perpendiculaires abaissées des autres sommets sur les faces opposées ; nous pourrons donc établir le théorème suivant :

*Théorème V. — Si les perpendiculaires abaissées des quatre sommets d'un tétraèdre sur les faces opposées se coupent en un seul point, les lignes menées par le point d'intersection de chacune de ces perpendiculaires avec la face respective et les trois sommets de cette face, seront respectivement perpendiculaires sur les arêtes situées dans cette dernière.*

11. Entre deux lignes droites qui ne se rencontrent nulle part, on ne peut mener, comme on sait, qu'une seule droite qui soit perpendiculaire à l'une et à l'autre. On pourra donc construire dans chaque tétraèdre trois lignes dont chacune soit perpendiculaire sur deux arêtes opposées. La recherche de ces perpendiculaires *communes* nous devient très-facile par suite de la construction géométrique précédente. En effet, supposons comme plus haut que les directions des arêtes I II et III IV forment un angle droit. Les perpendiculaires abaissées des sommets III et IV sur les faces I II IV et I II III seront dans ce cas identiques avec les perpendiculaires abaissées des mêmes points sur les côtés IV A et III A du triangle III IV A. Ainsi donc, si nous faisons passer une ligne droite par le point A et le point d'intersection de ces deux perpendiculaires, cette droite sera perpendiculaire sur l'arête III IV. Mais puisqu'elle se trouve dans le plan III IV A,

perpendiculaire sur l'arête I II, il est visible qu'elle sera aussi perpendiculaire sur I II. Elle sera donc la perpendiculaire commune à ces arêtes ; par conséquent, cette dernière passera par le point d'intersection des perpendiculaires abaissées de III et de IV sur les faces opposées. Mais on démontrerait par un raisonnement semblable qu'elle passe aussi par le point d'intersection des perpendiculaires abaissées de I et de II sur les faces opposées; ce qui donne lieu au théorème suivant :

*Théorème VI. — Si des perpendiculaires abaissées des sommets d'un tétraèdre sur les faces opposées, deux quelconques se coupent, les deux autres se couperont également, et la perpendiculaire commune aux deux arêtes des extrémités desquelles partent les perpendiculaires qui se coupent, passera par les deux points d'intersection.*

12. Si nous nommons $p$ la perpendiculaire abaissée de IV sur la face I II III, le volume du tétraèdre sera $= \frac{1}{3} p \times$ le triangle I II III $= \frac{1}{6} p \times$ I II $\times$ III A. Mais l'aire du triangle III IV A sera exprimée par $\frac{1}{2} p \times$ III A, ou par $\frac{1}{2}$ III IV $\times$ la perpendiculaire commune à I II et III IV. En substituant cette dernière valeur à $\frac{1}{2} p \times$ III A, nous trouverons le volume du tétraèdre $= \frac{1}{6}$ I II $\times$ III IV $\times$ la perpendiculaire commune à I II et III IV; propriété qui peut être exprimée de la manière suivante :

*Théorème VII. — Si les directions de deux arêtes opposées d'un tétraèdre forment un angle droit, le tétraèdre équivaudra au sixième d'un parallélipipède rectangle dont les arêtes sont les arêtes opposées à angle droit, et la perpendiculaire qui leur est commune.*

13. Si les perpendiculaires abaissées des quatre sommets du tétraèdre se coupent en un seul point, les points d'intersection considérés dans le théorème VI, se confondront avec celui-là, Ainsi donc, chacune des trois perpendiculaires communes à deux arêtes passera par ce point commun d'intersection ; c'est-à-dire que :

*Théorème VIII. — Si les perpendiculaires abaissées des quatre sommets d'un tétraèdre sur les faces opposées se coupent en un seul point, les lignes qui sont perpendiculaires chacune à deux arêtes opposées, s'y couperont également.*

Il n'aurait pas été sans intérêt de résoudre par l'analyse les différentes questions qui concernent ces perpendiculaires communes. Nous aurions vu, par exemple, que ces perpendiculaires ne sauraient se couper en un point, à moins que le tétraèdre ne soit assujetti aux conditions des théorèmes précédens. Mais je dois supprimer ici la recherche analytique de cette question qui nécessiterait des calculs d'une trop grande étendue pour pouvoir concourir heureusement avec la solution géométrique que je viens d'exposer.

14. Les tétraèdres dont les arêtes opposées sont dirigées rectangulairement les unes sur les autres jouissent encore de plusieurs autres propriétés qui résultent de la combinaison des théorèmes précédens avec les propriétés du centre de gravité du tétraèdre. Je citerai ici brièvement quelques théorèmes relatifs à celui-ci qu'on démontre très-facilement par la géométrie élémentaire.

*Les quatre lignes qui passent par les sommets d'un tétraèdre et les centres de gravité des faces opposées, se coupent au centre de gravité du tétraèdre* [1]).

---

[1]) On sait que le centre de gravité d'un triangle plan est le point d'intersection des lignes menées des sommets du triangle aux milieux des côtés opposés. On pourra donc énoncer la propriété ci-dessus de la manière suivante :

*En joignant le milieu de chaque arête d'un tétraèdre par des lignes droites aux sommets de l'arête opposée, on obtiendra quatre groupes formés de trois lignes situés chacun dans une des faces du tétraèdre, et s'y coupant en un seul point. Si l'on joint ces points aux sommets opposés par des lignes droites, celles-ci se couperont en un seul point.*

Pour démontrer ce théorème on n'a besoin que des notions géométriques les plus élémentaires. Mais on pourra aussi très-facilement le déduire d'une considération mécanique qui montrera en même temps que ce point est le centre de gravité du tétraèdre. En effet, on n'a qu'à considérer que le centre de gravité d'un tétraèdre doit se trouver dans le plan qui passe par une des arêtes et par le milieu de l'arête opposée. Soient donc, par exemple, 1, 2, 3 les milieux des arêtes II III, I III, I II. Le centre de gravité se trouvera dans chacun des plans 1 I IV, 2 II IV, 3 III IV. Mais puisque ces

*Les parties de ces lignes comprises entre le centre de gravité du tétraèdre et les faces seront aux parties d'elles-mêmes comprises entre le centre de gravité et les sommets respectifs, comme 1 à 3.*

*Le plan passant par les centres de gravité de trois faces sera parallèle à la quatrième face.*

---

trois plans ont le point IV en commun, et qu'ils coupent le plan I II III suivant les lignes 1 I, 2 II, 3 III qui se coupent elles-mêmes au centre de gravité de la face I II III, il est visible que les trois plans 1 I IV, 2 II IV, 3 III IV se coupent suivant la ligne qui joint le centre de gravité de I II III au sommet opposé; cette ligne doit donc contenir le centre de gravité du tétraèdre. On démontrerait également que ce dernier point doit se trouver sur les lignes qui joignent le centre de gravité de chacune des autres faces au sommet opposé; partant ces lignes passeront toutes les quatre par le centre de gravité du tétraèdre.

La considération mécanique précédente nous apprend encore que le centre de gravité doit se trouver sur chacune des lignes qui joignent deux à deux les milieux des arêtes opposées. Car, si nous nommons (I II) le milieu de l'arête I II, (III IV) le milieu de l'arête III IV, le centre de gravité se trouvera dans chacun des plans I II (III IV), III IV (I II). La ligne (I II) (III IV) qui est évidemment l'intersection de ces plans, doit donc contenir le centre de gravité du tétraèdre. Il suit de là que les lignes qui joignent deux à deux les milieux des arêtes opposées se coupent en un seul point, qui sera le centre de gravité du tétraèdre. Ce théorème, qui se trouve cité par M. *Terquem* (*Manuel de Géom.*, p. 263), serait du reste très-facile à démontrer par la géométrie élémentaire.

Cette même considération mécanique sert de base aux calculs assez étendus par lesquels *Lagrange* établit les coordonnées du centre de gravité. (Mémoire cité, p. 171). Il en déduit aussi que le centre de gravité du tétraèdre est le même que celui de quatre corps d'égale masse dont les centres de gravité se trouveraient placés aux quatre sommets du tétraèdre. Il est connu que le centre de gravité d'un triangle plan, de I II III par exemple, est le même que celui de trois corps d'égale masse dont les centres de gravité se trouveraient aux trois sommets I, II, III. On en conclut immédiatement que le centre de gravité de quatre corps d'égale masse placés aux quatre sommets du tétraèdre, doit se trouver sur la ligne qui joint le centre de gravité de I II III au sommet IV; et semblablement pour les autres faces. Ce centre de gravité sera donc le point d'intersection des quatre lignes qui joignent les centres de gravité des faces aux sommets opposés; c'est-à-dire qu'il sera le centre de gravité du tétraèdre.

Or, il est facile de voir que la perpendiculaire abaissée du centre de la *sphère circonscrite au tétraèdre* sur une quelconque des faces (soit F) passera par le centre du *cercle circonscrit à cette dernière*. Ainsi donc, si l'on mène un plan (soit P) par cette perpendiculaire et celle qu'on abaisse sur la même face du sommet opposé (ce qui est toujours possible, puisque ces deux perpendiculaires sont parallèles), ce plan contiendra le centre de la sphère circonscrite au tétraèdre, le centre du cercle circonscrit à F, et le sommet opposé à cette face. Mais puisque ce plan contient la perpendiculaire entière abaissée sur F du sommet opposé, il est évident que, dans le cas où les perpendiculaires abaissées des sommets du tétraèdre sur les faces opposées se coupent en un seul point, le plan P contiendra aussi ce point d'intersection conditionnel, et en outre le point d'intersection des perpendiculaires abaissées des trois sommets de F sur les arêtes situées dans cette face (théor. V).

De plus, il est connu que dans tout triangle plan, le centre du cercle circonscrit, le centre de gravité, et le point d'intersection des trois perpendiculaires abaissées des sommets sur les côtés opposés, sont situés sur une même droite. Le plan P contiendra donc aussi le centre de gravité de la face F. Mais puisqu'il contient aussi le sommet opposé à F, et que le centre de gravité du tétraèdre doit se trouver sur la droite qui joint ce sommet au centre de gravité de F, il est enfin prouvé que le centre de gravité du tétraèdre est aussi un point du plan P. En résumé, ce plan contiendra le centre de la sphère circonscrite au tétraèdre, son centre de gravité, et le point d'intersection conditionnel.

Si l'on abaisse maintenant sur une autre face du tétraèdre des perpendiculaires : 1° du sommet opposé; 2° du centre de la sphère circonscrite, un raisonnement semblable nous prouverait que le plan de ces perpendiculaires contient également le centre de la sphère circonscrite, le centre de gravité, et le point d'intersection conditionnel. Ces points doivent donc se trouver sur l'intersection de ce dernier plan avec le plan P; c'est-à-dire qu'ils seront situés sur une même droite; ainsi donc :

*Théorème IX. — Si les perpendiculaires abaissées des quatre*

*sommets d'un tétraèdre sur les faces opposées, se coupent en un seul point, ce point, le centre de gravité et le centre de la sphère circonscrite au tétraèdre, se trouveront sur une même droite.*

15. En réfléchissant que dans tout triangle plan les distances du centre de gravité au centre du cercle circonscrit, et au point d'intersection des perpendiculaires abaissées des sommets du triangle sur les côtés opposés sont dans le rapport de 1 à 2, on est amené à demander, par rapport au tétraèdre, quel est le rapport des distances mutuelles des trois points décrits dans le dernier théorème. Soit en conséquence A un des sommets du tétraèdre, S le centre de la sphère circonscrite, G le centre de gravité, P le point d'intersection conditionnel. Soit de plus $s$ le centre du cercle circonscrit à la face opposée à A ; $g$ le centre de gravité de cette face, $p$ le point d'intersection des perpendiculaires abaissées des sommets de la même face sur les arêtes qui y sont situées. Menons les droites $Ss$, $APp$, $AGg$, SGP, $sgp$, et abaissons de G la perpendiculaire $G\gamma$ sur $sgp$. Les trois lignes $Ss$, $G\gamma$, et $APp$ qui se trouvent dans le même plan et sont, chacune, perpendiculaires sur $sgp$, seront nécessairement parallèles entre elles; on aura donc

$$SG : GP = s\gamma : \gamma p.$$

Mais puisque les triangles $Gg\gamma$ et $Agp$ sont semblables, on aura

$$Gg : Ag = g\gamma : gp.$$

Or, nous avons vu que

$$sg : gp = 1 : 2 \text{ ; et } Gg : AG = 1 : 3 \text{, ou } Gg : Ag = 1 : 4 \text{ ;}$$

nous en concluons

$$Gg : Ag = g\gamma : gp = 1 : 4 \text{ ;}$$

ce qui nous donne

$$sg = \tfrac{1}{2}\, gp ; \; g\gamma = \tfrac{1}{4}\, gp.$$

De plus, on a

$$s\gamma = sg + g\gamma = (\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4})\, gp = \tfrac{3}{4}\, gp ;$$
$$\gamma p = gp - g\gamma = (1 - \tfrac{1}{4})\, gp = \tfrac{3}{4}\, gp ;$$

c'est-à-dire que $s\gamma = \gamma p$; partant aussi SG = GP; propriété qui nous conduit au théorème suivant :

*Théorème X. — Si les perpendiculaires abaissées des quatre sommets d'un tétraèdre sur les faces opposées se coupent en un seul point, le centre de gravité se trouvera à égale distance du centre de la sphère circonscrite et du point d'intersection conditionnel.*

16. Puisque les quatre plans passant par SGP et perpendiculaires sur les faces du tétraèdre coupent celles-ci suivant des lignes analogues à *sgp*, il est clair que si l'on abaisse d'un point quelconque de SGP (soit M) des perpendiculaires M*m* sur les quatre faces, les points *m* se trouveront sur les lignes *sgp*, et l'on aura SG : SM $=$ *sg* : *sm*. Le rapport *sg* : *sm* sera donc constant pour les quatre faces du tétraèdre, et nous serons autorisés à établir le théorème suivant :

*Théorème XI. — Si la condition des théorèmes précédens a lieu, et que sur les lignes qui passent par le centre du cercle circonscrit à chaque face du tétraèdre, et par le centre de gravité de la même face on choisisse des points tels que leurs distances à ces deux centres soient dans un rapport constant; les lignes élevées dans ces points perpendiculairement sur les faces respectives, se couperont en un seul point, et ce point se trouvera sur la ligne qui joint le centre de gravité du tétraèdre au centre de la sphère circonscrite.*

*Corollaire. — Si la même condition a lieu, et qu'on élève aux centres de gravité des quatre faces des lignes perpendiculaires sur celles-ci, ces quatre lignes se couperont en un seul point.*

17. Ce corollaire nous rend très-facile la solution de la question suivante : *Trouver un point tel que les perpendiculaires qui en sont abaissées sur trois quelconques des faces du tétraèdre coupent celles-ci en trois points dont le plan soit parallèle à la quatrième face.* En effet, puisque le plan qui passe par les centres de gravité de trois faces est parallèle à la quatrième face, et que, si la condition des théorèmes préeédens a lieu, les perpendiculaires élevées sur chaque face dans son centre de gravité se coupent en un seul point; il n'y a pas de doute que ce point ne satisfasse à la condition demandée. Au demeurant, il est assez curieux de remarquer qu'un tel point ne puisse exister que dans les tétraèdres dans lesquels les perpendiculaires abaissées des sommets sur les faces opposées se coupent en un seul point. Ce qu'on pourra constater par l'analyse suivante :

Remarquons d'abord que si deux plans sont parallèles à deux faces d'un tétraèdre, l'intersection de ces plans sera parallèle à l'arête intersection des faces respectives. Soit donc M un point qui satisfasse à la condition demandée; $Mm'$, $Mm''$, $Mm'''$, $Mm^{IV}$ les perpendiculaires abaissées de ce point sur les faces II III IV, I III IV, I II IV, I II III. Les plans $m'\ m''\ m'''$ et I II III, $m'\ m''\ m^{IV}$ et I II IV seront parallèles deux à deux; par conséquent les lignes I II et $m'\ m''$ le seront également. Si nous nommons $\alpha'$, $\beta'$, $\gamma'$ les coordonnées du point $m'$; $\alpha''$, $\beta''$, $\gamma''$ celles de $m''$, les équations de $m'\ m''$ seront

$$y = \frac{(\alpha\beta,12)}{\alpha'-\alpha''} + \frac{\beta'-\beta''}{\alpha'-\alpha''}x;\quad z = \frac{(\alpha\gamma,12)}{\alpha'-\alpha''} + \frac{\gamma'-\gamma''}{\alpha'-\alpha''}x;$$

et celles de l'arête I II

$$y = \frac{(ab,12)}{a'-a''} + \frac{b'-b''}{a'-a''}x;\quad z = \frac{(ac,12)}{a'-a''} + \frac{c'-c''}{a'-a''}x.$$

Mais si ces deux lignes sont parallèles, on aura évidemment

$$\frac{\beta'-\beta''}{\alpha'-\alpha''} = \frac{b'-b''}{a'-a''};\quad \frac{\gamma'-\gamma''}{\alpha'-\alpha''} = \frac{c'-c''}{a'-a''};$$

ou

$$o = (a'-a'')\,(\beta'-\beta'') - (b'-b'')\,(\alpha'-\alpha'');$$
$$o = (a'-a'')\,(\gamma'-\gamma'') - (c'-c'')\,(\alpha'-\alpha'').$$

De plus, si nous supposons que le point M soit l'origine des coordonnées, nous aurons, à cause du coroll. I du probl. IV, en considérant que dans cette supposition les quantités $a$, $b$, $c$ de ce coroll. deviennent chacune $= o$, et en faisant, pour abréger,

$$\frac{(abc,234)}{(\text{I}ab,234)^2 + (\text{I}ac,234)^2 + (\text{I}bc,234)^2} = \Delta'$$

$$\frac{(abc,134)}{(\text{I}ab,134)^2 + (\text{I}ac,134)^2 + (\text{I}bc,134)^2} = \Delta''$$

$$\alpha' = +\,(\text{I}bc,234)\,\Delta';\qquad \alpha'' = +\,(\text{I}bc,134)\,\Delta''$$
$$\beta' = -\,(\text{I}ac,234)\,\Delta';\qquad \beta'' = -\,(\text{I}ac,134)\,\Delta''$$
$$\gamma' = +\,(\text{I}ab,234)\,\Delta';\qquad \gamma'' = +\,(\text{I}ab,134)\,\Delta''$$

ce qui nous conduit à

$$o = -(a'-a'')[(Iac,234)\Delta'-(Iac,134)\Delta'']-(b'-b'')[(Ibc,234)\Delta'-(Ibc,134)\Delta''];$$
$$o = +(a'-a'')[(Iab,234)\Delta'-(Iab,134)\Delta'']-(c'-c'')[(Ibc,234)\Delta'-(Ibc,134)\Delta''];$$

ou bien

$$o = -[(a'-a'')(Iac,234)+(b'-b'')(Ibc,234)]\Delta'$$
$$+[(a'-a'')(Iac,134)+(b'-b'')(Ibc,134)]\Delta'';$$
$$o = +[(a'-a'')(Iab,234)-(c'-c'')(Ibc,234)]\Delta'$$
$$-[(a'-a'')(Iab,134)-(c'-c'')(Ibc,134)]\Delta''.$$

Or, puisque ces équations sont de la forme

$$o = A'\Delta' + B'\Delta''; \quad o = A''\Delta' + B''\Delta';$$

nous en tirerons évidemment

$$o = A'B'' - A''B', \text{ ou } o =$$

$$[(a'-a'')(Iac,234)+(b'-b'')(Ibc,234)][(a'-a'')(Iab,134)-(c'-c'')(Ibc,134)]$$
$$-[(a'-a'')(Iac,134)+(b'-b'')(Ibc,134)][(a'-a'')(Iab,234)-(c'-c'')(Ibc,234)];$$

ou bien, en développant, et en réduisant

$$o = (a'-a'')[Iab,134)(Iac,234)-(Iab,234)(Iac,134)]$$
$$+(b'-b'')[Iab,134)(Ibc,234)-(Iab,234)(Ibc,134)]$$
$$+(c'-c'')[Iac,134)(Ibc,234)-(Iac,234)(Ibc,134)];$$

équation qui est la même que celle que nous avons trouvée, art. 6, et que l'on transforme au moyen de l'équation (G) du § 1, en

$$o = (a'-a'')(a'''-a^{IV})+(b'-b'')(b'''-b^{IV})+(c'-c'')(c'''-c^{IV}).$$

Cette équation, qui est indépendante de la position du point M, nous apprend que la ligne $m'm''$ ne saurait être parallèle à I II, à moins que cette arête ne soit dirigée rectangulairement sur III IV. Et d'une manière analogue, la ligne $m'm'''$ ne saurait être parallèle à I III, à moins que celle-ci ne soit dirigée rectangulairement sur II IV. Nous en concluons que le plan $m'm''m'''$ ne saurait être parallèle à la face I II III à moins que le tétraèdre ne soit assujetti aux conditions des théorèmes précédens.

18. Le système de coordonnées qui a servi de base aux recherches précédentes est très-propre, comme on l'a vu, à faire ressortir les propriétés des arêtes du tétraèdre, et des angles que celles-ci forment mutuellement. Mais quand il s'agit, par exemple, des relations des angles d'inclinaison des faces sur les faces, ce système ne sera plus de la même utilité, et il conviendra alors mieux de déterminer les élémens du tétraèdre d'une autre manière que je vais maintenant exposer.

D'abord, si d'un point quelconque pris au dedans d'un tétraèdre on abaisse des perpendiculaires sur deux faces quelconques, l'angle formé par ces deux perpendiculaires complétera l'angle d'inclinaison des faces à deux angles droits. (J'entends ici par *angle d'inclinaison des faces*, l'angle formé par les faces mêmes, sans que l'une d'elles soit prolongée. Cet angle peut donc aussi être obtus.) On peut donc aisément substituer la recherche de ceux-là à celle des angles d'inclinaison des faces.

Supposons par conséquent que l'origine des coordonnées soit au centre de la *sphère inscrite au tétraèdre*. Les perpendiculaires abaissées de ce point sur les quatre faces seront donc toutes égales entre elles et au rayon de la sphère (soit $r$). Nommons $\alpha'$ $\beta'$, $\gamma'$ les cosinus des angles que fait la perpendiculaire abaissée sur la face II III IV avec les axes X, Y, Z; $\alpha''$, $\beta''$, $\gamma''$ les cosinus des angles que fait la perpendiculaire abaissée sur I III IV avec ces trois axes; et ainsi de suite. (Le cosinus de l'angle formé par ces deux perpendiculaires sera donc $= \alpha'\alpha'' + \beta'\beta'' + \gamma'\gamma'' =$ [12], et équivaudra au cosinus de l'angle d'inclinaison des faces II III IV et I III IV pris négativement.) Soient de plus $m'$, $n'$, $p'$; $m''$, $n''$, $p''$..., les coordonnées rectangulaires des points d'intersection des perpendiculaires avec les faces II III IV, I III IV.... On aura d'abord :

$$r^2 = m'^2 + n'^2 + p'^2 = m''^2 + n''^2 + p''^2 = m'''^2 + n'''^2 + p'''^2$$
$$= m^{\text{IV}2} + n^{\text{IV}2} + p^{\text{IV}2};$$

$$1 = \alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 = \alpha''^2 + \beta''^2 + \gamma''^2 = \alpha'''^2 + \beta'''^2 + \gamma'''^2$$
$$= \alpha^{\text{IV}2} + \beta^{\text{IV}2} + \gamma^{\text{IV}2};$$

et puis

$$m' = r\alpha'\,;\; m'' = r\alpha''\,;\; m''' = r\alpha'''\,;\; m^{IV} = r\alpha^{IV}\,;$$
$$n' = r\beta'\,;\; n'' = r\beta''\,;\; n''' = r\beta'''\,;\; n^{IV} = r\beta^{IV}\,;$$
$$p' = r\gamma'\,;\; p'' = r\gamma''\,;\; p''' = r\gamma'''\,;\; p^{IV} = r\gamma^{IV}.$$

En considérant que les faces passent respectivement par ces points et sont perpendiculaires sur les lignes qui joignent ceux-ci à l'origine des coordonnées, on trouvera, d'après le probl. V, en y faisant les substitutions convenables, et en divisant par $r$:

Pour la face II III IV, l'éq. $o = r - \alpha' x - \beta' y - \gamma' z\,;$

Pour la face I III IV, l'éq. $o = r - \alpha'' x - \beta'' y - \gamma'' z\,;$

Pour la face I II IV, l'éq. $o = r - \alpha''' x - \beta''' y - \gamma''' z\,;$

Pour la face I II III, l'éq. $o = r - \alpha^{IV} x - \beta^{IV} y - \gamma^{IV} z.$

Rien n'est plus facile maintenant que de tirer de ces équations les coordonnées des sommets I, II, III, IV. En effet, ces points sont respectivement les intersections des trois plans I II III, I II IV, I III IV, des trois plans I II III, I II IV, II III IV, et ainsi de suite. Les coordonnées $a'$, $b'$, $c'$ du sommet I résulteront donc des équations :

$$o = r - \alpha'' a' - \beta'' b' - \gamma'' c'\,;$$
$$o = r - \alpha''' a' - \beta''' b' - \gamma''' c'\,;$$
$$o = r - \alpha^{IV} a' - \beta^{IV} b' - \gamma^{IV} c'\,;$$

qui nous fournissent (§ 1, art. 6) :

$$a' = + r\,\frac{(\text{I}\beta\gamma,234)}{(\alpha\beta\gamma,234)}\,;\; b' = - r\,\frac{(\text{I}\alpha\gamma,234)}{(\alpha\beta\gamma,234)}\,;\; c' = + r\,\frac{(\text{I}\alpha\beta,234)}{(\alpha\beta\gamma,234)}\,;$$

et nous trouverons semblablement

$$a''=+r\frac{(\mathrm{I}\beta\gamma,134)}{(\alpha\beta\gamma,134)};\ b''=-r\frac{(\mathrm{I}\alpha\gamma,134)}{(\alpha\beta\gamma,134)};\ c''=+r\frac{(\mathrm{I}\alpha\beta,134)}{(\alpha\beta\gamma,134)};$$

$$a'''=+r\frac{(\mathrm{I}\beta\gamma,124)}{(\alpha\beta\gamma,124)};\ b'''=-r\frac{(\mathrm{I}\alpha\gamma,124)}{(\alpha\beta\gamma,124)};\ c'''=+r\frac{(\mathrm{I}\alpha\beta,124)}{(\alpha\beta\gamma,124)};$$

$$a^{\mathrm{IV}}=+r\frac{(\mathrm{I}\beta\gamma,123)}{(\alpha\beta\gamma,123)};\ b^{\mathrm{IV}}=-r\frac{(\mathrm{I}\alpha\gamma,123)}{(\alpha\beta\gamma,123)};\ c^{\mathrm{IV}}=+r\frac{(\mathrm{I}\alpha\beta,123)}{(\alpha\beta\gamma,123)}.$$

**19.** Essayons maintenant d'exprimer sous cette nouvelle forme les conditions qui ont lieu si les perpendiculaires abaissées des sommets du tétraèdre sur les faces opposées se coupent en un seul point. Ces conditions sont complétement données par les équations :

$$o=(a'-a'')(a'''-a^{\mathrm{IV}})+(b'-b'')(b'''-b^{\mathrm{IV}})+(c'-c'')(c'''-c^{\mathrm{IV}});$$

$$o=(a'-a''')(a''-a^{\mathrm{IV}})+(b'-b''')(b''-b^{\mathrm{IV}})+(c'-c''')(c''-c^{\mathrm{IV}}).$$

Or, nous trouvons d'après l'art. précédent :

$$a'-a''=r\left[\frac{(\mathrm{I}\beta\gamma,234)}{(\alpha\beta\gamma,234)}-\frac{(\mathrm{I}\beta\gamma,134)}{(\alpha\beta\gamma,134)}\right]$$

$$=r\frac{(\mathrm{I}\beta\gamma,234)(\alpha\beta\gamma,134)-(\mathrm{I}\beta\gamma,134)(\alpha\beta\gamma,234)}{(\alpha\beta\gamma,134)(\alpha\beta\gamma,234)}.$$

Le numérateur de cette expression fractionnaire est évidemment de la forme de l'équation (H) du § I ; on tirera donc de celle-ci, par une substitution convenable :

$$a'-a''=-r\frac{(\mathrm{I}\alpha\beta\gamma,1234)(\beta\gamma,34)}{(\alpha\beta\gamma,134)(\alpha\beta\gamma,234)};$$

et nous trouverons semblablement

$$b'-b''=+r\frac{(\mathrm{I}\alpha\beta\gamma,1234)(\alpha\gamma,34)}{(\alpha\beta\gamma,134)(\alpha\beta\gamma,234)};$$

$$c'-c''=-r\frac{(\mathrm{I}\alpha\beta\gamma,1234)(\alpha\beta,34)}{(\alpha\beta\gamma,134)(\alpha\beta\gamma,234)};$$

et puis

$$a''' - a^{\text{IV}} = -r\,\frac{(\text{I}\alpha\beta\gamma,1234)\,(\beta\gamma,12)}{(\alpha\beta\gamma,123)\,(\alpha\beta\gamma,124)}\,;$$

$$b''' - b^{\text{IV}} = +r\,\frac{(\text{I}\alpha\beta\gamma,1234)\,(\alpha\gamma,12)}{(\alpha\beta\gamma,123)\,(\alpha\beta\gamma,124)}\,;$$

$$c''' - c^{\text{IV}} = -r\,\frac{(\text{I}\alpha\beta\gamma,1234)\,(\alpha\beta,12)}{(\alpha\beta\gamma,123)\,(\alpha\beta\gamma,124)}\,;$$

d'où l'on tirera d'abord

$$o = (a'-a'')(a'''-a^{\text{IV}}) + (b'-b'')(b'''-b^{\text{IV}}) + (c'-c'')(c'''-c^{\text{IV}}) =$$

$$r^2\,\frac{(\text{I}\alpha\beta\gamma,1234)^2[(\beta\gamma,12)(\beta\gamma,34)+(\alpha\gamma,12)(\alpha\gamma,34)+(\alpha\beta,12)(\alpha\beta,34)]}{(\alpha\beta\gamma,123)\,(\alpha\beta\gamma,124)\,(\alpha\beta\gamma,134)\,(\alpha\beta\gamma,234)}\,;$$

et puis

$$o = (\alpha\beta,12)\,(\alpha\beta,34) + (\alpha\gamma,12)\,(\alpha\gamma,34) + (\beta\gamma,12)\,(\beta\gamma,34).$$

Cette équation se transforme, au moyen de l'équation (J) du § I, en

$$o = [13]\,[24] - [14]\,[23].$$

Mais nous avons déjà vu que la fonction $[13] \mp \alpha'\alpha''' + \beta'\beta''' + \gamma'\gamma'''$ équivaut au cosinus de l'angle formé par les perpendiculaires abaissées sur les faces II III IV et I II IV ou bien au cosinus de l'angle d'inclinaison de ces faces pris négativement; du reste, il est palpable que les fonctions [24], [14],... ont des significations semblables.

Désignons maintenant les angles d'inclinaison des faces par les arêtes suivant lesquelles ces faces se coupent ; de telle sorte que l'angle d'inclinaison des faces II III IV et I II IV soit représenté par (II IV), l'angle d'inclinaison des faces I II III et I III IV par (I III), et ainsi de suite. A cause de cette nouvelle désignation, on aura $[13] = -$ cos. (II IV); $[24] = -$cos. (I III), etc., la dernière équation peut donc s'écrire ainsi

$$\cos.\,(\text{I III}).\ \cos.\,(\text{II IV}) = \cos.\,(\text{I IV}).\ \cos.\,(\text{II III}).$$

Enfin l'équation

$$o=(a'-a''')(a''-a^{\text{IV}})+(b'-b''')(b''-b^{\text{IV}})(c'-c''')(c''-c^{\text{IV}})$$

nous conduira à

$$\cos.(\text{I II}).\cos.(\text{III IV})=\cos.(\text{I IV}).\cos.(\text{II III}).$$

Nous pourrons donc établir le théorème suivant :

*Théorème XII.—Si les perpendiculaires abaissées des sommets d'un tétraèdre sur les faces opposées se coupent en un seul point, le cosinus de l'angle d'inclinaison de deux faces quelconques multiplié par le cosinus de l'angle d'inclinaison des deux autres faces, sera une quantité constante.*

**20.** L'analyse de l'article précédent nous fait encore connaître une propriété générale des tétraèdres, d'autant plus remarquable qu'elle a beaucoup d'analogie avec la propriété trés-connue du triangle plan, que les côtés de tout triangle sont dans le rapport des sinus des angles opposés. En effet, puisque $\text{I II}^2=(a-a'')^2+(b'-b'')^2+(c'-c'')^2$; les formules de l'article précédent nous donneront

$$\text{I II}^2=\frac{r^2(\text{I}\alpha\beta\gamma,1234)^2}{(\alpha\beta\gamma,134)^2(\alpha\beta\gamma,234)^2}\left[(\alpha\beta,34)^2+(\alpha\gamma,34)^2+(\beta\gamma,34)^2\right];$$

mais, puisque d'après l'équation (K) du § I

$$(\alpha\beta,34)^2+(\alpha\gamma,34)^2+(\beta\gamma,34)^2=[33]\,[44]-[34]^2,$$

et que

$$[33]=\alpha'''^2+\beta'''^2+\gamma'''^2=1\,;\ [44]=\alpha^{\text{IV}2}+\beta^{\text{IV}2}+\gamma^{\text{IV}2}=1\,;$$
$$[34]=-\cos.(\text{I II})\,;$$

on trouvera

$$\text{I II}^2=\frac{r^2(\text{I}\alpha\beta\gamma,1234)^2}{(\alpha\beta\gamma,134)^2(\alpha\beta\gamma,234)^2}\,(1-\cos.(\text{I II})^2,$$

ou

$$\text{I II}=\frac{r(\text{I}\alpha\beta\gamma,1234)}{(\alpha\beta\gamma,134)(\alpha\beta\gamma,234)}.\ \sin.(\text{I II})\,;$$

de même, on trouvera

$$\text{III IV} = \frac{r(\text{I}\alpha\beta\gamma, 1234)}{(\alpha\beta\gamma, 123)(\alpha\beta\gamma, 124)} \cdot \sin.(\text{III IV});$$

$$\text{I III} = \frac{r(\text{I}\alpha\beta\gamma, 1234)}{(\alpha\beta\gamma, 124)(\alpha\beta\gamma, 234)} \cdot \sin.(\text{I III});$$

$$\text{II IV} = \frac{r(\text{I}\alpha\beta\gamma, 1234)}{(\alpha\beta\gamma, 123)(\alpha\beta\gamma, 134)} \cdot \sin.(\text{II IV});$$

on en conclut sans difficulté

$$\text{I II}.\text{III IV} : \text{I III}.\text{II IV} = \sin.(\text{I II}).\sin.(\text{III IV}) : \sin.(\text{I III})\sin.(\text{II IV});$$

et l'on voit qu'on trouverait semblablement

$$\text{I II}.\text{III IV} : \text{I IV}.\text{II III} = \sin.(\text{I III}).\sin.(\text{II IV}) : \sin.(\text{I IV}).\sin.(\text{II III}).$$

On aura donc le théorème suivant :

*Théorème XIII. Dans tous les tétraèdres le produit de deux arêtes opposées sera dans un rapport constant au produit des sinus des angles d'inclinaison des faces qui se coupent suivant ces arêtes.*

Ce théorème peut encore se démontrer d'une manière plus élémentaire. Nommons comme plus haut (art. 5), V le volume du tétraèdre, $a'$, $a''$, $a'''$, $a^{\text{IV}}$ les aires des quatre faces II III IV, I III IV, I II IV, I II III. Du sommet III abaissons la perpendiculaire III A sur la face I II IV ($a'''$) et la perpendiculaire III A' sur l'arête I II; cette dernière perpendiculaire se trouvera donc dans le plan I II III ($a^{\text{IV}}$), et nous aurons évidemment

$$\sin.(\text{I II}) = \frac{\text{III A}}{\text{III A}'};$$

mais puisque

$$\text{V} = \tfrac{1}{3}\, a'''.\text{III A}; \quad a^{\text{IV}} = \tfrac{1}{2}\, \text{I II}.\text{III A}'$$

ou bien

$$\text{III A} = \frac{3\text{V}}{a'''}; \quad \text{III A}' = \frac{2a^{\text{IV}}}{\text{I II}};$$

il viendra

$$\sin.(\text{I II}) = \tfrac{3}{2}\, \frac{\text{V}.\text{I II}}{a'''a^{\text{IV}}};$$

or, des considérations semblables nous donneront

$$\sin.(\text{III IV}) = \tfrac{1}{2}\,\frac{\text{V.III IV}}{a'a''}\,;\ \sin.(\text{I III}) = \tfrac{1}{2}\,\frac{\text{V.I III}}{a''a^{\text{IV}}}\,;$$

$$\sin.(\text{II IV}) = \tfrac{1}{2}\,\frac{\text{V.II,IV}}{a'a'''}\,;$$

d'où l'on conclut, comme plus haut

$$\text{I II.III IV} : \text{I III.II IV} = \sin.(\text{I II}).\sin.(\text{III IV}) : \sin.(\text{I III}).\sin.(\text{II IV}).$$

**21.** Le théorème précédent nous met à même d'établir une relation très-simple entre les angles d'inclinaison des faces et les angles que font les directions des arêtes opposées.

Si l'arête I II est censée être dirigée de I vers II, et l'arête III IV de III vers IV, je désignerai l'angle des directions de ces arêtes par (I II, III IV), désignation qu'il ne faut confondre ni avec (II I, III IV), ni avec (I II, IV III), qui indiqueraient, la première l'angle formé par II I dirigée de II vers I et III IV, dirigée de III vers IV ; et la seconde l'angle formé par I II dirigée de I vers II et IV III dirigée de IV vers III. On voit du reste que ces deux derniers angles sont égaux entre eux, et de plus les angles supplémentaires de (I II, III IV).

Or, nous avons déjà trouvé précédemment (art. 7).

$$\cos.(\text{I II,III IV}) = \frac{(a'-a'')(a'''-a^{\text{IV}})+(b'-b'')(b'''-b^{\text{IV}})+(c'-c'')(c'''-c^{\text{IV}})}{\text{I II. III IV}}\,;$$

ou bien, en faisant généralement

$$\overset{\alpha}{a}\overset{\beta}{a} + \overset{\alpha}{b}\overset{\beta}{b} + \overset{\alpha}{c}\overset{\beta}{c} = [\alpha\beta]$$

$$\text{I II. III IV. cos. (I II,III IV)} = [13] + [24] - [14] - [23]\,;$$

et nous établirons semblablement

$$\text{I III. II IV. cos. (I III,II IV)} = [12] + [34] - [14] - [23]\,;$$
$$\text{I IV. II III. cos. (I IV,II III)} = [12] + [34] - [13] - [24]\,;$$

il résulte de ces trois équations réunies 0 =

$$\text{I II. III IV. cos. (I II,III IV)} - \text{I III. II IV. cos. (I III,II IV)} + \text{I IV. II III. cos. (I IV,II III).} \quad (^1$$

Mais puisque l'on a, d'après la théorie précédente,

$$\text{I III. II IV} = \text{I II. III. IV}\ \frac{\text{sin. (I III). sin. (II IV)}}{\text{sin. (I II). sin. (III IV)}};$$

$$\text{I IV. II III} = \text{I II. III IV}\ \frac{\text{sin. (I IV). sin. (II III)}}{\text{sin. (I II). sin. (III IV)}};$$

il viendra, en substituant ces valeurs, et en réduisant

$$o = \text{sin. (I II). sin. (III IV). cos. (I II,III IV)} - \text{sin. (I III). sin. (II IV). cos. (I III,II IV)} + \text{sin. (I IV). sin. (II III). cos. (I IV,II III).}$$

Cette équation semble présenter dans ses signes une espèce d'anomalie qui provient de ce que les directions des arêtes n'y sont pas déterminées convenablement. Mais on la rendra facilement symétrique, en faisant dépendre les directions des arêtes les unes des autres de la manière suivante.

Supposons que deux arêtes opposées ($A$ et $B$) soient dirigées chacune de l'une quelconque de ses extrémités vers l'autre, et distinguons ces extrémités par les noms de *premiers* et de *seconds sommets*. Ainsi donc, si par exemple, I II est dirigée de I vers II, I en sera le premier, et II le second sommet.

Les arêtes qui joignent l'une le premier sommet de $A$ au second sommet de $B$, l'autre le second sommet de $A$ au premier sommet de $B$, seront elles-mêmes opposées entre elles. Admettons que les sommets de $A$ soient les premiers sommets de ces arêtes

---

[1]) Cette équation se trouve dans le mémoire cité de *Carnot*, p. 20. Le même auteur se sert aussi du signe I II, III IV.

et que les sommets de $B$ en soient les seconds. Les directions de cette seconde paire d'arêtes opposées seront donc déterminées au moyen de $A$ et de $B$, et serviront elles-mêmes pour déterminer les directions de la troisième paire.

Par conséquent, si nous admettons les arêtes I II et III IV, la première dirigée de I vers II, la seconde de III vers IV, il en résultera que les arêtes I IV et II III sont dirigées, la première de I vers IV, et la seconde de II vers III; et de là il résulte que les arêtes I III et IV II sont dirigées, la première de I vers III, et la seconde de IV vers II. Le cosinus de l'angle formé par les directions de ces dernières arêtes sera donc cos. (I III, IV II) = — cos. (I III, II IV); et nous aurons

$$\begin{aligned} o = &\sin.(\text{I II}).\ \sin.(\text{III IV}).\ \cos.(\text{I II, III IV}) \\ &+ \sin.(\text{I IV}).\ \sin.(\text{II III}).\ \cos.(\text{I IV, II III}) \\ &+ \sin.(\text{I III}).\ \sin.(\text{II IV}).\ \cos.(\text{I III, IV II}). \end{aligned}$$

**22.** Je viens maintenant à la solution d'une question qui a déjà été traitée par Carnot (probl. XXII du mém. cité), et qui consiste à trouver la relation qui doit nécessairement avoir lieu entre les six angles d'inclinaison des faces sur les faces. Je la donne ici comme une preuve de l'utilité avec laquelle on peut employer en beaucoup de cas les fonctions de la forme $(abc\ldots r,\ \alpha\beta\gamma\ldots\rho)$, et comme un exemple de la marche qu'on peut suivre à les développer et à les transformer. Du reste, une comparaison superficielle de la méthode de Carnot et de ce qui va suivre suffira pour montrer qu'il n'y a aucun rapport entre les deux solutions. Ce savant distingué fait dépendre la question d'une longue suite d'autres problèmes qui sont très-remarquables, et peuvent être de beaucoup d'utilité pour la géométrie analytique.

Pour entendre la solution suivante, il est bon de se rappeler que, si l'on projette orthogonalement une figure plane sur un autre plan quelconque, l'aire de la figure projetée sera égale à l'aire de la figure même multipliée par le cosinus de l'angle *aigu* d'inclinaison des deux plans. Or, il est visible que,

si l'on projette trois faces d'un tétraèdre sur la quatrième (soit $A$), il y aura deux cas : ou la projection du sommet opposé à $A$ sera comprise dans cette face, ou elle sera située en dehors. Dans le premier cas, la somme des trois faces projetées équivaudra à l'aire de $A$; dans le second cas, les projections de deux faces seront situées hors de $A$, et la troisième face projetée moins la somme des deux premières faces projetées sera égale à l'aire de $A$. On vérifiera aisément ces propositions, en considérant que les faces projetées ont chacune un *côté* commun avec le *triangle* $A$, et que la projection du sommet opposé à $A$ leur est commune à toutes les trois.

Mais puisque les angles d'inclinaison de la face $A$ sur les faces à projections *extérieures* sont évidemment obtus, et que, par conséquent, les cosinus en sont négatifs, il s'ensuit que dans les deux cas, l'aire de la face $A$ est égale à la somme des trois autres faces, multipliées chacune par le cosinus de son angle d'inclinaison sur la face $A$. Ainsi donc, si nous nommons, comme plus haut, $a'$, $a''$, $a'''$, $a^{\text{IV}}$ les aires des quatre faces II III IV, I III IV, I II IV, I II III, nous pourrons établir

$$
\begin{aligned}
a' &= a''.\cos.(\text{III IV}) + a'''.\cos.(\text{II IV}) + a^{\text{IV}}.\cos.(\text{II III});\\
a'' &= a'.\cos.(\text{III IV}) + a'''.\cos.(\text{I IV}) + a^{\text{IV}}.\cos.(\text{I III});\\
a''' &= a'.\cos.(\text{II IV}) + a''.\cos.(\text{I IV}) + a^{\text{IV}}.\cos.(\text{I II});\\
a^{\text{IV}} &= a'.\cos.(\text{II III}) + a''.\cos.(\text{I III}) + a'''.\cos.(\text{I II});
\end{aligned}
$$

or, si nous faisons, à cause de la symétrie,

$$
\begin{array}{llll}
-1 = A'; & \cos.(\text{III IV}) = B'; & \cos.(\text{II IV}) = C'; & \cos.(\text{II III}) = D';\\
\cos.(\text{III IV}) = A''; & -1 = B''; & \cos.(\text{I IV}) = C''; & \cos.(\text{I III}) = D'';\\
\cos.(\text{II IV}) = A'''; & \cos.(\text{I IV}) = B'''; & -1 = C'''; & \cos.(\text{I II}) = D''';\\
\cos.(\text{II III}) = A^{\text{IV}}; & \cos.(\text{I III}) = B^{\text{IV}}; & \cos.(\text{I II}) = C^{\text{IV}}; & -1 = D^{\text{IV}};
\end{array}
$$

ces équations se tranformeront en

$$
\begin{aligned}
o &= A'a' + A''a'' + A'''a''' + A^{\text{IV}}a^{\text{IV}};\\
o &= B'a' + B''a'' + B'''a''' + B^{\text{IV}}a^{\text{IV}};\\
o &= C'a' + C''a'' + C'''a''' + C^{\text{IV}}a^{\text{IV}};\\
o &= D'a' + D''a'' + D'''a''' + D^{\text{IV}}a^{\text{IV}};
\end{aligned}
$$

mais si nous multiplions la première de ces équations par (BCD,234), la seconde par — (ACD,234), la troisième par + (ABD,234), la quatrième par — (ABC,234), et que nous fassions la somme des équations ainsi multipliées, il viendra $o = a'$ (ABCD,1234), ou bien

$$o = (\mathrm{ABCD},1234)\,;$$

ce qui est l'équation de condition qui lie les six angles d'inclinaison des faces. Il nous reste à en faire le développement sous des formes plus usitées. Isolons d'abord dans l'expression (ABCD,1234) la base $A$, et substituons les valeurs de A', A'',... ; il viendra

$$(\mathrm{ABCD},1234) = -(\mathrm{BCD},234) - \cos.(\mathrm{III\,IV}).(\mathrm{BCD},134)$$
$$+(\cos.(\mathrm{II\,IV}).(\mathrm{BCD},124) - \cos.(\mathrm{II\,III}).(\mathrm{BCD},123).$$

Isolons maintenant la base $B$, et substituons les valeurs de B', B'',..., nous trouverons

$$(\mathrm{BCD},123) = \cos.(\mathrm{III\,IV}).(\mathrm{CD},23) + (\mathrm{CD},13) + \cos.(\mathrm{I\,IV}).(\mathrm{CD},12)\,;$$
$$(\mathrm{BCD},124) = \cos.(\mathrm{III\,IV}).(\mathrm{CD},24) + (\mathrm{CD},14) + \cos.(\mathrm{I\,III}).(\mathrm{CD},12)\,;$$
$$(\mathrm{BCD},134) = \cos.(\mathrm{III\,IV}).(\mathrm{CD},34) - \cos.(\mathrm{I\,IV}).(\mathrm{CD},14) + \cos.(\mathrm{I\,III}).(\mathrm{CD}.13)\,;$$
$$(\mathrm{BCD},234) = -(\mathrm{CD},34) - \cos.(\mathrm{I\,IV}).(\mathrm{CD},24) + \cos.(\mathrm{I\,III}).(\mathrm{CD},23).$$

Si nous substituons ces valeurs dans le premier développement de (ABCD,1234), et que nous rangions les termes suivant l'ordre naturel des exposans qui se trouvent en (CD,12), (CD,13)...., nous trouverons (ABCD,1234) =

$$[\cos.(\mathrm{I\,III}).\cos.(\mathrm{II\,IV}) - \cos.(\mathrm{I\,IV}).\cos.(\mathrm{II\,III})]\,(\mathrm{CD},12)$$
$$-[\cos.(\mathrm{II\,III}). + \cos.(\mathrm{I\,III})\cos.(\mathrm{III\,IV})]\,(\mathrm{CD},13)$$
$$+[\cos.(\mathrm{II\,IV}) + \cos.(\mathrm{I\,IV}).\cos.(\mathrm{III\,IV})]\,(\mathrm{CD},14)$$
$$-[\cos.(\mathrm{I\,III}) + \cos.(\mathrm{II\,III}).\cos.(\mathrm{III\,IV})]\,(\mathrm{CD},23)$$
$$+[\cos.(\mathrm{I\,IV}) + \cos.(\mathrm{II\,IV}).\cos.(\mathrm{III\,IV})]\,(\mathrm{CD},24)$$
$$+[(1 - \cos.(\mathrm{III\,IV}).\cos.(\mathrm{III\,IV})]\,(\mathrm{CD},34).$$

Enfin, si nous développons entièrement les fonctions (CD,12),

(CD, 13)...., nous trouverons

$$(CD,12) = + \cos.(I\,III).\cos.(II\,IV) - \cos.(I\,IV).\cos.(II\,III);$$
$$(CD,13) = + \cos.(II\,III) + \cos.(I\,II).\cos.(II\,IV);$$
$$(CD,14) = - \cos.(II\,IV) - \cos.(I\,II).\cos.(II\,III);$$
$$(CD,23) = + \cos.(I\,III) + \cos.(I\,II).\cos.(I\,IV);$$
$$(CD,24) = - \cos.(I\,IV) - \cos.(I\,II).\cos.(I\,III);$$
$$(CD,34) = + 1 - \cos.(I\,II).\cos.(I\,II);$$

En substituant ces valeurs dans le second développement de (ABCD, 1234), en développant, et en rangeant, il viendra enfin

$$(ABCD,1234) = o =$$
$$1 - [\cos.(I\,II)^2 + \cos.(I\,III)^2 + \cos.(I\,IV)^2 + \cos.(II\,III)^2 + \cos.(II\,IV)^2 + \cos.(III\,IV)^2]$$
$$+ [\cos.(I\,II)^2.\cos.(III\,IV)^2 + \cos.(I\,III)^2.\cos.(II\,IV)^2 + \cos.(I\,IV)^2\cos.(II\,III)^2]$$
$$-2.\left\{\begin{array}{l}\cos.(I\,II).\cos.(I\,III).\cos.(I\,IV) + \cos.(I\,II).\cos.(II\,III).\cos(II\,IV)\\ +\cos.(I\,III).\cos.(II\,III).\cos.(III\,IV) + \cos.(I\,IV).\cos.(II\,IV).\cos.(III\,IV)\end{array}\right\}$$
$$-2.\left\{\begin{array}{l}\cos.(I\,II).\cos.(III\,IV) \times \cos.(I\,III).\cos.(II\,IV)\\ + \cos.(I\,II).\cos.(III\,IV) \times \cos.(I\,IV).\cos.(II\,III)\\ + \cos.(I\,III)\cos.(II\,IV) \times \cos.(I\,IV).\cos.(II\,III)\end{array}\right\}.$$

Pour ne pas laisser de doute sur l'exactitude de ce calcul, je vérifierai cette expression par les exemples suivans. D'abord si trois des faces du tétraèdre deviennent chacune perpendiculaire sur la quatrième, ou pour fixer les idées, si les faces I II IV, I III IV, II III IV sont chacune perpendiculaire sur la face I II III, le tétraèdre dégénèrera en un prisme à base triangulaire, et les trois angles (I II, I III, II III) seront droits. De plus il est visible que dans ce cas les arêtes I II et I III, par exemple, seront chacune perpendiculaire sur l'arête I IV; l'angle (I IV) équivaudra donc à l'angle II I III; et l'on aura semblablement *ang.* (II IV) = *ang.* I II III; *ang.* (III IV) = *ang.* I III II, d'où l'on conclut :

$$(I\,IV) + (II\,IV) + (III\,IV) = II\,I\,III + I\,II\,III + I\,III\,II = 180^\circ;$$

mais puisqu'on a

$$\cos.(\mathrm{I\,II}) = o;\ \cos.(\mathrm{I\,III}) = o;\ \cos.(\mathrm{II\,III}) = o;$$

l'équation trouvée ci-dessus deviendra

$$o = 1 - [\cos.(\mathrm{I\,IV})^2 + \cos.(\mathrm{II\,IV})^2 + \cos.(\mathrm{III\,IV})^2] \\ - 2.\cos.(\mathrm{I\,IV}).\cos.(\mathrm{II\,IV}).\cos.(\mathrm{III\,IV});$$

ce qui est, comme on sait, la condition trigonométrique entre trois angles dont la somme est égale à deux angles droits.

En second lieu, supposons que le tétraèdre ait un angle solide droit, par exemple en I. Les angles (I II), (I III), (I IV) seront alors droits, et l'on aura

$$\cos.(\mathrm{I\,II}) = o;\ \cos.(\mathrm{I\,III}) = o;\ \cos.(\mathrm{I\,IV}) = o;$$

ce qui change notre équation en

$$o = 1 - [\cos.(\mathrm{II\,III})^2 + \cos.(\mathrm{II\,IV})^2 + \cos.(\mathrm{III\,IV})^2];$$

mais les angles (II III), (II IV), (III IV) sont les angles d'inclinaison de la face II III IV sur les trois autres faces; et ces trois dernières étant rectangulaires entre elles, la dernière équation renfermera l'énoncé de la propriété bien connue que la somme des carrés des cosinus des angles que fait un plan avec trois autres plans rectangulaires entre eux est égale à l'unité.

---

*Note relative aux aires des faces et au volume du tétraèdre.*

Pour trouver les aires des faces d'un tétraèdre, Lagrange en calcule d'abord les arêtes, et en substitue ensuite les valeurs dans la formule connue qui exprime l'aire d'un triangle au moyen de ses trois côtés. Mais puisqu'il suppose l'origine des coordonnées dans un des sommets, on comprend aisément que l'expression de l'aire de la face opposée à ce sommet ne peut être semblable à celle des aires des trois autres faces. Cette raison seule suffirait peut-être pour justifier la recherche suivante des

aires des faces, en supposant l'origine des coordonnées en un point quelconque de l'espace; puisque dans ce cas les expressions des aires des quatre faces sont nécessairement semblables. Je crois d'autant plus pouvoir entrer dans quelques détails à l'égard de cette question, que ma solution est tout-à-fait différente de celle de l'illustre géomètre.

Je commencerai donc par rappeler la proposition que si l'on projette un triangle plan orthogonalement sur trois autres plans rectangulaires entre eux, le carré de ce triangle sera égal à la somme des carrés des trois triangles projetés (1.

Je projetterai en conséquence les faces du tétraèdre sur les trois plans XY, XZ, YZ rectangulaires entre eux, et se coupant suivant les axes des coordonnées X, Y, Z. Soit par exemple la face I II III; projetons-la sur le plan XY, et nommons A', A'', A''' les projections des points I II III. Abaissons de plus des points A', A'', A''' les perpendiculaires A'X', A''X'', A'''X''' sur l'axe X, et supposons pour fixer les idées, que le point X' soit le plus proche de l'origine des coordonnées, et X''' le plus éloigné.

Les coordonnées de A', A'', A''' seront respectivement $a'$, $b'$; $a''$, $b''$; $a'''$, $b'''$, et nous aurons

$$A'X' = b'; \quad A''X'' = b''; \quad A'''X''' = b''';$$
$$X'X'' = a'' - a'; \quad X'X''' = a''' - a'; \quad X''X''' = a''' - a''.$$

Le triangle A' A'' A''' sera très-facilement exprimé au moyen

---

1) Cette proposition est une conséquence immédiate de la propriété déjà mentionnée que la somme des carrés des cosinus des angles que fait un plan avec trois autres plans rectangulaires entre eux est égale à l'unité. Si l'on considère le tétraèdre à un angle solide droit, on voit facilement que les faces qui concourent dans cet angle sont les projections de la face *hypothénusale*. Le carré de cette face sera donc égal à la somme des carrés des trois autres faces. Cette belle propriété que *Tinseau* a publiée le premier (*Mémoires présentés*, t. IX) a aussi été découverte par l'abbé *De Gua* (Mém. cité). La démonstration qu'on vient d'en donner est empruntée au *Dictionnaire des Mathématiques* (*Mathematisches Wörterbuch*) par *George Simon Klügel*, t. III, p. 927.

des trois trapèzes $A'A''X''X'$, $A'A'''X'''X'$, $A''A'''X'''X''$ ; savoir :

$$\text{triangle } A'A''A''' = \pm (A'A''X''X' + A''A'''X'''X'' - A'A'''X'''X');$$

plus ou moins, suivant que le point $A''$ se trouve de l'un ou de l'autre côté de la ligne $A'A'''$. Or, puisque l'aire d'un trapèze est égale à la moitié de la somme des côtés parallèles multipliée par la distance mutuelle de ces côtés, il viendra triangle $A'A''A''' =$

$$\pm \tfrac{1}{2}[(a''-a')(b'+b'')+(a'''-a'')(b''+b''')-(a'''-a')(b'+b''')]$$
$$= \mp \tfrac{1}{2}[(a'b''-a''b')-(a'b'''-a'''b')+(a''b'''-a'''b'')]$$
$$= \mp \tfrac{1}{2}[(ab,12)-(ab,13)+(ab,23)] = \mp \tfrac{1}{2}(\mathrm{I}ab,123).$$

Nous trouverons semblablement la projection de la face I II III sur le plan $XZ = \mp \frac{1}{2}(\mathrm{I}ac,123)$; et la projection de la même face sur le plan $YZ = \mp \frac{1}{2}(\mathrm{I}bc,123)$. De là nous concluons enfin que l'aire de la face I II III $=$

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{[(\mathrm{I}ab,123)^2+(\mathrm{I}ac,123)^2+(\mathrm{I}bc,123)^2]}.$$

On tirera facilement de cette expression celles des aires des autres faces, en y remplaçant les exposans 1, 2, 3 par les exposans convenables; l'aire de la face II III IV par exemple, sera $=$

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{[(\mathrm{I}ab,234)^2+(\mathrm{I}ac,234)^2+(\mathrm{I}bc,234)^2]}.$$

Il nous est maintenant très-facile d'établir l'expression analytique du volume du tétraèdre. Ce volume est, comme on sait, égal au tiers d'une quelconque des faces multipliée par la perpendiculaire qui y est abaissée du sommet opposé. Mais nous avons trouvé la perpendiculaire abaissée de I sur la face II III IV $=$.

$$p' = \pm \frac{(\mathrm{I}abc,1234)}{\sqrt{[(\mathrm{I}ab,234)^2+(\mathrm{I}ac,234)^2+(\mathrm{I}bc,234)^2]}};$$

nous trouvons donc évidemment le volume du tétraèdre $= \pm \frac{1}{6}(\mathrm{I}abc,1234)$; c'est-à-dire égale à la valeur *absolue* de $\frac{1}{6}(\mathrm{I}abc,1234)$.

Si l'origine des coordonnées est dans un des sommets, par exemple en IV, les coordonnées $a^{\text{IV}}$, $b^{\text{IV}}$, $c^{\text{IV}}$, s'évanouiront, et le volume du tétraèdre sera $= \pm \frac{1}{6}(abc,123)$ ; ce qui est la valeur trouvée par *Lagrange*, quand on y remplace $(abc,123)$ par $\Delta$. Remarquons seulement que le signe de cette expression doit nécessairement rester indéterminé, parce que rien n'indique si la somme des termes positifs de $(abc,123)$, ou de $(\text{I}abc,1234)$ est plus grande ou plus petite que celle des termes négatifs, et que le volume du tétraèdre est toujours positif.

M. *Gauss* parvient (*Disquisitiones generales circa superficies curvas*, p. 6) à la même formule pour le volume du tétraèdre. La démonstration très-ingénieuse que ce grand géomètre en a donnée, ne semble se rattacher au premier abord, qu'à des tétraèdres dont les trois arêtes montantes sont égales entre elles. Mais en faisant quelques substitutions faciles, on se persuadera, comme M. *Gauss* le fait observer lui-même, que la même formule exprime également la solidité d'un tétraèdre quelconque.

Il serait assez facile de tirer de l'expression $\pm \frac{1}{6}(abc,123)$, ou $\pm \frac{1}{6}(\text{I}abc,1234)$ la valeur du volume du tétraèdre exprimée par les six arêtes. *Lagrange* n'a pas achevé cette réduction, comme étant plus ou moins étrangère à son sujet ; mais il l'a si bien indiquée qu'un calcul assez simple m'a fait parvenir en bien peu de temps aux formules données par *Carnot* et par l'abbé de *Gua*. Il n'est donc point vrai, comme le dit ce dernier (p. 397), que le résultat de *Lagrange* ne coïncide pas avec le sien. Du reste, le reproche de l'obscurité qu'il fait à un géomètre dont tous les connaisseurs admirent la clarté et l'élégante analyse, doit paraître bien déplacé à toutes les personnes qui ont seulement parcouru le beau mémoire de *Lagrange*. Convenons toutefois que la forme sous laquelle l'abbé de *Gua* exprime la solidité du tétraèdre est la plus commode pour la retenir, et offre, par sa simplicité et sa symétrie, un moyen facile de la soumettre au calcul.

---

*Extraits des observations journalières faites pendant trois années sur la déclinaison magnétique à Gœttingue* (Voir la livraison précédente de la *Correspondance mathématique*).

DEUXIÈME ARTICLE.

Dans les variations incessantes des oscillations plus ou moins grandes qu'offre la déclinaison magnétique, il n'est d'autre moyen de distinguer des oscillations régulières, celles que nous appelons irrégulières, pour autant que leur apparition n'est point astreinte à des règles périodiques, que celui de se livrer d'après un plan arrêté, à un grand nombre d'observations, de persister long-temps, de savoir déduire les termes moyens de combinaisons convenables et faire disparaître ainsi autant que possible l'influence des anomalies qui se présentent dans les résultats individuels.

Il arrive d'ordinaire dans nos contrées que, pendant les heures de la matinée, la déclinaison augmente selon les jours dans des proportions plus ou moins grandes ; quelquefois, bien que rarement, on a pu observer aux heures où ordinairement la déclinaison est la plus grande, une déclinaison beaucoup moindre que ne l'est habituellement celle qu'on remarque durant les heures de la matinée. Il est possible que la cause qui fait ainsi augmenter ce mouvement de déclinaison pendant quelques heures du matin, ne cesse point d'être la même, que son action ne varie point, mais nous devrons aussi admettre que parfois d'autres puissances irrégulières viennent se joindre à elle, augmentent ou diminuent son action ou la neutralisent tout-à-fait.

Nous ne pourrons reconnaître par des observations isolées et peu nombreuses quelle est la force de cette première puissance régulière, de quelle manière elle agit dans les différentes saisons de l'année ; un résultat pareil ne pourra être obtenu que par des termes moyens déduits d'observations nombreuses et soutenues. Il en est de même des variations que nous nommons *séculaires* et qui ne progressent que peu à peu et pendant bien long-temps dans un même sens, auxquelles il faut une longue série d'années pour arriver à dépasser un certain nombre de degrés.

Des observations isolées faites à peu d'années d'intervalle, lors même qu'elles auraient eu lieu aux mêmes jours, aux mêmes heures, ne sauraient encore rien nous apprendre sur ces dernières déviations ; cependant des chiffres moyens, obtenus par un travail suivi et consciencieux nous permettent aujourd'hui déjà d'anticiper sur ce qu'il ne nous sera permis de supposer avec quelque certitude qu'après quelques dizaines d'années.

Partant de ce principe, j'ai dès l'origine compris parmi les observations à faire dans l'observatoire magnétique de Gœttingue, la tâche de déterminer chaque jour et aux mêmes heures la déclinaison absolue et pour pouvoir être plus certain de la possibilité de continuer les opérations pendant long-temps et avec une persévérance soutenue qui seule pouvait donner quelque prix aux travaux de cette espèce, j'ai mieux aimé, plutôt que de chercher à trop embrasser, me tenir d'abord à un plan aussi restreint que possible.

Par conséquent, on ne fera chaque jour que deux déterminations, l'une à huit heures du matin, et l'autre à une heure de l'après-midi, temps moyen. J'ai choisi de préférence ces deux heures parce que, entre autres avantages qu'elles offrent, il arrive que dans la marche régulière des mouvemens magnétiques la position de l'aiguille n'est éloignée à une heure de l'après-midi que fort peu du *maximum* de la déclinaison, et qu'à huit heures du matin cette position se rapproche, du moins pendant la plus grande partie de l'année, beaucoup de son *minimum*.

Il est vrai qu'il eût été plus conforme aux lois naturelles de choisir pour observer à des heures déterminées le vrai temps solaire, mais ici la considération qu'en fixant pour les observations un temps moyen qui sous tous les rapports offrait beaucoup plus de commodités, devait d'autant plus l'emporter sur toute autre, qu'il ne s'agissait que d'une exécution faite d'après un seul et même principe.

Les annotations régulières ont commencé le 1er janvier 1834 : nous avons cependant exclu de l'extrait que nous allons en donner les mois de janvier, de février et la première quinzaine de mars, parce que durant ce temps il a été souvent nécessaire de

remonter le fil, ce qui a occasionné des variations au point où la torsion est nulle, et ces variations n'avaient pas été observées avec assez de soin. A commencer du 17 mars, on s'est servi d'un ligneul plus fort et composé de deux cents fils; après avoir bien exactement corrigé son point zéro de torsion, l'on a, chaque fois où, plus tard, ce fil a éprouvé quelque variation ou qu'il est survenu quelque autre circonstance pouvant influer sur les élémens de réduction, opéré les corrections, les modifications ou réductions nécessaires.

Durant les premiers mois, plusieurs observateurs suffisamment exercés, se sont partagé le travail entre eux; depuis le 1er octobre 1834, les observations ont toujours été faites régulièrement par M. le docteur *Goldschmidt*, qui ne sera remplacé qu'en cas d'empêchement, et par d'autres observateurs habiles et éprouvés.

J'ai déjà communiqué dans les *Annales savantes de Gœttingue*, 1834, p. 1269, et 1835, p. 345, les moyennes de chaque mois jusqu'au 1er janvier 1835; je les donne ci-dessous pour trois années entières.

*Déclinaison magnétique moyenne; ouest de Gœttingue.*

| | 8 HEURES DU MATIN. | 1 HEURE APRÈS MIDI. |
|---|---|---|
| 1834. Deuxième quinzaine de mars . | 18° 38′ 16″0 | 18° 46′ 40″4 |
| Avril . . . . . . . . . . | 36 6 9 | 47 3 8 |
| Mai. . . . . . . . . . . | 36 28 2 | 47 15 4 |
| Juin . . . . . . . . . . | 37 40 7 | 47 59 5 |
| Juillet. . . . . . . . . | 37 57 5 | 48 19 0 |
| Août . . . . . . . . . . | 38 48 1 | 49 11 0 |
| Septembre . . . . . . . | 36 58 4 | 46 32 3 |
| Octobre . . . . . . . . | 37 18 4 | 44 47 2 |
| Novembre . . . . . . . | 37 38 4 | 43 4 3 |
| Décembre . . . . . . . | 37 54 8 | 41 32 7 |

| | | 8 HEURES DU MATIN. | 1 HEURE APRÈS MIDI. |
|---|---|---|---|
| 1835. | Janvier | 37′ 51″ 5 | 42′ 14″ 4 |
| | Février | 37 3 5 | 42 29 4 |
| | Mars | 34 47 5 | 44 55 2 |
| | Avril | 32 57 7 | 46 31 6 |
| | Mai | 32 13 4 | 45 17 1 |
| | Juin | 32 56 4 | 44 41 3 |
| | Juillet | 34 8 0 | 44 42 8 |
| | Août | 34 12 4 | 46 56 8 |
| | Septembre | 33 21 2 | 44 27 6 |
| | Octobre | 33 23 0 | 43 5 3 |
| | Novembre | 36 15 3 | 43 49 5 |
| | Décembre | 35 25 9 | 40 19 1 |
| 1836. | Janvier | 35 2 4 | 40 34 6 |
| | Février | 33 26 7 | 41 15 2 |
| | Mars | 31 1 4 | 43 16 4 |
| | Avril | 26 32 9 | 43 42 6 |
| | Mai | 28 0 8 | 44 37 2 |
| | Juin | 27 35 1 | 42 52 4 |
| | Juillet | 26 54 2 | 42 26 0 |
| | Août | 25 42 4 | 41 45 0 |
| | Septembre | 26 14 6 | 40 59 6 |
| | Octobre | 27 34 0 | 40 32 8 |
| | Novembre | 29 21 0 | 36 54 3 |
| | Décembre | 29 13 7 | 35 46 8 |
| 1837. | Janvier | 27 35 3 | 37 46 2 |
| | Février | 27 35 6 | 36 28 3 |
| | Mars | 25 44 2 | 39 4 2 |

Ici quelques-unes des combinaisons de ces observations pourront trouver place.

Les différences des déclinaisons moyennes du matin et du soir, sont généralement de même signe ; le tableau suivant

montrera la marche de ces différences.

| | 1834-1835. | 1835-1836. | 1836-1837. | MOYENNE. |
|---|---|---|---|---|
| Avril . . . | 10′ 56″9 | 13′ 33″9 | 17′ 9″7 | 13′ 53″5 |
| Mai . . . | 10 47 2 | 13 3 7 | 16 36 4 | 13 29 1 |
| Juin . . . | 10 18 8 | 11 44 9 | 15 17 3 | 12 27 0 |
| Juillet . . | 10 21 5 | 10 34 8 | 15 31 8 | 12 9 4 |
| Août . . . | 10 22 9 | 12 44 4 | 16 2 6 | 13 3 3 |
| Septembre . | 9 33 9 | 11 6 4 | 14 45 0 | 11 48 4 |
| Octobre . . | 7 28 8 | 9 42 3 | 12 58 8 | 10 3 3 |
| Novembre . | 5 25 9 | 7 34 2 | 7 33 3 | 6 51 1 |
| Décembre . | 3 37 9 | 4 53 2 | 6 33 1 | 5 1 4 |
| Janvier . . | 4 22 9 | 5 32 2 | 10 10 9 | 6 42 0 |
| Février . . | 5 25 9 | 7 48 5 | 8 52 7 | 7 22 4 |
| Mars . . . | 10 7 7 | 12 15 0 | 13 20 0 | 11 54 2 |
| Moyenne. . | 8′ 14″2 | 10′ 2″8 | 12′ 54″3 | 10′ 23″8 |

On voit non-seulement par les moyennes, mais aussi par les résultats partiels, que chaque année, au mois de décembre, la différence avait été au *minimum;* cela paraît tout naturel, car il est indubitable que les changemens variant selon les différentes heures de la journée, ne sauraient être attribués qu'à l'influence qu'exerce le soleil, bien que jusqu'à ce jour on ne soit point encore parvenu à découvrir de quelle manière cette influence opère.

D'un autre côté, il paraîtra d'abord surprenant que les différences n'aient point atteint leur *maximum* à l'époque du solstice d'été et qu'en juin et juillet, elles aient été plus petites qu'en avril, mai et août; on s'en étonnera d'autant plus que la concordance qui existe à cet égard dans les observations faites durant trois années, et dont les résultats sont consignés dans

le tableau ci-dessus, laisserait présumer que cette circonstance remarquable n'est point fortuite; mais on ne devra point perdre de vue que dans les mois qui se rapprochent du solstice d'été, l'instant du *minimum* de la déclinaison aura lieu avant huit heures du matin, et que par conséquent l'accroissement total sera évidemment plus grand que le mouvement calculé à partir de cette heure.

Une autre circonstance vient encore frapper l'esprit : c'est que durant la deuxième année d'observation, la différence a été beaucoup plus grande dans tous les mois pris isolément qu'elle ne l'a été durant la première, et que dans la troisième année cette même différence est encore beaucoup plus élevée qu'elle ne l'a été durant les deux années précédentes. Cependant ces différences sont beaucoup trop fortes pour que l'on puisse chercher raisonnablement à y voir l'indice d'un accroissement séculaire, et l'on devra nécessairement s'attendre, en continuant les observations pendant quelques années, à voir les oscillations ramenées à un mouvement à peu près égal de çà et de là. En tout cas, ceci nous apprendra que l'influence qu'exerce le soleil sur le magnétisme terrestre peut, selon les années, être plus ou moins marquée, de même que la température des mêmes saisons diffère souvent considérablement d'une année à l'autre, et c'est précisément par ce motif que l'on n'arrivera à déterminer exactement les termes moyens qu'après plusieurs années d'observations.

Nous avons déjà fait remarquer plus haut qu'il arrive exceptionnellement que les différences existant entre les variations de la déclinaison du matin et de celle de l'après-midi présentent des particularités tout opposées à celles qu'ils offrent dans la marche normale ou régulière. Ces exceptions sont excessivement rares; en effet, durant les trois années où nous avons quotidiennement observé la déclinaison, il ne s'est présenté que quatorze cas de l'espèce, dont un seul pour soixante et dix-neuf jours.

Ci-dessous je donne les dates des jours où elles ont été remarquées, en indiquant en même temps de combien la décli-

naison de huit heures du matin a été chaque fois plus grande que celle d'une heure de l'après-midi.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1834. Août, | 15. . | 6′ 8″0 | 1835. Novembre, | 8. . | 3′ 42″2 |
| Décembre, | 24. . | 3 43 0 | Décembre, | 8. . | 18 35 6 |
| Décembre, | 25. . | 0 38 2 | 1836. Janvier, | 20. . | 0 46 3 |
| Décembre, | 26. . | 2 20 3 | Juillet, | 20. . | 5 8 8 |
| 1835. Janvier, | 30. . | 0 23 8 | Novembre, | 9. . | 11 9 5 |
| Février, | 7. . | 0 32 5 | 1837. Février, | 13. . | 4 1 0 |
| Octobre, | 4. . | 0 43 1 | Mars, | 14. . | 1 22 6 |

Il est dans l'ordre des choses que, sur ces quatorze exceptions, douze aient été remarquées durant les mois d'hiver, et deux seulement durant les mois d'été; car, pendant les mois d'hiver, l'influence régulière du soleil est tellement faible qu'elle peut être facilement masquée par un mouvement anomal, circonstance qui ne se présentera point dans la saison d'été, où la puissance de l'astre est beaucoup plus considérable.

Pour essayer jusqu'où il serait déjà possible de reconnaître, au moyen des observations déjà faites, les variations séculaires, on a comparé les moyennes mensuelles de la première année avec celles des mois de la seconde et de la troisième année qui leur correspondaient. Sur quarante-huit observations que nous offrent ces trois années (car le mois de mars étant incomplet, a été exclu de cette combinaison, de même qu'il le sera de toutes celles à venir), quarante-sept donnent des diminutions, et une seule présente une augmentation : dans l'aperçu suivant, nous avons marqué cette dernière par le signe —.

*Diminution annuelle de la déclinaison.*

| | 1re ANNÉE. | | 2me ANNÉE. | | MOYENNE. |
|---|---|---|---|---|---|
| | 8 h. avant midi. | 1 h. après midi. | 8 h. avant midi. | 1 h. après midi. | |
| Avril . . | 3′ 9″2 | 0′ 32″2 | 6′ 24″8 | 2′ 49″0 | 3′ 13″8 |
| Mai . . | 4 14 8 | 1 58 3 | 4 12 6 | 0 39 9 | 2 46 4 |
| Juin . . | 4 44 3 | 3 18 2 | 5 21 3 | 1 48 9 | 3 48 1 |
| Juillet . | 3 49 5 | 3 36 2 | 7 13 8 | 2 16 8 | 4 14 1 |
| Août . . | 4 35 7 | 2 14 2 | 8 30 0 | 5 11 8 | 5 7 9 |
| Septemb. | 3 37 2 | 2 4 7 | 7 6 6 | 3 28 0 | 4 4 1 |
| Octobre . | 3 55 4 | 1 41 9 | 5 49 0 | 2 32 5 | 3 29 6 |
| Novemb. | 1 23 1 | —0 45 2 | 6 54 3 | 6 55 2 | 3 36 8 |
| Décemb. | 2 28 9 | 1 13 6 | 6 12 2 | 4 32 3 | 3 36 7 |
| Janvier . | 2 49 1 | 1 39 8 | 7 27 1 | 2 48 4 | 3 41 1 |
| Février . | 3 36 8 | 1 14 2 | 5 51 1 | 4 46 9 | 3 52 2 |
| Mars . . | 3 46 1 | 1 38 8 | 5 17 2 | 4 12 2 | 3 43 6 |
| Moyenne. | 3′ 30″8 | 1′ 42″2 | 6′ 21″7 | 3′ 30″2 | 3′ 46″2 |

En comparant les moyennes des observations faites à 8 heures du matin avec celles des observations faites dans l'après-midi, on pourra facilement se convaincre que les premières présentent une diminution de déclinaison beaucoup plus forte que les secondes ; ceci n'est qu'une répétition , mais sous d'autres formes , de ce que nous avons déjà dit plus haut , savoir que durant la première année les variations quotidiennes ont été moins grandes que durant la deuxième , et que celles de la troisième année ont encore été plus étendues que ne l'étaient celles de la deuxième année. Cette différence ne devra point, ainsi que nous l'avons déjà dit , être considérée comme réelle , mais comme purement fortuite; la continuation des observa-

tions pourra donner bientôt lieu à des résultats tout opposés ; et si l'on n'a aucune raison déterminante pour préférer l'un ou l'autre des résultats obtenus, le moyen le plus simple à employer sera de s'en tenir au chiffre moyen résultant de tous deux. Ce terme moyen est de 2′ 36″ 5 pour la première année et de 4′ 55″ 9 pour la deuxième ; l'on serait presque tenté d'admettre ces résultats comme une preuve que la diminution de la déclinaison s'accélère de plus en plus : pourtant ce serait donner un mauvais principe à une chose très-simple et très-naturelle en elle-même ; car il a été reconnu que la déclinaison magnétique qui, pendant le dernier siècle, a constamment été en augmentant dans toutes les parties de l'Europe, a atteint son *maximum* vers les premières années du siècle actuel, et qu'aujourd'hui elle a commencé à rétrograder. D'après la nature même des choses, ce retour du mouvement progressif au mouvement rétrograde a dû donner lieu à un décroissement peu sensible d'abord, mais allant de plus en plus en augmentant. Faute d'observations antérieures, il n'est guère possible d'indiquer exactement, pour Gœttingue l'époque à laquelle ce passage d'un mouvement progressif à un mouvement rétrograde a eu lieu ; toutefois, à en juger par les observations faites en d'autres lieux, et qui nous ont été communiquées, cette époque serait beaucoup plus reculée que celle qui résulterait des deux chiffres précités, si on les considérait comme résultats nets d'un mouvement lent, tel que le mouvement séculaire. En outre, toutes les expériences faites sont là pour démontrer qu'une variation d'augmentation régulière égale à 2′ 19″ 4 est absolument inadmissible pour une seule année. Cette différence ne devra donc être considérée que comme étant en grande partie fortuite, et nous devrons donc, pour aujourd'hui du moins, et jusqu'à ce que de nouvelles expériences aient pu nous apprendre quelque chose de mieux, considérer le chiffre moyen 3′ 46″2, comme étant celui de la diminution de la déclinaison annuelle pour 1834-1837.

Les différences observées entre les déclinaisons du matin et celles de l'après-midi étant évidemment soumises à l'influence

de la variation des saisons, il se présente la question de savoir si l'une d'elles seule, et de préférence, ou bien si toutes deux sont ensemble et en même temps sujettes à l'influence que peuvent exercer les changemens des saisons, et quelles sont les lois auxquelles elles obéissent. Pour répondre à cette question, pour découvrir quelles sont ces lois, il faudra probablement encore une série d'années bien plus prolongée que celle qui sera nécessaire pour déterminer simplement les différences existant entre les déclinaisons ; entre temps, cependant, nous croyons faire plaisir en publiant les observations faites à ce sujet jusqu'à ce jour, en laissant à chacun le soin d'en tirer des conséquences.

Dans ce but, nous avons d'abord calculé les termes moyens de douze mois pour les trois années durant lesquelles des observations ont été faites ; ce sont :

| | 8 HEURES AVANT MIDI. | 1 HEURE APRÈS MIDI. |
|---|---|---|
| 1834—1835. . . . . . . . | 18° 37′ 12″5 | 18° 45′ 27″0 |
| 1835—1836. . . . . . . . | 33 42 0 | 43 44 8 |
| 1836—1837. . . . . . . . | 27 20 3 | 40 14 6 |

Ces termes moyens doivent être considérés comme étant valables pour le jour moyen de chaque année calculée ; le premier par exemple, se rapportera au 1er octobre 1834, et ainsi de suite.

La confrontation des mois de chaque année avec leurs termes moyens offre les différences suivantes :

*Déclinaison*, 8 *heures du matin.*

| | 1re ANNÉE. | 2me ANNÉE. | 3me ANNÉE. | MOYENNNE. |
|---|---|---|---|---|
| Avril . . . | — 1′ 5″9 | — 0′ 44″3 | — 0′ 47″4 | — 0′ 52″5 |
| Mai . . . | — 0 44 6 | — 1 28 6 | + 0 40 5 | — 0 30 9 |
| Juin . . . | + 0 27 9 | — 0 45 6 | + 0 14 8 | — 0 1 0 |
| Juillet . . | + 0 44 7 | + 0 26 0 | — 0 26 1 | + 0 14 9 |
| Août . . . | + 1 35 3 | + 0 30 4 | — 1 37 9 | + 0 9 3 |
| Septembre . | — 0 14 4 | — 0 20 8 | — 1 5 7 | — 0 33 6 |
| Octobre . . | + 0 5 6 | — 0 19 0 | + 0 13 7 | — 0 0 1 |
| Novembre . | + 0 25 6 | + 2 33 3 | + 2 0 7 | + 1 39 9 |
| Décembre . | + 0 42 0 | + 1 43 9 | + 1 53 4 | + 1 26 4 |
| Janvier . . | + 0 38 7 | + 1 20 4 | + 0 15 0 | + 0 44 7 |
| Février . . | — 0 9 3 | — 0 15 3 | + 0 15 3 | — 0 3 1 |
| Mars . . . | — 2 25 3 | — 2 40 6 | — 1 36 1 | — 2 14 0 |

*Déclinaison*, 1 *heure de l'après-midi.*

| | 1re ANNÉE. | 2me ANNÉE. | 3me ANNÉE. | MOYENNNE. |
|---|---|---|---|---|
| Avril . . . | + 1′ 36″8 | + 2′ 46″8 | + 3′ 28″0 | + 2′ 37″2 |
| Mai . . . | + 1 48 4 | + 1 32 3 | + 4 22 6 | + 2 34 4 |
| Juin . . . | + 2 32 5 | + 0 56 5 | + 2 37 8 | + 2 2 3 |
| Juillet . . | + 2 52 0 | + 0 58 0 | + 2 11 4 | + 2 0 5 |
| Août . . . | + 3 44 0 | + 3 12 0 | + 1 30 4 | + 2 48 8 |
| Septembre . | + 1 5 3 | + 0 42 8 | + 0 45 0 | + 0 51 0 |
| Octobre . . | — 0 39 8 | — 0 39 5 | + 0 18 2 | — 0 20 4 |
| Novembre . | — 2 22 7 | + 0 4 7 | — 3 20 3 | — 1 52 8 |
| Décembre . | — 3 54 3 | — 3 25 7 | — 4 27 8 | — 3 55 9 |
| Janvier . . | — 3 12 6 | — 3 10 2 | — 2 28 4 | — 2 57 1 |
| Février . . | — 2 57 6 | — 2 29 6 | — 3 46 3 | — 3 4 5 |
| Mars . . . | — 0 31 8 | — 0 28 4 | — 1 10 4 | — 0 43 5 |

Les chiffres de la dernière colonne présentent les termes moyens de trois années, exempts, autant qu'il est possible, de

l'influence des anomalies irrégulières, mais n'en portant pas moins d'une manière évidente le cachet des variations séculaires. Pour remédier à ce dernier inconvénient, la quotité de chacun de ces chiffres, placée entre le milieu de chacun des mois et le 1er octobre, devra être désignée par un signe négatif pour les premiers six mois, par un signe positif pour les six autres. En prenant pour base des valeurs annuelles ci-dessus déterminées le chiffre 3′ 46″ 2, nous obtiendrons les résultats suivans :

| | 8 HEURES AVANT MIDI. | 1 HEURE APRÈS MIDI. | MOYENNE. |
|---|---|---|---|
| Avril . . . . . . | — 2′ 35″6 | + 0′ 54″2 | — 0′ 50″7 |
| Mai . . . . . . . | — 1 55 3 | + 1 10 0 | — 0 22 6 |
| Juin . . . . . . . | — 1 6 6 | + 0 56 7 | — 0 4 9 |
| Juillet . . . . . | — 0 32 0 | + 1 13 6 | + 0 20 8 |
| Août . . . . . . | — 0 18 8 | + 2 20 7 | + 1 0 9 |
| Septembre . . . . | — 0 43 0 | + 0 41 6 | — 0 0 7 |
| Octobre . . . . . | + 0 9 3 | — 0 11 0 | — 0 0 8 |
| Novembre . . . . | + 2 8 0 | — 1 24 7 | + 0 21 6 |
| Décembre . . . . | + 2 13 3 | — 3 9 0 | — 0 27 8 |
| Janvier . . . . . | + 1 50 3 | — 1 51 5 | — 0 0 6 |
| Février . . . . . | + 1 21 3 | — 1 40 1 | — 0 9 4 |
| Mars . . . . . . | — 0 30 9 | + 0 59 6 | + 0 14 3 |

Il n'était guère possible de s'attendre, après trois années d'observations seulement, à une régularité plus grande que celle qu'offrent les chiffres ci-dessus; la première colonne indique

de combien la déclinaison magnétique dévie chaque mois de la déclinaison moyenne de chaque matinée, la deuxième colonne indique de même, et pour chaque mois, la différence existant entre la déclinaison de l'après-midi et la déclinaison moyenne de la même heure de la journée. On ne devra point oublier que cette dernière est même de 10′ 23″ 8 plus grande que la déclinaison du matin.

Il est à remarquer maintenant que, dans tous les mois de l'année, les oscillations de la déclinaison du matin aussi bien que de celle de l'après-midi dépassent, et *dans des directions opposées*, leur valeur moyenne. Durant les cinq mois d'hiver, depuis le mois d'octobre jusqu'au mois de février, la déclinaison du matin est plus grande que sa valeur moyenne, et celle de l'après-midi plus petite. Ces deux circonstances contribuent d'elles-mêmes, mutuellement et en même temps, durant cette saison, à ramener les différences à leur valeur moyenne; durant les autres sept mois de l'année c'est tout le contraire qui arrive. En outre, ces oscillations sont, l'une portant l'autre, à peu près de même grandeur, d'où il résulte que dans la dernière colonne, qui représente leurs termes moyens, elles s'annullent à peu de chose près les unes les autres, ou pour m'exprimer en d'autres termes, la moyenne entre la déclinaison magnétique de huit heures du matin et d'une heure de l'après-midi, ne contient, à l'exception des anomalies irrégulières et du décroissement séculaire, aucune oscillation bien considérable et qui puisse être attribuée à l'influence des saisons : du moins on n'a pu encore remarquer avec certitude aucune différence entre les mois de l'été et ceux de l'hiver.

Ainsi le terme moyen de toutes les observations faites durant trois années, sera pour le 1er octobre 1835

$$= 18^\circ\ 37'\ 56'',\ 9.$$

Du reste, il est bien entendu qu'ici il n'est question que du terme moyen résultant des heures auxquelles nous avons observé. Ce terme moyen pourrait fort bien différer, mais de peu

de chose probablement de celui que donneraient des observations faites à toute heure du jour, et les recherches que nous avons faites jusqu'ici nous ont prouvé à l'évidence que, pour déterminer quelque chose de précis à cet égard, il faudra se livrer à des travaux longs et pénibles.

Jusqu'à présent il n'a été question que des termes moyens mensuels. On a cru superflu de publier le résultat complet des observations isolées, parce que n'ayant été faites avec persévérance que dans un seul endroit, à Gœttingue, elles ne pourraient avoir d'intérêt que pour autant que les sauts irréguliers de l'aiguille y seraient facilement reconnus. Toutefois le but serait plus facilement atteint si, au lieu de se contenter du seul examen des chiffres, on les combinait méthodiquement; car c'est au moyen de pareilles combinaisons que l'étendue des oscillations sera ramenée à une mesure déterminée, et les caractères généraux des oscillations plus ou moins fortes survenues à diverses périodes pourront en être plus facilement comparés.

J'entendrai ici, pour éviter toute confusion, par oscillation de la déclinaison magnétique, la différence existant entre l'observation de la veille et celle du lendemain faite à pareille heure, et (par analogie aux erreurs dites erreurs moyennes d'observation) par oscillation moyenne durant une période déterminée, la racine carrée extraite du terme moyen des carrés des oscillations isolées. On fera attention que, lorsque plusieurs périodes égales ou du moins considérées comme telles devront être ensuite réunies en une seule, il ne faudra pas seulement prendre, pour déterminer le terme moyen général, le terme moyen arithmétique résultant d'oscillations partielles et moyennes, mais revenir aux carrés de ces derniers, extraire le terme moyen arithmétique de ceux-ci et s'en tenir ensuite à leur racine carrée.

Les résultats des calculs obtenus de cette manière, au moyen des observations que nous avons faites pendant trois années, sont donnés dans la table suivante en secondes.

*Oscillations moyennes de la déclinaison magnétique durant les les trois années* 1834—1837.

| | 8 HEURES AVANT MIDI. | | | | 1 HEURE APRÈS MIDI. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1. | 2. | 3. | Moyen. | 1. | 2. | 3. | Moyen. |
| Avril . . | 74 | 126 | 205 | 147 | 129 | 101 | 264 | 180 |
| Mai . . . | 192 | 124 | 277 | 207 | 158 | 183 | 210 | 185 |
| Juin . . . | 172 | 171 | 199 | 181 | 95 | 161 | 217 | 162 |
| Juillet. . | 213 | 243 | 287 | 250 | 119 | 184 | 252 | 193 |
| Août. . . | 264 | 253 | 269 | 262 | 175 | 165 | 307 | 225 |
| Septemb. | 162 | 325 | 207 | 241 | 172 | 143 | 161 | 159 |
| Octobre . | 116 | 296 | 216 | 222 | 182 | 202 | 242 | 210 |
| Novem. . | 79 | 205 | 308 | 218 | 170 | 173 | 126 | 158 |
| Décem. . | 132 | 324 | 71 | 206 | 184 | 206 | 154 | 182 |
| Janvier . | 146 | 274 | 138 | 196 | 174 | 212 | 154 | 181 |
| Février . | 116 | 146 | 164 | 143 | 178 | 183 | 129 | 165 |
| Mars. . . | 100 | 109 | 366 | 228 | 127 | 153 | 246 | 183 |
| Moyenne. | 157 | 229 | 238 | 211 | 156 | 174 | 213 | 183 |

Il nous restera encore maintenant à faire mention des oscillations les plus étendues qui aient été observées durant les trois années 1834-1837, avant et après midi. La première, celle observée le 8 octobre à huit heures du matin était plus grande de 20′ 1″ que ne l'avait été celle du 7 du même mois, et la déclinaison observée dans l'après-midi du 24 avril 1836 dépassait de 13′ 0″ celle du jour précédent. Nous devrons ajouter que d'un autre côté il est arrivé souvent, durant ces mêmes périodes d'observations, que la déclinaison du matin et celle de l'après-midi étaient exactement semblables. Dans les oscillations moyennes mensuelles, les deux extrêmes se rapprochent beaucoup plus; néanmoins la grande inégalité que l'on observe dans les mois pris isolément est d'autant plus remarquable sous ce rapport, qu'ainsi que l'on peut s'en convaincre par l'aperçu ci-dessus, l'oscillation moyenne observée dans la déclinaison

avant midi du mois de mars 1837, comportait une étendue de 6′ 6″, tandis que celle du mois de décembre 1836 ne dépassait point le chiffre de 1′ 11″.

Il ne nous est point encore possible de déterminer avec exactitude, d'après les résultats que nous possédons pour 8 heures du matin et une heure de l'après-midi, si généralement des oscillations plus étendues prédominent de préférence à telles ou telles heures. Des observations faites la première année, il résulte que le terme moyen de toutes deux est à peu près égal; dans les deux années suivantes, les oscillations du matin l'emportent sur celles de l'après-midi, mais la différence des résultats définitifs obtenus pour les trois années est tellement faible (3′ 31″ et 3′ 3″), que l'on ne peut la considérer, surtout après le court espace de trois années, comme n'étant point sujette à des variations plus grandes, bien que tous les chiffres moyens obtenus pour chaque mois en particulier, chiffres consignés dans les colonnes 4 et 8 du tableau ci-dessus présentent, pour un espace de dix mois, une différence à peu près semblable et dans le même sens.

Si l'on réunit les observations du matin et celles de l'après-midi, on obtiendra les oscillations moyennes suivantes :

| | 1re ANNÉE. | 2e ANNÉE. | 3e ANNÉE. | MOYENNE. |
|---|---|---|---|---|
| Avril | 108 | 114 | 237 | 164 |
| Mai | 176 | 156 | 245 | 196 |
| Juin | 139 | 161 | 208 | 172 |
| Juillet | 173 | 215 | 270 | 223 |
| Août | 224 | 214 | 289 | 244 |
| Septembre | 167 | 251 | 185 | 204 |
| Octobre | 152 | 254 | 229 | 216 |
| Novembre | 133 | 190 | 235 | 191 |
| Décembre | 160 | 271 | 120 | 195 |
| Janvier | 160 | 245 | 146 | 189 |
| Février | 150 | 166 | 148 | 155 |
| Mars | 114 | 133 | 312 | 206 |
| *Valeurs moyennes.* | | | | |
| Juillet—décembre | 170 | 234 | 228 | 213 |
| Les autres mois | 143 | 167 | 223 | 181 |
| L'année entière | 158 | 204 | 226 | 198 |

Les chiffres de la quatrième colonne indiquent que du mois de juillet au mois de décembre, les oscillations sont plus grandes que durant les autres mois de l'année; toutefois les termes moyens 3′ 33″ et 3′ 1″ diffèrent trop peu entre eux pour que l'on puisse en conclure avec sécurité que durant la première période, les oscillations sont favorisées davantage qu'elles ne le sont dans la seconde, d'autant plus qu'une seule fois, de 1835 à 1836, les différences de ce genre ont été fortement sensibles.

L'inégalité des variations au contraire devient très-sensible, si l'on compare les observations des trois années; le terme moyen obtenu pour la troisième année dépasse presque de la moitié, celui obtenu pour la première, et il est très-possible que le terme moyen général 3′ 18″, déduit des observations faites jusqu'à ce jour, éprouve par la suite de notables variations.

Tels sont les résultats que nous avons pu déduire des annotations, faites jusqu'à ce jour, de la déclinaison magnétique. Il serait à désirer que des travaux pareils fussent exécutés en d'autres lieux; déjà nous avons eu la satisfaction d'apprendre que quelques-uns de nos amis ont commencé à s'y livrer. Si partout, comme à Milan, par exemple, les observations étaient faites non d'après l'heure du lieu, mais d'après celle du méridien de Gœttingue, et par conséquent simultanément, tout nous porte à croire que les résultats obtenus chaque jour donneraient lieu à d'autres combinaisons encore, combinaisons qui, une fois qu'elles embrasseraient une certaine période, offriraient bien certainement le plus grand intérêt.

Nous invitons donc les personnes qui voudront bien faire leurs observations simultanément avec nous, de vouloir bien nous communiquer les résultats obtenus chaque jour; il suffira de nous les indiquer par divisions d'échelle; de la sorte, il sera inutile de les réduire en degrés du cercle, pourvu, bien entendu, qu'en même temps on joigne à l'envoi la note des élémens de réduction.

---

### *Description d'un petit appareil portatif pour les voyageurs, et destiné aux mesures absolues du magnétisme terrestre.*

L'usage le plus important auquel le magnétomètre est approprié, est de ramener le magnétisme terrestre à des mesures absolues telles que celles décrites dans le traité *Intensitas vis magneticæ terrestris ad mensuram absolutam revocata; auctore Carolo-Friderico Gauss;* Gœttingue 1833.

Il sera souvent question par la suite, dans cet ouvrage, de l'emploi du magnétomètre qui permet de comparer numériquement entre eux, les résultats des expériences faites dans les parties les plus éloignées du globe, à des époques différentes et avec des appareils qui jamais n'ont été comparés entre eux; nous publierons au fur et à mesure tout ce qui se rapportera à cet instrument, tout ce qu'il sera nécessaire de savoir pour le construire, tout ce qui pourra faciliter les travaux à exécuter avec son aide. Nous traiterons également des résultats obtenus par les mesures absolues, et de leur utilité pour approfondir et fonder sur une base scientifique l'enseignement du galvanisme.

Les mesures absolues du magnétisme terrestre, si importantes pour la science, ne peuvent être exécutées avec l'exactitude nécessaire, qu'à l'aide du magnétomètre, et cela seulement dans un observatoire garni de tous les instrumens indispensables pour cette opération.

Mais comme en ce moment le nombre existant de ces derniers est fort limité, et qu'il s'en trouve fort peu d'entre eux qui soient accessibles à un petit nombre de physiciens, tandis que cependant il se trouve beaucoup de personnes qui s'intéressent à ces mesures, et qui, pour former leur jugement, ont à cœur de se faire une idée de la chose, idée qu'il est fort difficile d'acquérir si l'on n'a point observé soi-même, et si l'on n'a point, tant bien que mal, fait soi-même les opérations arithmétiques que les observations rendent nécessaires, nous indiquerons ici, pour faciliter ces dernières, quelques moyens très-simples et qui sont à la portée de chacun.

Il convient d'autant plus d'accorder ici une place à la description de ces moyens et d'indiquer la manière de s'en servir, que nous ne publions pas seulement notre journal pour le petit nombre de personnes qui prennent part aux observations, mais pour toutes celles en général qui sont appelées à concourir à la recherche des lois des phénomènes magnétiques.

Avant l'invention du magnétomètre, on employait pour les mesures magnétiques, des instrumens beaucoup moins exacts à la vérité, mais qui cependant pourront non-seulement servir encore aujourd'hui au même but que ci-devant, mais en outre être appliqués à la mesure de l'intensité absolue qui est due à l'invention du magnétomètre.

Nous l'avons déjà dit, les résultats que l'on en obtiendra, seront moins exacts que ceux que donnera le magnétomètre, mais aussi seront-ils en partie plus facilement acquis, et c'est par ce motif que le magnétomètre n'a point fait perdre à ces instrumens toute la valeur qu'ils avaient aux yeux des savans, et qu'ils continueront à être employés utilement et fréquemment, quoique dans un cercle plus resserré, partout où l'emploi du premier deviendra impossible, soit faute de moyen ou de temps, soit par tout autre motif, surtout par les personnes qui entreprendront des voyages dans les contrées lointaines.

Cependant il n'est pas impossible aux naturalistes voyageurs, et MM. *De Waltershausen* et le Dr *Listing* en ont donné le louable exemple dans leur excursion en Italie, d'emporter avec eux des magnétomètres et de s'en servir; mais cette possibilité ne s'étendra qu'aux voyageurs qui seront favorisés par des circonstances fortuites, et par conséquent l'on ne devra pas s'attendre à voir un grand nombre de touristes imiter les savans que nous venons de citer.

Si donc on veut réunir des observations recueillies sur toutes les parties de la surface du globe, il faudra bien aussi se contenter de celles qui auront été faites sans l'aide du magnétomètre, et il deviendra important d'étendre l'emploi des instrumens ordinaires de voyage, en les faisant également ser-

vir aux mesures absolues d'intensité qui, jusqu'à ce jour, n'avaient été exécutées qu'avec le magnétomètre. L'exactitude des mesures absolues d'intensité faites avec les premiers se trouvera, par rapport à celles obtenues avec le dernier, être la même que celle des mesures de déclinaison faites avec les mêmes instrumens, et une main tant soit peu habile saura toujours obtenir à leur aide des résultats utiles; il pourrait même paraître désirable qu'ils fussent employés très-fréquemment.

Nous considèrerons donc successivement :

1° Les différentes parties de l'appareil de mesurage ;

2° Les observations à faire avec elles ;

3° Les règles à suivre pour tirer parti des observations faites ;

4° Les calculs des observations d'après ces mêmes règles ;

5° Les résultats des calculs ;

6° Les avantages qu'offrent pour l'exactitude des résultats les dimensions choisies.

### 1. *Différentes parties de l'appareil de mesurage.*

Outre la montre à secondes nécessaire pour ce genre d'observations, le petit appareil de mesurage est composé de trois parties.

1° Une petite boussole ;

2° Une petite verge aimantée que l'on pourra laisser osciller au bout d'un fil de soie ;

3° Une verge de mesurage longue d'un mètre.

On a choisi une boussole dont l'aiguille n'avait que 60 millimètres de longueur, et dont l'arc circulaire n'était divisé qu'en degrés. Si une pareille boussole doit amener des résultats utiles, l'observateur devra s'exercer à estimer à vue d'œil et exactement un dixième de degré (1. Cette boussole pourrait même être

---

1) Cette estimation, qui en d'autres circonstances serait très-facile à faire, devient ici difficile en ce que la pointe de l'aiguille est ordinairement quelque peu distante du trait qui indique le degré. Pour vaincre cet obstacle, on a employé un moyen consistant à placer sur la table, en avant de

un peu plus grande ; toutefois il n'est pas convenable, et nous en dirons les motifs à la fin de ce chapitre, de choisir une aiguille ayant une longueur excédant 100 millimètres.

La petite verge magnétique avait une longueur de 101 millimètres, sa largeur était de 17½ millimètres, elle pesait 142 grammes, et on pouvait la laisser osciller en la suspendant par le milieu à un fil de soie noué en croix autour d'elle. Il sera avantageux de donner à cette verge la forme d'un parallélipipède, afin de pouvoir calculer par son poids et ses dimensions, son moment d'inertie ; on pourrait aussi pratiquer dans son centre un petit trou que traverserait une aiguille à coudre, et alors il n'y aurait pour le suspendre et le faire osciller, qu'à passer le fil de soie dans le trou de celle-ci. On devra, pour plus de sûreté, choisir une verge dont la longueur soit exactement de 100 millimètres.

La verge de mesurage devra avoir une largeur telle que l'on puisse établir la boussole sur son centre, il suffira que ses divisions soient de 50 en 50 millimètres.

Ce sont là les moyens très-simples à l'aide desquels on pourra exécuter les mesures absolues. On peut se procurer l'appareil complet, moins la montre, chez le mécanicien *Mayerstein*, à Gœttingue, au prix de 9½ thalers, d'où il résulte que les mesures d'intensité exécutées avec ces moyens, occasionnent beaucoup moins de frais que n'en exigerait toute autre mesure magnétique. De plus, cet appareil convient parfaitement pour les voyageurs, et pourra être emporté partout, même par des piétons. L'appareil sera établi sur une table placée au milieu de l'appartement, en évitant les lieux dans les environs desquels il se trouvera du fer et surtout en grosses barres ; ces dernières devront même être évitées à d'assez grandes distances ; du reste on pourra facilement s'arranger de manière à faire ses observations en plein air.

---

l'aiguille aimantée et dans une position horizontale, un miroir, et en observant dans le miroir, et avant que de lire la position de la boussole, l'image de l'œil avec lequel on fait cette lecture, afin de juger à vue d'œil si l'aiguille prolongée divisait en deux parties l'image de l'œil dans le miroir.

## 2. *Observations à faire avec cet appareil.*

Les observations à faire avec l'appareil que nous venons de décrire sont de deux espèces : 1° les essais de déviation ; 2° les essais d'oscillation.

### I. ESSAIS DE DÉVIATION.

La verge de mesurage est placée horizontalement et rectangulairement vis-à-vis du méridien magnétique, de manière que les premières divisions de son échelle se trouvent dans la direction de l'est ; la boussole est posée sur le centre de la verge.

La petite verge aimantée sera placée :

1° Son extrémité boréale dirigée vers l'est, sur le point 0 de la division de l'échelle, de manière que son centre (si elle a 100 millimètres de longueur) vienne à se trouver exactement sur 50 millimètres. L'aiguille de la boussole est détournée vers l'est et on observe sa position $u_0$.

2° On retourne la verge aimantée, l'aiguille est détournée vers l'ouest et sa position observée $u'_0$.

3° L'extrémité boréale de la verge magnétique est placée vers l'est, sur la division 100 millimètres, l'aiguille détournée vers l'est et sa position observée $u_0$.

4° La verge aimantée est retournée, l'aiguille détournée vers l'ouest et sa position observée $u'_0$.

5° L'extrémité boréale de la verge aimantée est placée dans la direction de l'est sur 150 millimètres, la boussole détournée vers l'est et sa position observée $u_2$.

6° La verge aimantée est retournée, la boussole détournée vers l'ouest et sa position observée $u'_2$.

7° L'extrémité boréale de la verge magnétique est placée dans la direction de l'est, sur 750 millimètres, la boussole détournée vers l'est et sa position observée $u''_2$.

8° La verge aimantée est retournée, la boussole détournée vers l'ouest et sa position observée $u'''_2$.

9° L'extrémité boréale de la verge est placée vers l'est sur

800 millimètres, la boussole est dirigée vers l'est et sa position observée $u''_1$.

10° La verge magnétique est retournée, la boussole détournée vers l'ouest et sa position observée $u'''_1$.

11° L'extrémité boréale de la verge magnétique est placée vers l'est à 900 millimètres. La boussole est détournée vers l'est et sa position observée $u''_0$.

12° La verge magnétique est retournée, la boussole détournée vers l'ouest et sa position observée $u''_0$.

Ces douze observations pourront être terminées en une demi-heure de temps.

II. ESSAIS D'OSCILLATION.

La verge magnétique sera ensuite suspendue à un fil en soie et on la laissera osciller; on mesurera la durée d'une oscillation d'après la méthode déjà indiquée, et qu'il est inutile de répéter ici. En moins d'un quart d'heure, on pourra, au moyen de cet essai, trouver assez exactement cette durée.

En réunissant le temps qu'exigent toutes les observations préparatoires nécessaires pour mesurer l'intensité absolue et en y ajoutant un quart d'heure pour établir l'appareil et suspendre la verge magnétique, il faudra compter à peu près une heure de temps pour les opérations expérimentales. C'est à l'observateur à juger s'il devra, en renouvelant à plusieurs reprises ces expériences, chercher à donner plus d'exactitude à ses mesures. Comme exemple, nous donnerons les résultats d'une pareille observation faite dans le cabinet de physique de Gœttingue.

EXEMPLE :

Gœttingue, 1837, janvier 18.

I. ESSAIS DE DÉVIATION.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | $u_0$ | — | $u'_0$ | = | 23° 9′ |
| 2. | $u_0$ | — | $u'_1$ | = | 47°42′ |
| 3. | $u_2$ | — | $u'_2$ | = | 71°48′ |
| 4. | $u''_2$ | — | $u'''_2$ | = | 69°21′ |
| 5. | $u''_1$ | — | $u'''_1$ | = | 46°12′ |
| 6. | $u''_0$ | — | $u'''_0$ | = | 22°27′. |

Dans cet essai, la distance *R* du centre de la verge magnétique au centre de la boussole a été successivement de :

1. $R_o$ = 450mm
2. $R_1$ = 350
3. $R_2$ = 300
4. $R_2$ = 300
5. $R_1$ = 350
6. $R_o$ = 450

II. ESSAIS D'OSCILLATION.

| NUMÉRO. | HORLOGE. | NOMBRE DES OSCILLATIONS. | DURÉE DES OSCILLATIONS. |
|---|---|---|---|
| 0 . . . . . . . . | 0′ 3″25 | | |
| 1 . . . . . . . . | 9 90 | 1 | 6,65 |
| 2 . . . . . . . . | 16 65 | 2 | 13,40 |
| 3 . . . . . . . . | 23 35 | 3 | 20,10 |
| 4 . . . . . . . . | 30 00 | 4 | 26,75 |
| 5 . . . . . . . . | 36 65 | 5 | 33,40 |
| 6 . . . . . . . . | 43 30 | 6 | 40,05 |
| 7 . . . . . . . . | 50 00 | 7 | 46,75 |
| 8 . . . . . . . . | 56 70 | 8 | 53,45 |
| 9 . . . . . . . . | 1′ 3 30 | 9 | 60,05 |
| 10 . . . . . . . | 9 80 | 10 | 66,55 |
| 11 . . . . . . . | 16 55 | 11 | 73,30 |
| 12 . . . . . . . | 23 30 | 12 | 80,05 |
| 13 . . . . . . . | 29 90 | 13 | 86,65 |
| 14 . . . . . . . | 36 65 | 14 | 93,40 |
| 15 . . . . . . . | 43 15 | 15 | 99,90 |
| 16 . . . . . . . | 49 80 | 16 | 106,55 |
| 17 . . . . . . . | 56 65 | 17 | 113,40 |
| 18 . . . . . . . | 2′ 3 25 | 18 | 120,00 |
| 19 . . . . . . . | 9 95 | 19 | 126,70 |
| 20 . . . . . . . | 16 70 | 20 | 133,45 |
| 21 . . . . . . . | 23 35 | 21 | 140,10 |
| 22 . . . . . . . | 30 00 | 22 | 146,75 |
| SOMME TOTALE. . . . . . . | | 253 | 1687″40 |

Par conséquent, la durée $t$ d'une oscillation est de :

$$t = 6'' 67.$$

8. *Règles pour tirer parti des observations.*

Ne voulant point entrer dans des considérations théoriques sur les moyens de tirer parti des observations magnétiques et pour être aussi succinct, aussi intelligible que possible, nous croyons ne pouvoir mieux faire que d'extraire du mémoire publié par *Schumacher*, dans son *Annuaire de* 1836, *sur le magnétisme terrestre et le magnétomètre*, le passage qui se rapporte à cet objet, et d'ajouter, exprimées par des signes mathématiques, les lois qui y sont exprimées en toutes lettres. Il y est dit, p. 18 :

« Le nombre carré de la quantité des oscillations d'une aiguille aimantée dans un temps déterminé et choisi à volonté, est une mesure de la puissance du magnétisme terrestre dépendante de la conformation particulière de l'aiguille. Les particularités inhérentes à cet instrument peuvent influer de deux manières différentes, d'abord en ce que le magnétisme dont l'aiguille est porteur, peut avoir une puissance plus ou moins grande; en second lieu, en ce que l'aiguille, masse plus ou moins pondérable, contient l'aimant sous des formes facilitant plus ou moins ses mouvemens. Il n'est pas difficile de séparer de l'aiguille cette seconde particularité. L'influence qu'exerce le magnétisme terrestre sur les fluides magnétiques séparés dans l'aiguille, occasionne une force ou un moment de rotation, lorsque toutefois l'instrument ne se trouve point placé dans le méridien magnétique; ce moment de rotation sera d'autant plus grand que l'aiguille s'éloignera davantage de ce méridien, et sera parvenu à son *maximum* lorsqu'elle se trouvera vis-à-vis le méridien, dans une position rectangulaire. Toutes les fois qu'il sera simplement question du moment de rotation, ce sera toujours le *maximum* de ce moment qui y sera sous-entendu. On pourra l'estimer au moyen d'un poids déterminé qui agira sur un bras de levier d'une longueur également déterminée, et par conséquent en chiffres, aussitôt que l'on pourra exprimer

par des nombres, et d'après des unités choisies à volonté, les poids et les longueurs.

« Mais maintenant ce moment de rotation est en conne[illegible]n, et cela d'une manière très-simple que les lois de la dyna[illegible] expliquent, avec la durée de l'oscillation, et cette connexion [illegible] le résultat d'une force intermédiaire, laquelle est déterminée par la forme et le poids de l'aiguille, force que l'on désigne par le nom de moment d'inertie, et qui peut être calculée d'après des règles déterminées. Si l'aiguille ne formait pas un corps parfaitement régulier, ou bien si, pendant qu'elle oscille, elle supportait quelque autre partie de l'instrument, il faudrait à la véri[illegible] d'autres mesures et d'autres préparatifs pour trouver le mo[illegible] d'inertie.

» Bien que nous en ayons les moyens en notre pouv[illegible]ous ne dirons point ici quelles sont ces autres mesures [illegible]ndre, parce que cela nous mènerait beaucoup trop loin.

» Une fois le moment d'inertie connu, on pourr[illegible]e la durée d'oscillation observée dans l'aiguille, conclure [illegible] moment de rotation que l'influence du magnétisme terrestr[illegible]r les fluides magnétiques produit sur elle. »

Si l'on désigne par la lettre C ce moment d'ine[illegible], après l'avoir multiplié par le nombre $\pi\pi$, ou 9,8696, et [illegible]oir divisé par la double hauteur de chute pour l'unité de t[illegible]ps choisie, on pourra conclure par C et par la durée d'oscil[illegible]ion $t$, observée dans l'aiguille ou dans la verge magnétique o[illegible]llatoire au moment de l'un des plus grands momens de rot[illegible]n, qui puiss[illegible] être exercé par la terre (et la dynamique nous [illegible]prend au[illegible] que ce mouvement est :

$$= \frac{C}{tt}.$$

« Du reste il est très-possible de déterminer ce moment de rotation par des essais directs, et sans avoir recours aux observations de la durée d'oscillation. L'observatoire astronomique nous montre un appareil, construit il y a peu de temps exprès pour ces sortes d'opérations, et qui donne des résultats d'une

exactitude admirable ; il est inutile, pour le but que nous nous sommes proposé, de nous arrêter davantage à ce sujet.

» Le moment de rotation que le magnétisme terrestre produit sur une aiguille réunissant certaines conditions, nous offre une nouvelle manière pour mesurer la force magnétique terrestre ; ou, pour mieux nous exprimer, une nouvelle forme de la manière de mesurer précédemment suivie, et sur laquelle elle a l'avantage de pouvoir séparer aujourd'hui une partie de l'individualité de l'aiguille.

» Cette individualité, elle n'y sera dorénavant soumise que pour autant qu'un magnétisme plus ou moins puissant sera développé dans l'instrument, et aussitôt que nous serons parvenus à ramener ce magnétisme à des mesures absolues, où les particularités de son porteur ne pourront plus influer en aucune manière, la puissance du magnétisme terrestre sera ramenée par elle-même à des mesures absolues ; car il n'y aura qu'à diviser alors le chiffre qui exprimera le moment de rotation par celui qui mesurera le magnétisme de l'aiguille. En effet, le mesurage du magnétisme terrestre pris comme unité, sera alors soumis à une puissance à lui égale et dont l'action sur une unité du magnétisme de l'aiguille, consistera dans un moment de rotation que l'on mesurera par la pression qu'exercera l'unité du poids sur un bras de levier de la longueur de l'unité d'espace. »

Ainsi, si on désigne par T le magnétisme terrestre, après avoir subordonné cette unité, et par M le magnétisme de l'aiguille ou de la verge oscillatoire, on aura :

$$T = \frac{C}{tt.\,M} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

« On pourrait d'abord être tenté de croire que le poids que peut supporter l'aiguille aimantée pourrait servir à mesurer le magnétisme qui y est développé ; un examen plus approfondi nous démontre que ce moyen est absolument impraticable pour arriver au but que nous nous sommes proposé. Généralement il

est impossible de pouvoir déterminer d'une manière exacte quelle est la puissance de support, car des essais souvent répétés nous ont donné les résultats les plus opposés; mais ce qu'il est bien plus important de savoir, c'est qu'entre cette puissance de support et la force du développement dans l'aiguille, il n'existe aucune connexion nécessaire. Dans le moment de la rotation, on devra avoir égard au magnétisme de toutes les parties de l'aiguille sur lesquelles le magnétisme terrestre agit uniformément et dans des directions presque parallèles; dans la puissance de support au contraire, on devra principalement prendre en considération le magnétisme existant dans l'extrémité la plus rapprochée du poids, et qui, même sans l'action réciproque de la verge magnétique et du fer qui y est attaché, peut être modifié en un clin d'œil.

» Pour le but que nous nous proposons, on ne pourra absolument employer que celles des puissances magnétiques dont l'action s'exercera presque uniformément et dans des directions presque parallèles sur toutes les parties de l'aiguille, par conséquent des effets à des distances considérables.

» Une aiguille aimantée, placée dans un lieu déterminé, exercera sa puissance magnétique sur tous les points de l'espace avec une force et dans une direction déterminées par les distances et la position.

» De près, cette force est puissante, inégale en quelques endroits; elle est très-faible à de grandes distances, presque égale en force et en direction à des distances moyennes. Plus la distance est grande, plus les lois de la puissance se rapprochent d'une règle fort simple et que la théorie indique complétement; nous pourrons ici nous borner à examiner un seul cas suffisant pour notre but.

» Que NS soit l'aiguille aimantée placée sur un plan horizontal, et qu'il s'agisse de savoir quelle est la nature de la force qu'elle exerce sur une seconde aiguille aimantée *ns* suspendue à un fil, et dans une direction qui la coupe perpendiculairement vers son milieu.

» L'effet que produira la première de ces deux aiguilles, con-

sistera dans un effort tendant à faire exécuter à celle-ci un mouvement de rotation, et cela dans le sens indiqué par les flèches en admettant toutefois que les lettres Nn et Ss, soient les initiales des deux pôles. Le moment de rotation est rendu intelligible par un chiffre, absolument de la même manière que nous avons indiqué ci-dessus l'influence du magnétisme terrestre sur une aiguille oscillant librement. La force de ce moment de rotation dépend de la distance des deux aiguilles et de leur puissance magnétique. Ainsi par exemple (en supposant que la distance entre les deux aiguilles ne soit ni trop petite ni trop grande), cette force serait à distance égale, six fois plus grande, si le magnétisme de l'une était d'un volume double et celui de l'autre d'un volume triple. L'effet dépend si bien de la distance, que si cette dernière était doublée, l'influence exercée n'aurait que la huitième partie, et si elle était triplée, que la vingt-septième partie de la puissance qu'elle exercera à simple distance; cependant nous devons observer que cette loi ne saurait s'appliquer rigoureusement qu'à de grandes distances et non à des distances de peu d'étendue.

» Comme toutes les distances, une fois que l'on aura choisi pour elles une mesure pour unité, seront exprimées par des nombres; cette loi pourra être exprimée de telle manière que le moment de rotation, multiplié par le carré de la distance, donnera toujours les mêmes résultats pour les distances très-étendues, et ce résultat pourra convenablement être nommé le moment de rotation *réduit* à l'unité de distance, sans oublier que, d'après l'observation que nous venons de faire, le moment de rotation qui a effectivement lieu dans l'unité de distance peut, dans le cas où celle-ci serait peu grande, différer considérablement du moment de rotation réduit. Toutefois cela ne devra point empêcher de se servir de ce moment réduit, pour mesurer le magnétisme des aiguilles et *considérer comme unité le magnétisme de celle des deux aiguilles qui communiquera à une autre aiguille, portant le même magnétisme et dans une position désignée, un moment de rotation réduit, égal à la pression qu'exercera l'unité de poids sur un bras de levier, ayant une longueur égale à celle de l'unité de distance.* »

Si, d'après cette unité stipulée pour le magnétisme de l'aiguille et de la verge, on désigne le premier par *m*, le second par M, la grande distance entre les deux par R et le moment de rotation exercé par la verge sur l'aiguille par *t*, le moment de rotation réduit ci-après, sera

$$mM = fR^3.$$

Nous supposons ici que ce soit l'aiguille NS dont la direction coupe perpendiculairement *ns* à son milieu. Cette position n'est point la même que celle que nous avons donnée plus haut. Cependant ce que nous avons dit de cette dernière pourra également s'appliquer à celle-ci, avec cette seule différence que la valeur $f$ est une autre valeur que l'on devra désigner par F. Dans le traité *Intensitas*, etc., il est prouvé que

$$F = 2f$$

et par conséquent

$$mM = \frac{FR^3}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

Afin que plus tard nous puissions en faire l'application aux essais ci-dessus décrits, les formules dont il sera question plus tard se rapporteront toujours à ce dernier cas.

« De cette manière, nous aurons donc acquis une idée nette et précise pour les mesures de la puissance magnétique d'une aiguille aimantée. Une aiguille dont la puissance magnétique aura été doublée, communiquera à une aiguille aimantée comme elle un moment de rotation réduit $= 4$, etc., et il arrivera généralement qu'aussitôt que l'on sera parvenu à connaître le chiffre du moment de rotation réduit qu'une aiguille peut communiquer à une autre aiguille qui lui est semblable, on trouvera dans la racine carrée de ce chiffre la mesure absolue de la puissance des deux aiguilles.

» Il ne reste donc plus, pour pouvoir ramener la puissance du magnétisme terrestre à des mesures absolues, qu'à indiquer un procédé au moyen duquel le moment de rotation qu'une aiguille communiquera à une autre aiguille semblable placée à égale distance et dans la position indiquée par la figure ci-dessus,

pourra être exactement déterminé. En examinant superficiellement la circonstance omise avec intention dans ce qui précède, savoir qu'il est impossible d'observer avec précision l'effet que pourra produire l'aiguille NS si faible, sur l'autre aiguille *ns* (à laquelle nous supposerons provisoirement une puissance de magnétisme égale à celle de NS), vu que cette dernière ne saurait être soustraite à l'action universelle et beaucoup plus puissante du magnétisme terrestre; on croira de prime abord que cette question sera fort difficile à résoudre, au contraire cette circonstance même en donnera une solution on ne peut plus facile.

» Admettons que d'après la position que nous avons indiquée plus haut, la ligne droite qui part du centre de l'aiguille NS traversant l'aiguille *ns*, y rencontre (dans la direction du Nord au Sud) le méridien magnétique; dans cette position, la force magnétique terrestre n'agira pas encore sur l'aiguille *ns*; mais dès que la puissance de rotation que NS exercera sur *ns* commencera à agir, *ns* sera détournée de sa position première et se mettra en mouvement; par la suite, plus le mouvement s'éloignera de la direction première, plus le magnétisme terrestre tendra à l'y ramener. L'aiguille oscillera donc, mais le centre de ces oscillations ne se trouvera plus dans la position du méridien magnétique lui-même, mais se trouvera au contraire dans une position plus ou moins inclinée. Or donc, ce centre sera en même temps la position équilibrée de l'aiguille *ns* qui prendra cette position aussitôt que les oscillations auront cessé. Il est positif que leur direction n'est autre chose que le résultat des deux puissances qu'exercent à la place de l'aiguille *ns*, le magnétisme terrestre et celui de l'aiguille NS, puissances qui ont, nous le supposons du moins ainsi, plusieurs directions autour d'un rectangle.

» On pourra donc, d'après les règles connues de la statique, déterminer les proportions de la force de ces puissances, proportions qui sont également celles des momens de rotation produits par eux, au moyen de l'angle de déviation, c'est-à-dire au moyen de l'inégalité des deux positions de repos de *ns* prises, la première lorsque les deux puissances commenceront à agir, la deuxième lorsque NS sera tout-à-fait dans l'éloignement.

» Ici vient se présenter une observation encore plus importante : l'angle de déviation de l'aiguille *ns* est absolument indépendant de la puissance du magnétisme de celle-ci, car, en augmentant la vertu magnétique les deux momens de rotation augmentent évidemment dans les mêmes proportions ; ceci nous dispense tout-à-fait de la condition, sans doute difficile à remplir, savoir que le magnétisme de *ns* soit aussi puissant que l'est celui de NS. »

Si l'on désigne la déviation par $v$, par $m$T (conformément à la mesure fixée par le magnétisme terrestre) le *maximum* du moment de rotation imprimé par la terre à l'aiguille, par F, ainsi que nous l'avons déjà fait, le moment de rotation exercé par le magnétisme de la verge (= M) sur le magnétisme de l'aiguille (= $m$) à la distance = R, les puissances exercées par la terre sur l'aiguille, et par la verge magnétique sur l'aiguille se trouveront entre elles dans un rapport égal à celle du *cosinus* au *sinus* de la déviation $v$; il en sera de même des momens de rotation $m$T et F, c'est-à-dire que

$$mT : F = \cos. v : \sin. v,$$

d'où

$$mT = \frac{F}{\text{tang. } v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(III)}$$

Si maintenant on divise l'équation II par III, on obtiendra

$$\frac{mM}{mT} = \frac{FR^3. \text{ tang. } v}{2F},$$

il en ressortira tout naturellement l'indépendance de la déviation $v$ du magnétisme de l'aiguille $m$ et de la force de rotation F, et on en obtiendra le résultat simple

$$\frac{M}{T} = \frac{R^3. \text{ tang. } v}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(IV)}$$

» Ainsi la déterminaison de l'intensité du magnétisme terrestre se réduit à deux choses principales :

» 1° On observera la durée d'oscillation d'une aiguille NS et on calculera le moment de rotation que le magnétisme terrestre exercera sur cette aiguille. »

Ce moment de rotation sera exprimé conformément aux unités stipulées par le produit MT et calculé d'après l'équation (I).

$$T = \frac{C}{M.tt} \text{ ou } MT = \frac{C}{tt},$$

où C représente le moment d'inertie de la verge, multiplié par le nombre $\pi\pi$, c'est-à-dire par 9,8696 et divisé par la double hauteur de chute pour l'unité de temps choisie.

« 2° On suspendra une deuxième aiguille *ns* et on l'observera d'abord dans cet état de suspension et livrée à la seule influence du magnétisme terrestre ; ensuite on placera l'aiguille aimantée NS ainsi que le montre la figure à une distance considérable, et on observera de nouveau sa position. D'après la différence résultant de ces deux positions, autrement dit de la déviation, on calculera quelle est la fraction de puissance dont l'aiguille NS a augmenté à la distance choisie le magnétisme terrestre ; une fraction égale à celle obtenue pour le moment de rotation (*voy.* § 1, ci-dessus), nous apprend à connaître le moment de rotation qui, à cette distance de l'aiguille NS, lui communiquerait un moment égal, le résultat multiplié par le carré de la distance donnera le moment de rotation réduit ; la racine carrée de ce dernier résultat donnera la puissance de l'aiguille NS dans la mesure absolue, enfin le chiffre trouvé § 1 divisé par cette même racine carrée, donnera celui de la mesure absolue du magnétisme terrestre. »

La fraction dont (à la distance choisie R de l'aiguille) la puissance de la verge magnétique sur l'aiguille aimantée augmentera la puissance magnétique terrestre sur cette même aiguille, sera exprimée par le quotient

$$\frac{F}{mT}$$

et calculée d'après l'équation (III)

$$mT = \frac{F}{\text{tang. } v}, \text{ ou } \frac{F}{mT} \text{ tang. } v;$$

maintenant il restera encore, d'après l'équation (II)

$$mM = \frac{FR^3}{2}, \text{ ou } \frac{F}{mT} = \frac{2M}{R^3T}.$$

Cette fraction déduite du moment de rotation

$$MT = \frac{C}{tt},$$

calculé d'après l'équation (I) c'est-à-dire

$$\frac{2M}{R^3T} \cdot MT = \frac{C}{tt} \cdot \text{ tang. } v,$$

nous apprend à connaître le *maximum* du moment de rotation que la verge exercerait avec le magnétisme M sur une verge semblable, à la distance R; car, d'après les lois fondamentales du magnétisme, ce *maximum* du moment de torsion devrait être

$$= \frac{2MM}{R^3};$$

mais l'équation ci-dessus donne

$$\frac{2MM}{R^3} = \frac{C}{tt} \cdot \text{ tang. } v.$$

Ce résultat, multiplié par le carré de la distance R, donne le moment de rotation doublé

$$2MM = \frac{CR^3 \text{ tang. } v}{tt}.$$

La racine carrée de la moitié donnera la puissance de la verge dans la mesure absolue

$$M = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{CR^3 \text{ tang. } v}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (V)$$

Enfin si l'on divise par le moment de rotation de la terre sur l'aiguille, calculé d'après l'équation (I)

$$MT = \frac{C}{tt}$$

on obtiendra

$$T = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2C}{R^3 \text{ tang. } v}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (VI)$$

c'est-à-dire le chiffre pour la mesure absolue du magnétisme terrestre.

« Cette manière de représenter la possibilité d'exprimer par un chiffre la puissance du magnétisme terrestre, sans que ce chiffre se ressentît de l'influence de l'individualité des aiguilles employées, et sans nous servir de lignes mathématiques, nous a paru être celle qui en faciliterait davantage l'intelligence. Dans l'application réelle, quelques faits pourront nous apparaître sous des formes tant soit peu variées, mais qui resteront indifférentes pour l'existence de la méthode; aussi devra-t-on avoir égard à bon nombre de circonstances accidentelles, et nous n'ajouterons plus que peu de mots quant à quelques circonstances particulières.

On a vu que les unités subordonnées aux mesurages ne consistaient qu'en une unité de distance et une unité de poids; mais on ne devra point oublier qu'un poids quelconque, un gramme par exemple, ne désignait point ici la quantité de matière pondérable à laquelle on a donné ce nom, et qui est partout la même, mais la pression que cette quantité exerce au lieu de l'observation, sous l'influence de la gravitation. On sait que cette gravitation n'est point partout la même, et si nous avons pris

pour unité de poids la pression d'un gramme, on ne pourra pas, à la rigueur, mesurer avec la même mesure le magnétisme terrestre en des lieux divers, et il est juste, aujourd'hui surtout que les mesurages peuvent être faits avec une grande exactitude, de ne point négliger cette différence; pour cela il est une manière très-simple et très-naturelle, c'est de ramener la gravitation elle-même à des dimensions absolues, en admettant comme dimension de la gravitation dans une unité de temps choisie, la double hauteur de chute, une seconde par exemple, et en exprimant la pression par le produit de la masse sur le chiffre de la gravitation.

Souvent il arrive que l'on ne s'aperçoit point que de cette méthode il résulte d'autres chiffres aussi bien pour la puissance de l'aiguille aimantée dont on se sert, que pour la puissance magnétique terrestre [1]) dont la base, qui auparavant était formée par deux unités, le sera maintenant par trois, savoir une unité de distance, une unité de temps et une unité de masse. »

En calculant les chiffres M et T d'après les équations V et VI

$$M = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{CR^3 \text{ tang. } v}{2}}$$

$$T = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2C}{R^3 \text{ tang. } v}},$$

on a attribué à la constante la valeur

$$C = \frac{\pi\pi}{g} \cdot K.,$$

où $\pi$ désigne le chiffre connu 3,14159..., $g$ la double hauteur de chute dans une unité de temps choisie et K le moment d'inertie de la verge oscillante. On obtiendra par les mêmes équa-

[1]) Elles se trouvent vis-à-vis des précédentes dans une proportion égale de la racine carrée du chiffre qui mesure la gravitation au nombre 1.

tions de nouveaux chiffres aussitôt que l'on n'y attribuera à C que la valeur

$$C = \pi\pi\ K.$$

« Une difficulté principale de l'emploi de cette méthode consiste en ce que la loi ci-dessus mentionnée (celle de la proportionalité renversée de l'action d'une aiguille aimantée sur le carré de la distance), ne saurait s'appliquer avec une exactitude suffisante qu'à des distances très-grandes, et où les effets sont beaucoup trop petits pour pouvoir être évalués avec quelque précision. A des distances modérées, les déviations de la règle générale commencent déjà à devenir très-sensibles, mais la théorie nous apprend que ces déviations elles-mêmes obéissent à des règles et à des lois constantes, et les mathématiques nous offrent le moyen de reconnaître et d'éliminer ces déviations par la combinaison de plusieurs essais, faits à des distances moyennes et variées. »

Pour montrer comment l'on s'est servi du petit appareil de mesurage pour faire les observations dont nous avons rendu compte plus haut, nous extrairons encore du traité *Intensitas*, etc., un moyen de correction simple et nécessaire.

1° On prendra pour les déviations $v_o$, $v_1$, $v_2$, etc., de la boussole obtenues par le moyen de la verge magnétique à différentes distances $R_o$, $R_1$, $R_2$, non les valeurs d'observations immédiates, mais les valeurs combinées ci-après ;

$$v_o = \tfrac{1}{4}\,(u_o - u'_o + u''_o - u'''_o)$$
$$v_1 = \tfrac{1}{4}\,(u_1 - u'_1 + u''_1 - u'''_1)$$
$$v_2 = \tfrac{1}{4}\,(u_2 - u'_2 + u''_2 - u'''_2) \text{ etc.}$$

2° On ajoutera aux valeurs approximatives $\frac{M}{T}$ que l'on aura obtenues par l'équation IV :

$$\frac{M}{T} = \frac{R^3 \text{ tang. } v}{2},$$

les corrections suivantes :

| *Valeur approximative pour* $\frac{M}{T}$. | *Correction.* |
| --- | --- |
| $\frac{R^3_o \text{ tang. } v_o}{2}$, | $-\frac{L}{R_o R_o}$, |
| $\frac{R^3_1 \text{ tang. } v_1}{2}$, | $-\frac{L}{R_1 R_1}$, |
| $\frac{R^3_2 \text{ tang. } v_2}{2}$, etc. | $-\frac{L}{R_2 R_2}$, etc. |

3° On emploiera les règles du calcul des probabilités (parce que le chiffre des dimensions mesurées $R_0$, $R_1$, $R_2$, etc., et $v_0$, $v_1$, $v_2$, est plus grand qu'il ne le faudrait pour déterminer les dimensions inconnues L et $\frac{M}{T}$), afin d'en déduire les valeurs probables de L et $\frac{M}{T}$.

Ces règles sont les suivantes :

On calculera les expressions suivantes des dimensions mesurées $R_o$, $R_1$, $R_2$, etc., $v_o$, $v_1$, $v_2$, etc.

$$\frac{\text{tang. } v_o}{R^3_o} + \frac{\text{tang. } v_1}{R^3_1} + \frac{\text{tang. } v_2}{R^3_2}, \text{ etc.} = A,$$

$$\frac{\text{tang. } v_o}{R^5_o} + \frac{\text{tang. } v_1}{R^5_1} + \frac{\text{tang. } v_2}{R^5_2}, \text{ etc.} = A',$$

$$\frac{1}{R^6_o} + \frac{1}{R^6_1} + \frac{1}{R^6_2}, \text{ etc.} = B,$$

$$\frac{1}{R^8_o} + \frac{1}{R^8_1} + \frac{1}{R^8_2}, \text{ etc.} = B',$$

$$\frac{1}{R^{10}_o} + \frac{1}{R^{10}_1} + \frac{1}{R^{10}_2}, \text{ etc.} = B'';$$

L'on aura ainsi :

$$L = \tfrac{1}{2}. \frac{AB' - A'B}{B'B' - BB''},$$

$$\frac{M}{T} = \tfrac{1}{2}. \frac{A'B' - AB''}{B'B' - BB''} = r.$$

En y ajoutant l'équation (I)

$$MT = \frac{C}{tt},$$

on aura :

$$M = \frac{1}{t} \sqrt{rC} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad \text{(VII)}$$

$$T = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{C}{r}} . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad \text{(VIII)}$$

Ces mêmes lois et formules pourront servir à calculer les essais faits avec le petit appareil de mesurage décrit plus haut, et à déterminer l'étendue du magnétisme de la verge et celle du magnétisme terrestre d'après les mesures absolues.

*4° Calcul des observations faites avec l'appareil de mesurage que nous venons de décrire, d'après les règles indiquées.*

On a fait avec l'appareil décrit, différens essais, savoir :

1° Des essais de déviation qui ont donné pour résultats les valeurs $u_o - u_o'$, $u_1 - u'_1$, $u_2 - u'_2$, $u''_2 - u'''_2$, $u''_1 - u'''_1$, $u''_o - u'''_o$, et les valeurs R qui en dépendent, savoir $R_o$, $R_1$, $R_2$, $R_2$, $R_1$, $R_o$. D'après ces dernières valeurs, on pourra d'abord calculer celles de $v_o$, $v_1$, $v_2$ qui correspondent aux valeurs $R_o$, $R_1$, $R_2$. De ces derniers chiffres, on pourra déduire les valeurs A, A', B, B', B''; car ce ne sont que d'autres fonctions des six quantités $v_o$, $v_1$, $v_2$, $R_o$, $R_1$, $R_2$. De ce nouveau résultat enfin on pourra déduire la valeur de $r$, laquelle est tout simplement une autre fonction des étendues A, A', B, B', B''.

C'est en opérant ainsi que l'on obtiendra des essais de déviation la valeur de *r*.

Avec l'appareil de mesurage que nous avons décrit, on avait fait des essais d'oscillation et on avait ainsi trouvé la valeur de la durée d'oscillation *t*. Il suffira pour tous les buts que l'on pourrait se proposer dans un voyage de calculer, au moyen d'observations à faire, les valeurs de *v* et de *t*

$$\frac{1}{t\sqrt{r}},$$

car cette valeur est proportionnée au chiffre qui exprime le magnétisme terrestre d'après des mesures absolues, et suffira donc pour la comparaison de l'intensité absolue dans tous les lieux où de pareils essais auront été faits : cette comparaison est le seul but que l'on pourra se promettre d'atteindre en voyage.

Lorsqu'on n'aura pas seulement en vue la simple comparaison de l'intensité absolue en plusieurs endroits; mais que l'on voudra connaître le chiffre lui-même qui exprime pour chaque endroit l'intensité du magnétisme terrestre, d'après des mesures absolues, afin de pouvoir comparer dans le cas par exemple où l'appareil de mesurage dont on s'est servi viendrait à être perdu et devrait être remplacé par un autre appareil, les deux séries de résultats obtenus au moyen de deux instrumens différant entre eux, on n'aura qu'à calculer le moment d'inertie de la verge magnétique dont la durée d'oscillation aura été observée, et en extraire la racine carrée; le produit de la quantité

$$\frac{1}{t\sqrt{r}},$$

par cette racine carrée et le chiffre $\pi = 3,14159...$ donnera le chiffre du magnétisme terrestre exprimé d'après les mesures absolues.

Il sera donc utile que la verge ait bien la figure d'un parallélipipède, parce qu'alors il sera facile de calculer pour le cas dont il s'agit le moment d'inertie par le poids *p*, la longueur *a*

et la largeur $b$ de la verge. Car on sait que le carré $aa + bb$ de la diagonale superficielle de la verge parallélipipède, multiplié par la masse $p$ du poids et divisé par 12, donne le moment d'inertie cherché pour le cas où la verge aurait été suspendue par le centre de cette surface diagonale et qui, par conséquent, dans les équations (VII) et (VIII) est

$$C = 9{,}8696\ldots \frac{aa + bb}{12} \cdot p.$$

Si l'on compare avec ces formules les observations dont il a été fait mention plus haut, on trouvera que les quantités suivantes ont été mesurées immédiatement, et l'on aura obtenu pour elles les résultats suivans :

$$u_o - u'_o = 23^\circ\, 9',$$
$$u_1 - u'_1 = 47^\circ 42',$$
$$u_2 - u'_2 = 71^\circ 48',$$
$$u''_2 - u'''_2 = 69^\circ 21',$$
$$u''_1 - u'''_1 = 46^\circ 12',$$
$$u''_o - u'''_o = 22^\circ 27',$$

$$R_o = 450^{mm},$$
$$R_1 = 350^{mm},$$
$$R_2 = 300^{mm},$$
$$t = 6''67,$$
$$a = 101^{mm}\, 0,$$
$$b = 17^{mm}\, 5,$$
$$p = 142000^{mgr}.$$

on en déduit d'abord :

$$vo = \tfrac{1}{2}\,(23^\circ\, 9' + 22^\circ 27') = 11^\circ 24'00,$$
$$v_1 = \tfrac{1}{2}\,(47^\circ 42' + 46^\circ 12') = 23^\circ 28'50,$$
$$v_2 = \tfrac{1}{2}\,(71^\circ 48' + 69^\circ 21') = 35^\circ 17'25.$$

Si l'on prend maintenant pour base de la mesure du temps et de l'espace la seconde et le millimètre, on supputera par les

valeurs trouvées de $R_0$, $R_1$, $R_2$, $v_0$, $v_1$, $v_2$, les valeurs suivantes de A, A′, B, B′, B″, c'est-à-dire :

$$A = \frac{\text{tang. } 11°24'}{450^3} + \frac{\text{tang. } 23°28'5}{350^3} + \frac{\text{tang. } 35°17'25}{300^3} = \frac{385{,}54}{10^{10}};$$

$$A' = \frac{\text{tang. } 11°24'}{450^5} + \frac{\text{tang. } 23°28'5}{350^5} + \frac{\text{tang. } 35°17'25}{300^5} = \frac{384{,}86}{10^{15}};$$

$$B = \frac{1}{450^6} + \frac{1}{350^6} + \frac{1}{300^6} = \frac{2{,}0362}{10^{15}};$$

$$B' = \frac{1}{450^8} + \frac{1}{350^8} + \frac{1}{300^8} = \frac{2{,}0277}{20^{20}};$$

$$B'' = \frac{1}{450^{10}} + \frac{1}{350^{10}} + \frac{1}{300^{10}} = \frac{2{,}0855}{10^{25}}.$$

De là on tire

$$r = \tfrac{1}{2}\,\frac{385{,}54.\ 2{,}0855. - 384{,}86.\ 2{,}0277}{2{,}0362.\ 2{,}0855. - 2{,}0277^2} \cdot 10^5$$

ou

$$r = 8765000.$$

Enfin on conclura de cette valeur de $r$ et de celle de $t$ trouvée par l'observation, la valeur :

$$\frac{1}{t\sqrt{r}} = \frac{1}{6{,}67.\sqrt{8765000}} = \frac{5{,}0641}{10^5}.$$

Ce chiffre suffira pour comparer toutes les intensités qui auront été mesurées avec le même appareil, quelque différente qu'ait pu être en elles la situation magnétique de l'appareil.

On trouvera le chiffre P exprimant le magnétisme terrestre d'après la mesure absolue, en déduisant encore des observations la valeur de C et en multipliant le chiffre précédent avec sa racine carrée ; mais C sera calculé d'après les valeurs observées

de $a$, $b$ et $p$, la masse des milligrammes étant prise pour unité de masse :

$$C = 9,8696\ldots \frac{101^2 + 17,5^2}{12} \cdot 142000 = 0,12272 \,.\, 10^{10};$$

de là on tire

$$T = 5,0641 \,.\, \sqrt{0,12272} = 1,774.$$

5° *Examen des résultats obtenus.*

Le chiffre 1,774, obtenu le 18 janvier 1837 pour l'intensité du magnétisme terrestre présente, comme mesure absolue de cette intensité, l'avantage de pouvoir être immédiatement comparé avec ceux des chiffres qui ont été obtenus depuis plusieurs années, c'est-à-dire au mois de juillet 1834, et à l'aide du magnétomètre établi dans l'observatoire magnétique de Gœttingue, et qui ont été publiés dans les *Annonces savantes de Gœttingue pour* 1834, *pièce* 128 (où il a été donné de plus amples détails autant sur le bâtiment nouvellement construit et les instrumens qui y ont été placés, que sur les essais auxquels on s'y est livré), savoir :

| | |
|---|---|
| 17 Juillet . . . . . . . . . . . . . . | 1,7743 |
| 20 — . . . . . . . . . . . . . . | 1,7741 |
| 21 — . . . . . . . . . . . . . . | 1,7761 |

et pourtant il est impossible que deux appareils destinés à une même opération se ressemblent moins, diffèrent davantage entre eux que ne le font l'appareil que nous venons de décrire et le magnétomètre.

Il est résulté de la comparaison, qu'à Gœttingue le magnétisme terrestre n'a éprouvé durant les années 1834 à 1837 que de bien faibles variations.

On pourra également comparer immédiatement ce même chiffre avec celui qui a été déduit des observations faites le 1er

avril 1836 à Munich, avec un instrument différant en tout des deux instrumens précités, c'est-à-dire : 1,905, et avec le chiffre 2,01839, obtenu à l'aide du magnétomètre à Milan, durant le mois d'octobre 1836.

Afin que l'on puisse bien se pénétrer de la signification des chiffres dont la découverte et l'emploi spécifique nous ont occupés jusqu'à ce moment, il n'y qu'à se figurer une quantité de petites verges aimantées égales entre elles (chacune du poids de deux grammes et demi ou d'un sixième d'once environ). Qu'on se figure de plus une balance dont les bras soient proportionnés à un mètre, comme un mètre l'est à la simple chute de hauteur en une seconde (à peu près 204 millimèt.); que l'on se présente l'une de ces verges aimantées attachée dans une direction parallèle au fléau de la balance horizontalement suspendu, de manière à ce que l'équilibre de la balance n'en soit point dérangé. Ensuite on donnera à toutes ces petites verges y compris celle attachée au fléau de la balance, une *force magnétique égale,* et telle que lorsqu'on placera sous la balance, à un mètre de distance de la verge magnétique attachée au fléau et dans une position verticale, une autre verge aimantée, on devra placer sur le plateau un poids de $\frac{1}{1000}$ milligramme, pour maintenir l'équilibre de la balance. Après que le magnétisme de toutes les petites verges aura été réglé de cette manière, on placera l'une de ces verges dans une position horizontale et rectangulaire, vis-à-vis d'une petite boussole, et dans une position perpendiculaire à un mètre de distance au-dessous du centre de la boussole, en ayant soin que lorsque l'aiguille aimantée sera détournée du méridien magnétique, la verge soit tournée en même temps, de manière que toutes deux conservent réciproquement la position rectangulaire ; enfin on calculera la force pour savoir combien il faudrait de ces petites verges aimantées pour amener la déviation de la boussole à 90°. La quantité de ces verges donnera les millièmes de la mesure absolue du magnétisme terrestre.

Sous ce chiffre, qui représente le magnétisme terrestre d'après sa mesure absolue, on pourra se représenter en sens contraire le

nombre de ces verges calculées par milliers et dont les forces devraient être réunies pour produire, dans un éloignement d'un mètre, une déviation de 90 degrés de la boussole.

Pour obtenir ce résultat, il faudrait réunir à *b* :

| | |
|---|---|
| Gœttingue, la puissance de . . . . . . . . | 1775 verges. |
| Munich . . . . . . . . . . . . . . . . . | 1905 |
| Milan . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 2018 |

6. *Des avantages des dimensions choisies pour le petit appareil.*

En terminant ce mémoire, nous dirons encore quelques mots sur la précision à laquelle on pourra atteindre avec ces petits appareils de mesurage dans les mesures d'intensité absolues, et sur quoi cette exactitude est fondée.

Dès le commencement, nous avons dit que la mesure exacte de l'intensité absolue ne peut être obtenue qu'à l'aide du magnétomètre, et il sera inutile d'ajouter qu'il est impossible d'obtenir, avec l'instrument que nous venons de décrire, une précision égale. Cependant, et afin d'approcher autant que possible des résultats que donne le premier de ces instrumens, on devra chercher à tirer parti de tous les avantages qu'il sera possible de réunir.

Les difficultés véritables qui s'opposent à ce que l'on puisse mesurer exactement l'intensité avec des instrumens autres que le magnétomètre, ont été exposées ainsi dans le traité *sur le magnétisme et le magnétomètre :*

« Toujours sera-t-il que nous ne devrons point faire les essais à de trop grandes distances, si l'on veut que cette élimination (p. 79) soit admissible : car alors les effets que l'on obtiendrait seraient proportionnellement beaucoup trop petits, et les moyens précédemment usités ne suffiraient point à beaucoup près pour les mesurer exactement.

» C'est précisément ce besoin généralement ressenti qui a donné lieu à l'exposition d'un appareil nouveau, et auquel on a pu à juste titre donner le nom de magnétomètre, parce qu'il

sert admirablement à déterminer toutes les quantités, autant par rapport à la puissance magnétique des aiguilles que par rapport au magnétisme terrestre, ou du moins de ses parties horizontales, avec une exactitude égale à la précision la plus scrupuleuse des déterminations astronomiques. A l'aide de cet instrument, on détermine exactement à quelques secondes près, la direction du magnétisme terrestre; on observe avec certitude à quelques centièmes de seconde près, le commencement et la fin d'une oscillation, et beaucoup mieux que l'on ne saurait observer l'entrée d'une étoile sur le réticule de l'instrument des passages. »

Il est donc deux circonstances desquelles dépend particulièrement l'exactitude d'un mesurage d'intensité absolue, ce sont : 1° l'étendue de la déviation produite; 2° la ténuité des moyens que l'on pourra employer pour la mesurer. Lorsqu'on construira un appareil pour mesurer l'intensité absolue, on pourra donc généralement essayer deux moyens différens, où il faudra considérer comme objet principal le grossissement de la déviation, et ne considérer en cela, autant que possible, que les moyens de mesurage, ou bien on visera principalement à ce que ces derniers soient autant que possible parfaits, et l'on n'aura ainsi égard qu'au grossissement de la déviation : ce dernier moyen nous conduira beaucoup plus loin que le premier, par la raison que par suite de la condition indispensable d'éloigner considérablement la verge de déviation de l'aiguille aimantée, le grossissement de la déviation aura bientôt atteint une limite au delà de laquelle les déviations produites seront beaucoup trop petites. Mais si dès l'origine on renonce à l'exactitude la plus scrupuleuse dans le mesurage, par cela seul déjà qu'on laissera l'aiguille aimantée tourner sur un pivot au lieu de la suspendre librement par un fil, et où l'exactitude du mesurage devient illusoire par le seul frottement de la pointe, il ne nous restera que le premier moyen que nous avons indiqué, moyen à la vérité beaucoup moins favorable et qui forcera l'observateur à tirer tout le parti possible des circonstances à sa disposition pour obtenir le plus grand degré de déviation auquel il lui soit permis d'atteindre.

Le peu de volume de l'appareil de mesurage que nous avons décrit, est précisément destiné à ce but, et ne doit pas seulement servir à en faciliter le transport dans le voyage.

Il a été prouvé par maintes expériences que réellement la petitesse de l'appareil permet un grossissement considérable de la déviation : car dans les essais précités tous les angles à mesurer avaient plus de 22° ; la raison en est facile à démontrer.

1. Il n'est point nécessaire que la distance de la verge de déviation à l'aiguille aimantée soit *absolument* grande, mais seulement qu'elle soit *relativement* grande : en tous cas, elle devra toujours être pour le moins trois ou quatre fois plus grande que ne le sont la longueur de la verge de déviation, ou celle de l'aiguille aimantée.

2. Alors même que toutes les dimensions linéaires de l'appareil (les dimensions des aimans et la distance entre eux) seraient proportionnellement diminuées, les grandeurs des angles (parmi lesquelles il faudra également comprendre la déviation), n'éprouveront aucun changement. Donc en diminuant ainsi proportionnellement toutes les dimensions de l'appareil, on ne perdra rien de la grandeur de la déviation à mesurer.

3. Si l'on ne diminue point proportionnellement toutes les grandeurs linéaires de l'appareil, mais seulement la longueur des aimans et la distance entre eux, et qu'au contraire on ne réduise point, ou du moins que fort peu, la largeur et l'épaisseur de la verge de déviation, la grandeur angulaire de la déviation en sera même augmentée, seulement il s'agira de savoir jusqu'à quel point cet agrandissement pourra être porté.

Les bornes de cet agrandissement dépendent d'une seule circonstance, c'est-à-dire de la dimension, de la largeur et de l'épaisseur de la verge de déviation à une longueur donnée. Admettons que ni l'épaisseur ni la largeur de cette verge ne puissent dépasser la huitième partie de sa longueur, il résulte de cette hypothèse que l'expérience justifie, que l'on produira la plus grande déviation possible en ce cas, à l'aide d'une verge magnétique de largeur et d'épaisseur égale à celle ci-dessus, huit fois plus longue, et dont la distance à l'aiguille aimantée sera

de trois à quatre fois plus grande que ne l'est la dimension de l'aiguille elle-même; bien entendu que l'aiguille sur laquelle elle agira ne pourra que tout au plus lui être égale en longueur.

De cette règle, on pourra déduire les dimensions les plus avantageuses pour le petit appareil que nous avons décrit, en y ajoutant les bornes d'épaisseur que trace la *nature de l'acier*.

C'est-à-dire que l'épaisseur de la verge magnétique ne devra guère dépasser 12 ½ millimètres, parce qu'autrement l'acier ne saurait être ni suffisamment trempé, ni assez aimanté; donc les dimensions les plus favorables de la verge de déviation en longueur et largeur devront être de 12 ½ millimètres environ, et sa longueur de 100 millimètres. De même la meilleure dimension à donner en longueur à l'aiguille aimantée, sera également de 100 millimètres, et la plus petite distance à laquelle on puisse exécuter les observations, devra toujours être entre les deux instrumens de 300 millimètres au moins.

En se conformant à ces règles, on obtiendra un appareil où, dans les largeurs moyennes, les plus petites déviations à mesurer dépasseront, de même que dans les essais dont nous avons fait mention plus haut, un angle de 22°. A de plus grandes distances des pôles magnétiques de la terre, cette déviation diminuera à la vérité tant soit peu; en se rapprochant au contraire de ces pôles elle augmentera de plus en plus, et si alors il devient possible de mesurer exactement ces déviations à un dixième de degré près, on pourra en obtenir un résultat définitif exact à un deux centièmes près, parce que tous les autres mesurages nécessaires pour déterminer l'intensité absolue auront pu être faits avec une précision beaucoup plus grande.

A la vérité ce résultat restera, sous le rapport de l'exactitude, bien loin de ceux qu'on aurait pu obtenir à l'aide du magnétomètre; tous ceux que l'on obtiendra ainsi pourront, aussi long-temps que nous n'aurons point de déterminations plus certaines que celles que nous possédons aujourd'hui, être d'une grande utilité.

---

*Sur une matière qui tournoie dans l'eau à la manière du camphre*, par M. Ch. Morren, professeur à l'université de Liége.

Quand on met le camphre, réduit en parcelles, sur l'eau, il se meut étrangement et tournoie sur lui-même. On explique ce phénomène par la volatilité de ce corps odorant, et ce seraient des émanations qui agiraient sur l'eau d'une manière inégale, détruiraient les conditions d'équilibre et feraient mouvoir la masse évaporante. Je ne connaissais d'abord de fait qui eût des analogies avec celui-là, que celui des feuilles du *Schinus molle*, qui, posées sur l'eau, reculent toujours par secousses en couvrant bientôt la surface du liquide d'une couche d'huile très-odorante. Dernièrement j'ai vu que le phénomène du camphre avait son analogue dans celui que nous offre une substance huileuse, très-âcre et très-volatile, sécrétée par les poils glandulifères de la *Passiflora fœtida*. C'est un spectacle très-curieux que l'effet de cette huile sur l'eau. On doit l'observer au microscope.

Quand on plonge sous l'eau un poil de cette plante, il se détache, si l'organe est frais, vivant et bien portant, une goutelette d'huile verte qui surnage à la surface du liquide. Aussitôt, un mouvement intestinal commence à s'y manifester, la goutelette s'étend, puis se rétrécit, puis s'étend encore pour se contracter; bientôt elle semble éclater avec force, et alors la plaque qu'elle forme se déchire par des solutions de continuité qui se rétrécissent à leur tour pour prendre plus d'étendue une seconde après. Ces masses détachées tournoient, s'élancent au loin, prennent des figures de toute espèce; c'est un combat où tout est en mouvement. Quand cette agitation a duré une dixaine de minutes, la substance liquide commence à montrer des granules et peu à peu toute l'huile se concentre, le mouvement diminue, il cesse bientôt tout-à-fait, et pour cela il a fallu que toute la matière se condensât.

Il est infiniment probable qu'il y a là encore une matière volatile qui, aussi long-temps qu'elle se dissipe, produit ces mou-

vemens gyratoires; le fait est que les poils de cette passiflore sont très-odorans et que leur sécrétion est fort âcre et irritante. Une dame qui étudiait avec moi les poils au microscope, eut le malheur de les porter à ses lèvres ; pendant deux jours elle ressentit une cuisson insupportable à la bouche, et il fallut des ablutions fréquentes d'eau tiède pour la débarrasser de ce mal. Les personnes qui vérifieraient ce phénomène sont donc averties de cet effet.

La théorie physique des odeurs des corps ayant fait peu de progrès, il est bon de consigner les faits qui peuvent aider à l'édifier.

---

*Cristallisation microscopique de l'Iode*, par M. Ch. Morren, professeur à l'université de Liége.

On sait qu'à la température ordinaire, l'iode est cristallisé en lamelles. On sait encore que la vapeur de ce corps se cristallise par condensation. Mais en faisant des expériences sur la fécule, j'ai été à même d'observer un autre mode de cristallisation de cette substance, qui mérite d'être connu, parce qu'il peut donner naissance à des illusions qui seraient fatales dans l'exacte appréciation des faits naturels.

Lorsque, sous le microscope, on dépose dans une goutelette de teinture alcoolique d'iode concentrée une goutelette d'eau, on voit instantanément et avec la rapidité de l'éclair, se former dans la goutte commune qui tourbillonne vivement comme chaque fois que l'alcool touche à l'eau, une foule de petits cristaux microscopiques, dont les uns, les plus petits, ont leurs sommets coupés, et les autres, les plus grands, les sommets en aiguilles. Il sont si étroits que je ne puis apercevoir leurs arêtes. Le nombre de ces cristaux est énorme. En quelques minutes, ils disparaissent comme si l'iode se vaporisait.

Il est probable que dans le mélange de ces goutelettes l'eau s'empare de l'alcool qui précipite l'iode; mais quand on veut étudier au microscope le phénomène physique de la cristallisa-

tion, on ne saurait trouver de moyen plus prompt et plus élégant. Il se fait avec une promptitude remarquable. Ces cristaux sont d'un beau violet foncé.

Souvent la fécule présente la forme de corpuscules allongés, assez semblables à ces cristaux. *Rafn* est, dit-on, le premier qui les ait signalés en 1798 dans les Euphorbes dont le suc est si acre ([1]; mais je trouve ces corps bien décrits dans une thèse soutenue à Leyde en 1758 par un sieur *Luchtmans : De Saporibus et Gustu* ([2]. *Hartig* vit que ces corpuscules cristalliformes étaient de la fécule par leur coloration dans l'iode ([3]; *Link* en parle aussi ([4]. Or, ces grains allongés de fécule se confondent aisément avec les cristaux microscopiques obtenus comme nous venons de le dire, et comme on observe toujours les anatomies végétales dans de l'eau où il faut ajouter de la teinture d'iode pour reconnaître la fécule, ces cristaux peuvent donner lieu à des méprises fâcheuses. C'est ce qui m'a engagé à publier ce peu de lignes.

---

## *Lettre sur les étoiles changeantes et en particulier sur l'étoile* o *de la Baleine*, par M. J. Bianchi, de Modène (extraite du n° 345 des *Astronomische Nachrichten*).

C'est sans doute un des phénomènes les plus remarquables et les plus merveilleux du ciel étoilé que celui des étoiles qu'on appelle changeantes, variables ou périodiques. Et il me semble qu'il serait même important de l'observer avec beaucoup de soin et de précision, pour en saisir et fixer les circonstances qui se re-

---

1) *Enzwurf einer Pflanzen Physiologie*, 1798, § 64.

2) *Waarnemingen over de smaakdeeltjes der lichaamen, door den heer Luchtmans* dans les *Uitgezogte verhandelingen uit de nieuwste werken van de societeiten der wetenschappen in Europa.* Amsterdam, 1759, t. IV, p. 305. (Ouvrage trop peu connu).

3) *Journal für praktische Chemie*, t. V, p. 217.

4) *Elementa philosophiæ botanicæ*, t. I, p. 204.

nouvellent le plus constamment; parce qu'on parviendrait par ce moyen à démêler les lois de leurs changemens de lumière ou d'aspect, et peut-être aussi on réussirait à pouvoir assigner la cause physique la plus vraisemblable de ce phénomène singulier, et à étendre ainsi nos connaissances sur ce point reculé du système du monde. Pourtant, il faut avouer que nous en sommes restés sur cet objet aux observations des siècles précédens, et que dans le nôtre, occupé de bien d'autres recherches et découvertes d'astronomie, on n'a donné presque aucune attention aux étoiles périodiques et on n'a pas profité pour elles des grands perfectionnemens des instrumens et des lunettes modernes. M. *De Lalande*, au sujet de ces étoiles, avait dit (*Astron.* t. I, § 824) : « Ces variations des étoiles sont bien dignes de l'attention des observateurs curieux.... Un jour viendra peut-être où les sciences auront assez d'amateurs pour qu'on puisse suffire à ces détails. » A quoi sir *John Herschel* vient d'ajouter il y a quelques années : « Assurément ce jour est maintenant arrivé (*Traité d'Astr.*, traduit de l'anglais. Bruxelles, pag. 511). » Mais si cela est vrai à présent pour le nombre des amateurs de la science, il ne l'est pas de même pour les résultats de ces travaux, et dans les livres récens d'astronomie, comme celui d'*Herschel* (chap. XII, §§ 593-597), on ne trouve pas de nouvelles ou de plus exactes indications sur les étoiles périodiques que celles que *Lalande* nous laissa exposées il y a presqu'un demi-siècle, dans son astronomie, aux §§ 794-825. C'est d'après ces réflexions que je n'ai pas cru tout-à-fait inutile de vous entretenir, dans cette lettre, de celle des périodiques qu'on signala la première, qu'on a observée plus que les autres, et qu'on appelle *omicron* ou la variable de la Baleine. Pendant quelques années, j'en ai remarqué de temps en temps l'éclat ou la grandeur; mais dernièrement j'en ai pu suivre la période et les phases près de son grand éclat, circonstance qui aura lieu aussi pour quelques années à venir ; et c'est pourquoi j'espère d'exciter ici la curiosité des autres observateurs à diriger soigneusement les regards sur cette étoile, à en comparer les apparences, et à vouloir bien vous en

communiquer les résultats pour les publier dans votre journal.

Et premièrement, en observant la variable de la Baleine à son passage méridien, le 1er février 1836, je jugeai qu'elle avait alors atteint sa plus grande clarté, parce qu'elle me parut ce jour-là de 3e grandeur; tandis que je l'avais vue un mois auparavant de 10me grandeur, et qu'après elle perdit en force ou intensité de lumière. Or, à ce que dit *Lalande* (§ 794), l'étoile était à son plus grand éclat le 9 août 1782, et en supposant que de cette époque au 1er février 1836, ou dans l'intervalle de 19532 jours, le nombre de révolutions ou de périodes de l'étoile ait été de 58, on en tire la valeur d'une période = 336j,76. De même on dit, d'après les observations de *Bode*, que l'étoile avait été à son plus grand éclat le 15 novembre 1779; ce qui, comparé à mon observation, ou pour l'intervalle de jours 20531, et en supposant le nombre des périodes accomplies = 61, donne la valeur de la période = 336j57. En remontant encore plus loin, et en choisissant l'époque du commencement d'août 1703, où selon *Cassini*, l'étoile se voyait à son *maximum* de clarté, on en tire avec mon observation l'intervalle de jours 48396 (en y comprenant toujours les années bissextiles), et en admettant 144 pour le nombre correspondant des périodes écoulées, on a la valeur d'une période = 336j,08. Mais si, dans ces trois comparaisons, au lieu de supposer les nombres des périodes écoulées dans les intervalles correspondans 58, 61 et 144, on les avait supposés respectivement 59, 62 et 146, on en aurait obtenu les valeurs d'une période 331,05; 331,14; 331,48. On voit pourtant que les valeurs d'une période s'accordent bien entre elles dans l'une des hypothèses sur le nombre des périodes ainsi que dans l'autre. Si c'est la première hypothèse qui a réellement eu lieu, on en déduira que la période des variations de l'étoile s'accroît ou s'allonge successivement; parce que *Boulliaud* l'assignait de 333 jours dans l'année 1667; plus tard *Cassini* l'établit de 334 jours; *Herschel* la donne de 334j,75 (*Traité d'astr.*, § 595); et moi je la trouve, d'après les observations plus récentes, = 336j,76. Si c'était l'autre hypothèse qui se fût vérifiée, alors au contraire la période aurait souffert une diminution,

ou serait devenue plus rapide. Et si entre les deux hypothèses nous nous en tenons au résultat moyen, nous aurons les trois valeurs de la période 333,91 ; 333,86 ; 333,78 ; ce qui s'accorderait avec la détermination de *Cassini*, et aussi en supposant de 145 le nombre exact des périodes accomplies dès le commencement d'août 1703 à celui de février 1836. Quelle est donc la valeur vraie de la période, si pourtant il y en a une qui soit uniforme et invariable ? Pour ne pas se tromper d'une ou plusieurs révolutions, il faut renoncer, ce me semble, aux observations anciennes, et s'en tenir aux modernes ; mais dans celles-ci pour compenser l'avantage du long intervalle entre les termes comparés, il sera nécessaire de fixer avec la plus grande précision possible les points mêmes de comparaison, ou le temps et ce que l'on prend pour le *maximum* d'éclat de l'étoile ; car sans cette précaution, on pourrait s'égarer de beaucoup dans le résultat. Or, je viens de remarquer dans les deux dernières périodes de l'étoile qu'elle acquiert le plus grand éclat assez rapidement, parce que dans un mois à peu près je l'ai vue passer de la 10ᵉ grandeur à la 3ᵉ, et ensuite elle s'affaiblit un tant soit peu, mais en reprenant peu après sa vivacité et en oscillant ainsi pendant un intervalle peut-être variable, et toutefois assez long, comme on le verra par les observations de la dernière période. C'est donc l'instant où l'étoile atteint proprement et du premier coup son grand éclat sans aucune oscillation précédente, qu'il faut choisir pour la détermination de la période ; et outre cela, il sera bon d'observer l'étoile à sa plus grande hauteur, ou dans le méridien, et de noter en même temps l'état de transparence ou de pureté de l'atmosphère ; surtout il conviendrait d'employer à ces déterminations un appareil photométrique appliqué à la lunette.

Voici maintenant les observations ou estimes de la grandeur de l'étoile, que j'ai jugée tout simplement à la vue dans le champ éclairé de la lunette, mais après avoir acquis une certaine expérience par un grand nombre d'étoiles observées.

| DATES. | GRANDEUR appar. de l'étoile. | ÉTAT ATMOSPHÉRIQUE. | NOTES. |
|---|---|---|---|
| 1835 déc. 12 | 10. 11 | Serein. | Toutes ces observations faites au passage méridien et à la lunette du cercle. |
| 1836 janv. 5 | 10. + | Id. | |
| — févr. 1 | 3 | Id. | |
| — — 6 | 5. 6 | Air un peu voilé. | |
| — — 9 | 5 | Beau, serein. | |
| — — 11 | 6 | Serein. | L'étoile à peine visible. |
| 1836 nov. 9 | 9 | Ser. voilé : cl. de lune. | Ces observations sont faites également au méridien et à la lunette du cercle. |
| — — 25 | 8. 9 | Serein : clair de lune. | |
| — déc. 3 | 7. 8 | Serein ombragé. | |
| — — 8 | 6 | Ser. dep. brouillard. | |
| — — 10 | 6 | Serein. | |
| — — 17 | 4. 5 | Quelq. nuag. : cl. de l. | |
| — — 22 | 4. + | Ser. beau : cl. de lune. | |
| — — 26 | 3. 4 | Serein voilé. | |
| — — 30 | 3. 4 | Serein. | |
| 1837 janv. 3 | 4. 5 | Id. | |
| — — 4 | 4. 5 | Id. | |
| — — 8 | 5 | Id. | |
| — — 12 | 5 | Id. : clair de lune. | |
| — — 21 | 5 | Id. : clair de lune. | |
| — — 27 | 5 | Id. | |
| — févr. 1 | 4. + | Air légèrem. couvert. | |
| — — 3 | 4. + | Air très-pur. | |
| — — 7 | 3. 4 | Serein, beau. | |
| — — 26 | 5 | Serein. | Ces dernières observations faites hors du méridien, à 6 heures de temps vrai et avec des lunettes moindres. |
| — mars 4 | 5 | Id. | |
| — — 8 | 6 | Serein, beau. | |
| — — 10 | 6 | Id. | |
| — — 18 | 5 | Id. | |

On a dit en second lieu : l'*o* de la Baleine a disparu quelquefois entièrement (v. *Lalande* et *Herschel*, œuvres et §§ ci-dessus mentionnés); et c'est pourquoi on donne l'échelle de ses variations de grandeur de 2 à 0. Qu'il me soit permis de douter ou que cette disparition totale n'est point arrivée, ou que les phénomènes de l'étoile ont fort changé de nos jours. En effet, je n'ai pas manqué d'observer la variable au méridien dans les années ci-devant, et, sans en rapporter ici les positions, je puis bien en garantir (moins quelque petite différence et incertitude sur le jugement de la grandeur) le tableau suivant de la visibilité de l'étoile.

| DATES. | | | GRANDEUR apparente de l'étoile. | DATES. | | | GRANDEUR apparente de l'étoile. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1831 | janvier | 4 | 6. 7 | 1833 | octobre | 16 | 6. 7 |
| — | — | 27 | 8 | — | décem. | 11 | 9. 10 |
| — | décem. | 4 | 5 | — | — | 23 | 10 |
| — | — | 25 | 6 | 1834 | janvier | 6 | 9. 10 |
| 1832 | janvier | 19 | 6. 7 | — | — | 17 | 10 |
| — | décem. | 16 | 9. 10 | — | décem. | 5 | 10. 11 (* |
| — | — | 27 | 9 | 1835 | janvier | 24 | 10. + |
| 1833 | janvier | 11 | 10 | | | | |
| — | — | 17 | 10. 11 | | | | |

*) Égale à la suivante.

Si on fait réflexion à présent que l'étoile devait avoir dans l'année 1833 son grand éclat au mois de mai, et qu'au commencement de l'année par conséquent elle était près de la phase opposée, et que néanmoins elle y était assez visible avec une bonne lunette comme celle de mon cercle, il faut en conclure qu'elle n'avait pas disparu. J'observe encore une circonstance qui n'a jamais été remarquée par les observateurs de la variable, ou dont je ne trouve au moins aucune mention faite; et c'est que dans le champ obscur de la lunette, la varia-

ble étant dans le centre et pour un rayon de 11 à 12 minutes en arc, on voit seulement une petite étoile de onzième grandeur, plus australe que la variable de 7″ à 8″ en arc, et qui la suit à peu près de 9″ en temps. Cette petite étoile compagne de la périodique ne change jamais d'éclat, et présente en soi-même un objet de comparaison aux variations de l'autre, qui, dans sa moindre phase, lui devient sensiblement égale ; comme je le jugeai dans l'observation du 5 décembre 1834. Or si les anciens observateurs de la variable n'ont point signalé la petite compagne de *o* de la Baleine, cela est un argument qu'ils ne voyaient pas celle-ci dans les points de sa plus faible clarté, et en conséquence ils annonçaient que l'étoile avait disparu. Il est convenable donc de rectifier à cét égard la table des périodiques donnée par *Herschel* (pag. 508), où on lit pour *o* de la Baleine les variations de grandeur de 2 à 0 ; pendant que pour $\chi$ du cygne on y lit des variations de 6 à 11.

Enfin, sur le témoignage d'*Hevelius*, *Lalande* et *Herschel* prétendent que la changeante de la baleine fut quatre années entières sans paraître ; savoir depuis le mois d'octobre 1672 jusqu'au mois de décembre 1676. Je ne puis pas pour le moment consulter l'ouvrage d'*Hevelius*, où cela a été dit ; mais je me permettrai sur ce point une remarque. La périodique vient d'atteindre son grand éclat au commencement à peu près de l'année courante. Soit maintenant *t* le nombre des années entre cette dernière et une autre époque quelconque au commencement de l'année respective. En prenant pour la valeur de la période celle de jours 334, comme la plus généralement reçue, on aura le rapport $\frac{365,2425}{334}.t$ pour exprimer le nombre des périodes accomplies par l'étoile de l'une des époques à l'autre, et la partie entière du quotient sera elle-même ce nombre ; car le numérateur de la partie fractionnaire, ou le résidu exprimé en jours, indiquera pour l'autre époque le jour de l'année correspondante où l'étoile atteignit son éclat *maximum*, et seulement ce résidu sera additif ou soustractif au commencement de l'année donnée de l'autre époque, selon que cette époque est antérieure ou postérieure à 1837. Cela posé, on trouve que depuis 1672 jusqu'à 1837,

180 périodes des variations de l'étoile se sont écoulées, et que 145 jours restent ; par conséquent l'étoile brillait à son *maximum* le 24 mai 1672 ; et dans les trois années suivantes, cela venait d'arriver vers la fin des mois d'avril, mars et février. Or l'étoile à ces temps et pour nos latitudes moyennes, passe au méridien en plein jour après midi, et on ne pouvait la voir que vers la moitié de mars, le soir, à une petite hauteur occidentale. Lors donc qu'*Hevelius* pensa que dans les quatre années ci-dessus l'étoile avait cessé de paraître, ce fut qu'elle était, pendant les mois de son cours nocturne sur l'horizon, de lumière assez faible, ou de 10ᵉ grandeur et peut-être moins, et pour dire vrai s'il nous est aisé de la voir même dans un pareil affaiblissement, nous en sommes redevables uniquement à la bonté et à la perfection de nos lunettes acromatiques modernes.

Pour viser à la périodique, lorsqu'elle est sur l'horizon, c'est-à-dire, visible pendant la nuit, j'ajoute ici une petite table qui donne les heures de son passage au méridien et celles de sa présence nocturne dans le cours de l'année : ce qui doit bien s'entendre pour nos lieux de moyenne latitude boréale, et tout en supposant que la pureté de l'air soit favorable pour distinguer l'étoile jusqu'à l'angle horaire de 5 heures avec le méridien. Voici cette table qui, n'ayant pas d'autre but qu'une indication simple et grossière, n'a aucune prétention à une rigoureuse exactitude.

| MOIS et JOURS. | L'étoile passe au méridien, en temps vrai à peu près. | L'ÉTOILE A L'EST. | L'ÉTOILE A L'OUEST. |
|---|---|---|---|
| Janv. 8 | $7^h$ | Visib. pour $2^h$ av. le mér. | Visib. pour $5^h$ ap. le mér. |
| — 24 | 6 | Id. $0\frac{1}{2}$ Id. | Id. 5 Id. |
| Février 8 | 5 | Invisible. | Id. 4 au couch. |
| — 23 | 4 | Id. | Id. 3 Id. |
| Mars 10 | 3 | Id. | Id. 2 Id. |
| — 25 | 2 | Id. | Id $0\frac{1}{2}$ Id. |

| MOIS et JOURS. | L'étoile passe au méridien, en temps vrai à peu près. | L'ÉTOILE A L'EST. | L'ÉTOILE A L'OUEST. |
|---|---|---|---|
| Avril 9 | $1^h$ | Invisible. | Invisible. |
| — 24 | 0 | Id. | Id. |
| Mai 9 | 23 | Id. | Id. |
| — 24 | 22 | Id. | Id. |
| Juin 9 | 21 | Id. | Id. |
| — 24 | 20 | Visib. pour $0\frac{1}{2}^h$ au lever. | Id. |
| Juillet 9 | 19 | Id. 2 Id. | Id. |
| — 24 | 18 | Id. 3 Id. | Id. |
| Août 9 | 17 | Id. 4 Id. | Id. |
| — 24 | 16 | Id. 5 av. le mér. | Visib. pour $0\frac{1}{2}^h$ ap. le mér. |
| Sept. 8 | 15 | Id. 5 Id. | Id. 2 Id. |
| — 23 | 14 | Id. 5 Id. | Id. 3 Id. |
| Octob. 8 | 13 | Id. 5 Id. | Id. 4 Id. |
| — 23 | 12 | Id. 5 Id. | Id. 5 Id. |
| Novem. 7 | 11 | Id. 5 Id. | Id. 5 Id. |
| — 22 | 10 | Id. $4\frac{1}{2}$ Id. | Id. 5 Id. |
| Décem. 8 | 9 | Id. 4 Id. | Id. 5 Id. |
| — 23 | 8 | Id. 3 Id. | Id. 5 Id. |

Concluons de cette table et de ce que la variable a été dans son grand éclat au commencement de cette année, que l'étoile reviendra tout de suite à la même phase pour quatre ou cinq ans après le courant dans les temps où elle se montre le plus sur l'horizon pendant la nuit. Les observateurs, en conséquence, pourront bien profiter de cette heureuse circonstance pour suivre soigneusement les variations de l'étoile; et c'est ce qui m'a paru digne d'avertissement, pour exciter et tourner la curiosité astronomique sur un phénomène aussi étrange qu'intéressant, et dont nous ne connaissons pas bien jusqu'ici, ni les élémens de fait, ni l'ordre ou les lois, et par là beaucoup moins l'expli-

cation ou la cause physique le plus vraisemblable ; comme on peut s'en convaincre d'après les considérations précédentes.

---

*Sur l'hygrométrie, par* L.-F. Kæmtz (traduit de l'ouvrage allemand : *Lehrbuch der Meteorologie,* par M. Ed. Mailly) ([1].

Si l'atmosphère n'existait pas, l'espace qui entoure la terre serait continuellement saturé de vapeurs ; pour peu que la température s'abaissât, une partie de ces vapeurs se condenseraient et seraient aussitôt remplacées par d'autres. Dans l'état actuel des choses, la température peut varier beaucoup, sans qu'il s'opère aucune condensation. C'est un problème intéressant de déterminer la quantité de vapeurs contenues dans l'air; on emploie pour cet objet des instrumens appelés *hygromètres.*

A une époque où il y avait à peine quelques traces d'une théorie des vapeurs, les académiciens de Florence mirent en avant le grand principe sur lequel on a, dans ces derniers temps, basé le plus exact de nos hygromètres. Supposez que l'air soit refroidi instantanément, il va s'approcher de plus en plus du point de saturation, puisque la quantité de vapeurs qu'il renferme n'a pas varié, et il arrivera un instant où il sera complétement saturé; si on dépasse cet instant, la vapeur se condense, et on peut déterminer son élasticité, quand on connaît la température à laquelle la condensation a eu lieu. Le Roy est le premier qui ait employé ce principe d'une manière commode. Il prenait un vase contenant de l'eau à la température de l'air; en y versant de l'eau plus froide, le vase se refroidissait de

---

[1]) Cet extrait comprend : 1° La théorie de *l'Hygromètre de Daniell, du Psychromètre d'August*, et de l'*Hygromètre à cheveu de Saussure ;* 2° la recherche des variations diurnes et annuelles de la tension de la vapeur atmosphérique; 3° la détermination de l'influence des vents sur cette tension. Les températures sont exprimées en degrés centésimaux, et les tensions de la vapeur en lignes de Paris. Ed. M..

plus en plus jusqu'au moment où la vapeur se déposait sur ses parois. Alors on notait soigneusement la température de l'eau que renfermait ce vase ([1].

Cette méthode tomba dans l'oubli après que *Saussure* et *De Luc* eurent publié leurs travaux sur l'hygrométrie, et que le premier eut soumis à un examen sévère le procédé de *Le Roi* ([2]. Dans la suite, *Dalton* ([3] s'en servit avec beaucoup d'avantage; mais quoiqu'elle eût été fortement recommandée par *Soldner* ([4], personne n'y songeait plus, lorsqu'en 1819, *Daniell* imagina un instrument qui en facilitait considérablement l'emploi, et qui est connu sous le nom d'*hygromètre de Daniell.*

Sans entrer ici dans le détail des nombreuses modifications que l'on a fait subir à ce précieux instrument ([5], je me bornerai à mentionner l'appareil de *Bohnenberger* ([6] qui se distingue par sa simplicité et l'exactitude de ses résultats. On enveloppe de mousseline la boule d'un thermomètre très-sensible, et on la fait passer dans un cylindre mince de verre dont la hauteur est égale à environ une fois et demie son diamètre. Afin que pendant le refroidissement, le cylindre et la boule ne pressent pas trop l'un contre l'autre, il est avantageux de tapisser la paroi interne du premier d'un léger tissu de mousseline. Pour se servir de cet appareil, on verse avec soin une goutte d'éther dans le cylindre; le thermomètre descend, et, comme dans l'instrument de *Daniell*, on note la température à l'instant où la condensation a lieu.

Le but que l'on se propose en observant l'hygromètre est double : on veut en premier lieu, déterminer la quantité réelle de vapeurs contenues dans l'air, c'est-à-dire le poids ou la tension des

---

1) *Mémoires de Paris*, 1751.

2) *Saussure*, HYGROMÉTRIE.

3) *Annales de Gilbert*, XV, 129.

4) *Ibid.* XXXII, 229.

5) *Daniell.* METEOR. Ess., p. 139. La plupart de ces modifications ont été décrites par *Muncke* dans le tom. V, p. 619 du *Diction. de Gehler.*

6) *Mémoires de Tubingue*, II, 164.

vapeurs que renferme un pied cube : je la désignerai par humidité *absolue* de l'atmosphère ; en second lieu, on peut désirer connaître aussi combien, pour une température donnée, l'air pourrait encore absorber de vapeurs avant d'arriver à l'état de saturation ; c'est ce qu'on appelle l'humidité *relative* dont la connaissance est surtout utile dans la théorie des condensations. La table que nous avons donnée ([1] des tensions de la vapeur nous met à même de déterminer avec beaucoup d'exactitude l'humidité absolue et l'humidité relative de l'air. Soit, par exemple, la température 15°, et le point de rosée 10° ; la table nous montre qu'alors la tension de la vapeur fait équilibre à une colonne de mercure de $3^l,99$, ce qui permet ensuite de calculer le poids de la vapeur aqueuse contenue dans un pied cube ; mais il me semble préférable de prendre toujours la tension de la vapeur comme élément de nos recherches. Comme la température de l'air est de 15°, il pourrait renfermer une quantité de vapeurs capables de faire équilibre à une colonne de mercure de $5^l,49$ ; il peut donc encore en recevoir une quantité dont la tension serait égale à $5^l,49$-$3^l,99$ ou $1^l,5$. Pour se faire une idée exacte de cette humidité relative, il est avantageux d'exprimer la quantité de vapeurs aqueuses actuelle en parties de celle qui correspond au point de saturation. Ainsi, dans l'exemple que nous avons choisi, l'humidité relative est $\frac{3,99}{5,49}$ ou 0,75 : c'est-à-dire que l'air contient les 3/4 des vapeurs qu'il peut renfermer à 15°.

Jusqu'à présent, l'on a fait peu d'observations régulières avec l'hygromètre de *Daniell*. Je ne connais que les observations de *Daniell* lui-même à Londres, de *Neuber* à Apenrade ([2] et de la société royale de Londres. Les deux premiers donnent la chaleur de l'air et le point de rosée. Il est bien à désirer que le physicien qui entreprend et publie des observations hygrométriques, calcule séparément et fasse connaître la quantité de

---

1) Nous donnerons, à la fin de cet extrait, cette table qui est très-commode, et qui a été calculée par l'auteur d'après ses propres observations. Ed. M.

2) Elles paraissent dans les *Nouvelles astronomiques de Schumacher*.

vapeurs correspondant à chaque observation ; en se bornant à prendre la moyenne des points de rosée, et en cherchant la tension pour ce moyen point, on peut tomber sur des résultats plus ou moins fautifs. Pour le démontrer, je prends au hasard dix observations dans le journal de *Daniell* (mai 1820, le matin). Je trouve :

| CHALEUR DE L'AIR. | POINT DE ROSÉE. |
|---|---|
| 13°,3 | 5°,0 |
| 14, 4 | 5, 6 |
| 7, 2 | 5, 6 |
| 9, 4 | 0, 6 |
| 10, 6 | —1, 1 |
| 15, 0 | 2, 8 |
| 16, 7 | 6, 1 |
| 16, 7 | 11, 7 |
| 17, 8 | 10, 6 |
| 20, 0 | 8, 9 |

Le point de rosée moyen est 5°,6 et il répond à une quantité de vapeurs dont la tension serait 2l,98. Mais en calculant séparément la tension pour chaque point de rosée en particulier, et en prenant la moyenne, on trouve 3l,07, nombre évidemment plus exact.

Mais, si l'on a des séries de plusieurs années d'observations pour différens endroits, on conçoit qu'il faudra beaucoup de temps pour les calculer toutes séparément ; et pour cela, il est à désirer que chaque observateur calcule lui-même ses observations ; ce n'est qu'ainsi que nous pourrons espérer d'avoir un jour des données plus précises sur la quantité de vapeurs en différens points de la terre.

La société de Londres donne, dans son journal, la température de l'air, sans faire connaître le point de rosée ; mais on y trouve l'humidité relative, c'est-à-dire, le quotient que l'on obtient en divisant la quantité de vapeurs contenues dans l'air par celle qu'il pourrait contenir à la température actuelle. Je ne vois pas la cause de ce changement ; pour tirer parti de ces

observations, il faut encore employer plus de temps que lorsque le point de rosée est donné; et la moyenne température combinée avec la moyenne humidité relative fournit aussi un résultat qui n'est pas tout-à-fait exact. Dans l'exemple que nous avons choisi, la chaleur moyenne est de 14°,1; l'humidité moyenne 0,611; en multipliant ce nombre par 5l,19 tension de la vapeur pour la température de 14°,1, on trouve 3l,17, c'est-à-dire, un nombre un peu trop grand.

L'appareil de *Daniell* est avantageux; mais lorsqu'on fait beaucoup d'observations, son emploi devient coûteux par la quantité d'éther qu'il faut consommer. D'une autre part, il présente quelques inconvéniens. Quand l'air est très-sec, il faut attendre très-long-temps avant que la vapeur se dépose; il peut même arriver que le refroidissement ne devienne pas assez grand, pour que le dépôt ait lieu [1]. Il peut quelquefois être utile de faire beaucoup d'observations dans un court espace de temps, par exemple, lorsqu'il règne un brouillard : ici encore l'hygromètre de *Daniell* convient peu, parce qu'il s'écoule toujours plusieurs minutes avant qu'il prenne la température de l'air.

Il paraît donc préférable d'employer le procédé imaginé par *Hutton* [2]. Qu'on entoure de mousseline la boule d'un thermomètre et qu'on l'humecte d'eau : cette eau s'évapore en partie, et le thermomètre se tient plus bas qu'un autre thermomètre suspendu près de lui et dont la boule est libre. Si l'atmosphère était saturée de vapeurs, les deux thermomètres indiqueraient la même température, parce qu'alors l'air ne peut plus absorber de nouvelles vapeurs; mais plus il est sec, plus l'eau s'évapore avec rapidité et plus le premier thermomètre descend. Il ne s'agit donc plus que d'observer avec soin la différence des températures indiquées par deux thermomètres dont l'un a sa boule

---

1) Du moins, cette circonstance s'est-elle présentée avec l'instrument dont je faisais usage; je ne puis assurer qu'il en soit de même avec des hygromètres construits d'une manière différente.

2) *Daniell*, Meteor. Ess., p. 199. *Brewster*, Edinb. Journ. of Sc., III, 148.

couverte de mousseline. L'idée mise en avant par *Hutton* fut peu appréciée; dans la suite *Leslie* appliqua le même principe à son *thermomètre différentiel* [1]; mais *John Davy* [2] et *Anderson* [3] semblent être les seuls qui s'en soient servis fréquemment pour mesurer l'humidité de l'air.

Enfin, *August* fixa l'attention sur cette méthode, et en développa la théorie [4]. L'instrument qu'il appelle *psychromètre* consiste en deux thermomètres très-sensibles, dont l'on humecte la boule de l'un pour l'observation, de manière toutefois qu'aucune goutte d'eau n'y reste suspendue; ce qu'il y a de mieux et de plus sûr, c'est de suspendre les thermomètres librement à l'air. Quand on a pris la différence des deux thermomètres et qu'on a mesuré la hauteur du baromètre, on en déduit la quantité de vapeurs de l'atmosphère de la manière suivante.

Tandis que le thermomètre humide se trouve dans l'air et qu'il est déprimé par l'évaporation, l'espace qui l'entoure est rempli d'air saturé et est composé de trois parties, savoir : d'air, de la vapeur que cet air renferme et de la nouvelle vapeur qui s'est formée. Nous désignerons par $\omega$ le poids de cette couche mince considérée comme de l'air sec, sous une pression $n=336^{l}$ et une température de 0°, en prenant pour unité le poids d'un pied cube d'eau. Soit, à l'instant de l'observation $b$ la hauteur du baromètre, $t$ la température de l'air, $t'$ celle du thermomètre humecté; à la température $t$ correspond la tension de la vapeur $e$, tandis que $e'$ est la tension de la vapeur contenue réellement dans l'air. La tension de l'air sec est $b-e'$; en désignant son poids par L, on a :

$$L : \omega = b - e' : n(1 + mt')$$

1) *Resumé des recherches et instrumens qui se rapportent à l'influence de la chaleur et de l'humidité sur l'air,* par *Leslie*, traduit par *Brandès*. 8. Leipsik, 1823.

2) *Brewster*, EDINB. PHIL. JOURN. OF SC., I, 62.

3) *Edinb. Phil. Journ.*, N. XXI, 161.

4) *Annales de Poggendorff*, V. 69. E.-F. August, *Sur les progrès de l'hygrométrie dans les derniers temps*, 4. Berlin, 1830.

$m$ étant le coefficient de dilatation de l'air pour 1°; de là, on tire :

$$L = \frac{b - e'}{n} \cdot \frac{\omega}{1 + mt'} .$$

La vapeur environnante se compose de la vapeur atmosphérique et de celle qui se forme actuellement ; cette dernière exerce une tension $e' - e$. Si D est le poids de la vapeur atmosphérique, $\delta$ sa densité, la densité de l'air étant prise pour unité, on a :

$$D : \omega = \delta e : n(1 + mt'),$$

et par conséquent :

$$D = \frac{e}{n} \cdot \frac{\delta\omega}{1 + mt'} .$$

D'une manière tout-à-fait semblable, nous obtenons pour le poids de la vapeur nouvellement formée :

$$d = \frac{e' - e}{n} \cdot \frac{\delta\omega}{1 + mt'} .$$

Soit maintenant $\gamma$ la chaleur spécifique de l'air, celle de l'eau sous le même volume étant prise pour unité ; nous obtenons pour la quantité de chaleur que l'air perd en passant de la température $t$ à la température $t'$ :

$$L.\gamma.(t - t') = \frac{b - e'}{n} \cdot \frac{\omega}{1 + mt'} \cdot \gamma(t - t').$$

$k$ étant la chaleur spécifique de la vapeur d'eau, la vapeur atmosphérique perd une quantité de chaleur

$$D.k.(t - t') = \frac{e}{n} \cdot \frac{\delta\omega}{1 + mt'} . k.(t - t').$$

Enfin, $\lambda$ étant la chaleur latente de la vapeur, la quantité de

chaleur absorbée par la nouvelle vapeur est

$$\delta\lambda = \frac{e-e'}{n} \cdot \frac{\delta.\lambda.\omega}{1+mt'}.$$

Ce dernier nombre est évidemment égal à la quantité de chaleur que l'air et la vapeur qu'il renfermait au commencement de l'observation ont perdue : on a donc :

$$\frac{b-e'}{n} \cdot \frac{\omega}{1+mt'} . \gamma(t-t') + \frac{e}{n} \cdot \frac{\delta\omega}{1+mt'} \cdot k(t-t')$$
$$= \frac{e'-e}{n} \cdot \frac{\delta.\lambda.\omega}{1+mt'};$$

et en éliminant les facteurs communs aux deux membres de cette équation, on trouve

$$(b-e')\,\gamma(t-t') + e\delta k\,(t-t') = (e'-e)\,\delta.\lambda;$$

d'où l'on tire pour la tension de la vapeur contenue dans l'air :

$$e = \frac{1+\frac{\gamma}{\delta\lambda}(t-t')}{1+\frac{k}{\lambda}(t-t')}\,e' - \frac{\frac{\gamma}{\delta\lambda}(t-t')}{1+\frac{k}{\lambda}(t-t')} \cdot b'.$$

Les constantes qui entrent dans cette formule ont les valeurs suivantes :

$\delta = 0{,}62082.$
$\lambda = 535^{\circ}.$
$\gamma = 0{,}2669$, d'après *Laroche* et *Bérard*.
$k = 0{,}837$, d'après les mêmes (1),

---

1) *Biot*, TRAITÉ IV, 726. Il s'est glissé une erreur dans le calcul de *Laroche*; la chaleur spécifique de la vapeur d'eau n'est pas 0,847, mais 0,837; en effet, on trouve dans *Biot* 3,136 pour la chaleur spécifique de la vapeur d'eau, celle de l'air étant prise pour unité; en multipliant ce nombre par 0,2669, l'on obtient 0,836 pour la chaleur spécifique de la vapeur, rapportée à celle de l'eau prise pour unité. (*Note de l'Auteur.*)

Cette erreur a été reproduite dans tous les traités de physique, notamment dans ceux de *Pouillet*, *Desprets*, *Péclet*, etc. ED. M.

en substituant ces nombres dans l'expression de $e$, elle devient :

$$e = \frac{1 + 0{,}00080355\,(t-t')}{1 + 0{,}00156450\,(t-t')}\,e' - \frac{0{,}00080358\,(t-t')}{1 + 0{,}0015645\,(t-t')}\,b.$$

Ce résultat s'écarte un peu de celui donné par *August*. En prenant pour les constantes des nombres qui diffèrent un peu de ceux donnés ci-dessus, il trouve :

$$e = \frac{1 + 0{,}00077832\,(t-t')}{1 + 0{,}0015400\,(t-t')}\,e' - \frac{0{,}00077832\,(t-t')}{1+0{,}0015400\,(t-t')}\,b.$$

Soit

$$b = 336^l;\ t = 20^\circ,\ t' = 8^\circ,\ e' = 3^l{,}50;$$

il vient :

$$e = 0{,}991 .\, 3^l{,}50 - 3^l{,}18 = 3^l{,}47 - 3^l{,}18 = 0^l{,}29.$$

Dans nos contrées, $t$-$t'$ est rarement aussi grand que nous venons de le supposer ; d'après cela le coefficient de $e'$ diffère si peu de l'unité, que nous pouvons le remplacer par ce nombre ; nous pouvons, pour la même raison, négliger le dénominateur dans le coefficient de $b$. Nous avons alors :

$$e = e' - 0{,}00080358\,(t-t')\,b.$$

De cette manière, les deux termes du second membre sont un peu trop grands ; mais comme on les soustrait l'un de l'autre, l'erreur disparaît en partie. Dans l'exemple ci-dessus, l'on a :

$$e = 3^l{,}50 - 3^l{,}24 = 0^l{,}26.$$

*Bohnenberger* a essayé de déterminer les constantes de la formule par des observations directes ([1]. En observant simultanément un hygromètre de *Daniell* et un psychromètre, il a trouvé :

$$e = e' - \frac{0{,}289\,(t-t')}{324}\,b,$$

[1]) *Naturwissenchaftl. Abh.*, II, 162.

la température étant exprimée en degrés de Réaumur. Si l'on adopte la division centigrade, cette formule peut se mettre sous la forme suivante :

$$e = e' - 0{,}00071358\,(t - t')\,b.$$

Par une série d'observations semblables, *Burg* a trouvé [1] :

$$e = e' - \frac{0{,}33\,(t - t')}{324}\,b.$$

En réduisant les degrés Réaumur auxquels se rapporte cette formule, en degrés centésimaux, elle devient

$$e = e' - 0{,}00081482\,(t - t')\,b.$$

La formule que j'ai donnée se trouve, comme on voit, à peu près entre ces deux dernières.

Cette formule ne convient que pour de l'eau limpide. Si la boule du thermomètre est entourée d'une mince couche de glace, et que celle-ci s'évapore, alors les constantes se modifient un peu, parce qu'il faut avoir égard à la chaleur latente que l'eau met en évidence en passant à l'état de glace. D'après les recherches de *Lavoisier*, cette chaleur équivaut à 75° [2] et la valeur de $\lambda$ est 610° ; notre formule devient dans ce cas là, après avoir opéré les simplifications :

$$e = e' - 0{,}00075\,(t - t')\,b.$$

Quoique la quantité de vapeurs se tire très-simplement de cette formule, cependant il faut beaucoup de temps pour réduire de nombreuses observations. Ces considérations m'ont engagé à calculer dans les tables suivantes la valeur du second terme du second membre, jusqu'à une différence de température de 10°, de dixième en dixième, et pour une hauteur barométrique comprise entre 280[l] et 345[l], de cinq en cinq lignes.

---

1) *Zeitschrift für Mathem. u. Physik*, IV, 50.
2) *Biot*, Traité, IV, 693.

*TABLE pour déduire la quantité de vapeurs contenue dans l'atmosphère, des observations du psychromètre, lorsque la température du thermomètre humide est plus élevée que zéro.*

| t—t' | 280$^{l}$. | 285$^{l}$. | 290$^{l}$. | 295$^{l}$. | 300$^{l}$. | 305$^{l}$. | 310$^{l}$. | 315$^{l}$. | 320$^{l}$. | 325$^{l}$. | 330$^{l}$. | 335$^{l}$. | 340$^{l}$. | 345$^{l}$. | t—t' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0°,1 | 0$^{l}$,02 | 0$^{l}$,02 | 0$^{l}$,02 | 0$^{l}$,02 | 0$^{l}$,02 | 0$^{l}$,02 | 0$^{l}$,02 | 0$^{l}$,03 | 0$^{l}$,03 | 0$^{l}$,03 | 0$^{l}$,03 | 0$^{l}$,03 | 0$^{l}$,03 | 0$^{l}$,03 | 0°,1 |
| 0,2 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,06 | 0,2 |
| 0,3 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,3 |
| 0,4 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,4 |
| 0,5 | 0,11 | 0,11 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,14 | 0,14 | 0,5 |
| 0,6 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,17 | 0,6 |
| 0,7 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,7 |
| 0,8 | 0,18 | 0,18 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,8 |
| 0,9 | 0,20 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,23 | 0,23 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,25 | 0,25 | 0,9 |
| 1,0 | 0,23 | 0,23 | 0,23 | 0,24 | 0,24 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,26 | 0,26 | 0,27 | 0,27 | 0,27 | 0,28 | 1,0 |
| 2,0 | 0,45 | 0,46 | 0,47 | 0,47 | 0,48 | 0,49 | 0,50 | 0.51 | 0,51 | 0,52 | 0,53 | 0,54 | 0,55 | 0,55 | 2,0 |
| 3,0 | 0,68 | 0,69 | 0,70 | 0,71 | 0,72 | 0,74 | 0,75 | 0,76 | 0,77 | 0,78 | 0,80 | 0,81 | 0,82 | 0,83 | 3,0 |
| 4,0 | 0,90 | 0,92 | 0,93 | 0,95 | 0,96 | 0,98 | 1,00 | 1,01 | 1,03 | 1,04 | 1,06 | 1,08 | 1,09 | 1,11 | 4,0 |
| 5,0 | 1,13 | 1,15 | 1,17 | 1,19 | 1,21 | 1,23 | 1,25 | 1,27 | 1,29 | 1,31 | 1,33 | 1,35 | 1,37 | 1,39 | 5,0 |
| 6,0 | 1,35 | 1,37 | 1,40 | 1,42 | 1,45 | 1,47 | 1,49 | 1,52 | 1,54 | 1,57 | 1,59 | 1,62 | 1,64 | 1,66 | 6,0 |
| 7,0 | 1,57 | 1,60 | 1,63 | 1,66 | 1,70 | 1,72 | 1,74 | 1,77 | 1,80 | 1,83 | 1,86 | 1,88 | 1,91 | 1,94 | 7,0 |
| 8,0 | 1,80 | 1,83 | 1,86 | 1,90 | 1,94 | 1,96 | 1,99 | 2,02 | 2,06 | 2,09 | 2,12 | 2,15 | 2,19 | 2,22 | 8,0 |
| 9,0 | 2,03 | 2,06 | 2,10 | 2,14 | 2,18 | 2,21 | 2,24 | 2,28 | 2,31 | 2,35 | 2,39 | 2,42 | 2,46 | 2,49 | 9,0 |
| 10,0 | 2,25 | 2,29 | 2,33 | 2,37 | 2,41 | 2,45 | 2,49 | 2,53 | 2,57 | 2,61 | 2,65 | 2,69 | 2,73 | 2,77 | 10,0 |

*TABLE pour déduire la quantité de vapeurs contenue dans l'atmosphère, des observations du psychromètre, lorsque la boule du thermomètre humide est entourée d'une légère couche de glace.*

| $t-t'$ | 280l. | 285l. | 290l. | 295l. | 300l. | 305l. | 310l. | 315l. | 320l. | 325l. | 330l. | 335l. | 340l. | 345l. | $t-t'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0°,1 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,02 | 0l,03 | 0l,03 | 0l,03 | 0°,1 |
| 0,2 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,2 |
| 0,3 | 0,06 | 0,06 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,3 |
| 0,4 | 0,08 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,4 |
| 0,5 | 0,10 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,11 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,5 |
| 0,6 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,16 | 0,6 |
| 0,7 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | 0,7 |
| 0,8 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,21 | 0,8 |
| 0,9 | 0,19 | 0,19 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,23 | 0,23 | 0,23 | 0,9 |
| 1,0 | 0,21 | 0,21 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,23 | 0,23 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,26 | 1,0 |
| 2,0 | 0,42 | 0,43 | 0,44 | 0,44 | 0,45 | 0,46 | 0,46 | 0,47 | 0,48 | 0,49 | 0,49 | 0,50 | 0,51 | 0,52 | 2,0 |
| 3,0 | 0,63 | 0,64 | 0,65 | 0,66 | 0,67 | 0,69 | 0,70 | 0,71 | 0,72 | 0,73 | 0,74 | 0,75 | 0,76 | 0,78 | 3,0 |
| 4,0 | 0,84 | 0,85 | 0,87 | 0,88 | 0,90 | 0,92 | 0,93 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,99 | 1,00 | 1,02 | 1,04 | 4,0 |
| 5,0 | 1,05 | 1,07 | 1,09 | 1,11 | 1,12 | 1,14 | 1,16 | 1,18 | 1,20 | 1,22 | 1,24 | 1,26 | 1,27 | 1,29 | 5,0 |
| 6,0 | 1,26 | 1,28 | 1,31 | 1,33 | 1,35 | 1,37 | 1,39 | 1,42 | 1,44 | 1,46 | 1,48 | 1,51 | 1,53 | 1,55 | 6,0 |
| 7,0 | 1,47 | 1,50 | 1,52 | 1,55 | 1,57 | 1,60 | 1,63 | 1,65 | 1,68 | 1,71 | 1,73 | 1,76 | 1,79 | 1,81 | 7,0 |
| 8,0 | 1,68 | 1,71 | 1,74 | 1,77 | 1,80 | 1,83 | 1,86 | 1,89 | 1,92 | 1,95 | 1,98 | 2,01 | 2,04 | 2,07 | 8,0 |
| 9,0 | 1,89 | 1,92 | 1,96 | 1,99 | 2,02 | 2,06 | 2,09 | 2,13 | 2,16 | 2,19 | 2,23 | 2,26 | 2,29 | 2,33 | 9,0 |
| 10,0 | 2,10 | 2,14 | 2,17 | 2,21 | 2,25 | 2,29 | 2,32 | 2,36 | 2,40 | 2,44 | 2,47 | 2,51 | 2,55 | 2,59 | 10,0 |

L'emploi de ces deux tables est très-simple. Soit, par exemple, la température de l'air 18°, la hauteur du baromètre 335$^l$, et le thermomètre humide à 15°,2; on cherche d'abord dans la table des tensions de la vapeur, celle qui correspond à 15°,2=5$^l$,56; la différence entre les indications des deux thermomètres est 18° — 15°,2 = 2°,8 ; on cherche dans la première table les nombres correspondans à 2° est à 0°,8, qui se trouvent dans la colonne verticale de 335$^l$ ; si l'on retranche leur somme 0$^l$,22 + 0$^l$, 54 = 0$^l$,76 de 5$^l$,56, la différence 4$^l$,80 est la tension de la vapeur atmosphérique au moment de l'observation. Ces calculs sont si simples qu'avec un peu d'exercice, on parvient à les faire très-vite, et même à interpoler pour les valeurs de la hauteur barométrique qui se trouvent comprises entre les nombres des tables.

Quand on connaît la tension de la vapeur, on obtient très-facilement le point de rosée; il suffit de chercher dans la table des tensions de la vapeur à quelle température correspond la tension donnée.

Les deux hygromètres que nous venons de décrire donnent des résultat satisfaisans, et il est fort à désisirer qu'à l'avenir, ils soient seuls employés par les observateurs. Les anciens physiciens se servaient ordinairement, pour mesurer l'humidité de l'air, de corps organiques ; ces corps absorbent en partie l'eau dissoute dans l'atmosphère et subissent ainsi une variation dans leurs dimensions. Parmi ces hygromètres il n'en est que deux qui aient été généralement adoptés : ce sont l'*hygromètre à cheveu de Saussure* et l'*hygromètre à baleine de De Luc*.

Le cheveu s'allonge quand il devient humide ; dans un milieu saturé de vapeurs, cet allongement atteint son *maximum*, et si le cheveu a été bien préparé, il revient toujours à la même longueur dans les mêmes circonstances. Le place-t-on dans un air dont l'eau a été absorbée par du muriate de chaux, de l'acide sulfurique ou par un autre procédé quelconque, alors on le voit se contracter de plus en plus ([1]. *Saussure* se servit de

---

1) *Saussure*, HYGROMÉTRIE ; § 1 et suiv.

cette propriété pour construire l'hygromètre qui porte son nom. On met le cheveu dans un espace saturé de vapeurs, par exemple, sous la cloche d'une machine pneumatique dont on a mouillé un peu les parois, et où l'on a fait le vide; on mesure la longueur du cheveu, soit directement, en fixant un micromètre à l'extrémité libre, comme le recommande *Babinet* [1]; soit en accrochant l'un des bouts à un point fixe, et en attachant l'autre à la circonférence d'une petite poulie munie d'une aiguille qui parcourt un cadran circulaire dont le centre se trouve dans l'axe de la poulie. Lorsque le point de l'humidité extrême a été déterminé ainsi avec exactitude, l'on porte l'instrument sous une cloche où l'on a placé du muriate de chaux, et dont l'air a été extrait avec une grande rapidité. L'on obtient de cette manière un second point de l'échelle qui est celui de la plus grande sécheresse; l'on donne le chiffre 100 au premier point, le chiffre 0 au second; et l'on divise en 100 parties égales l'espace compris.

Cet instrument nous indiquera maintenant si, à un instant donné, l'atmosphère est plus près du point de saturation qu'à un autre. Il se présente deux moyens pour en déduire la quantité de vapeurs contenue dans l'air. On peut, par exemple, porter l'hygromètre dans un espace fermé qui n'est pas saturé de vapeurs, refroidir cet espace de plus en plus, suivre la marche de l'hygromètre vers le point de l'humidité extrême, et observer le degré de chaleur pour lequel l'hygromètre atteint 100 degrés; si, de plus, on a noté l'indication du thermomètre au commencement de l'expérience, on en conclura de combien il faut refroidir l'air qui contient actuellement une certaine quantité de vapeur pour que cette vapeur se condense. Soit par exemple, le thermomètre à 25°, l'hygromètre à 80°; ce dernier atteindra 100°, quand la température se sera abaissée de 10°; le point de rosée est donc 15°. *Saussure* a fait à cet égard

---

1) *Annales de Poggendorff*, II, 77.

de nombreuses recherches ([1], dont *Winckler* ([2] s'est servi pour calculer des tables par lesquelles on réduit immédiatement l'indication de l'hygromètre à une température normale. J'employai aussi, autrefois, ce procédé comme le plus simple quand on veut connaître la marche de l'instrument ([3]. Mais il conduit à des résultats très-peu exacts ; en effet, l'hygromètre n'est pas soumis à l'influence de la vapeur seule : pendant le refroidissement, il se fait une opération pyrométrique qui change les dimensions du cadre auquel est fixé le cheveu, et qui agit même sur ce dernier, de sorte que nous avons ici les effets de trois causes. De là provient encore la différence qui existe entre les résultats de *Le Roi* ([4] et ceux de *Saussure*, entre ceux de ce dernier physicien et les miens ; il employait un cadre en laiton, tandis que le mien était en verre. Pour toutes ces raisons, il est fort à désirer que les physiciens ne réduisent jamais leurs observations à une même température, puisque l'on obtient ainsi des nombres sur l'exactitude desquels on ne peut pas compter ([5].

*Saussure* essaya de déterminer le poids de la quantité de vapeurs contenue dans un pied cube d'air, à différentes températures ([6]. Mais les tables qu'il a données ne représentent que très-imparfaitement ce qui a lieu dans la nature ; et l'on n'en sera pas étonné, si l'on songe aux difficultés sans nombre qu'offre la solution de ce problème. Il est bien plus sûr de calculer la force expansive de la vapeur. La tension de la vapeur d'eau à l'état de saturation est connue, et l'hygromètre, dans un espace saturé, doit marquer 100° ; maintenant si la tempé-

---

1) *Saussure*, HYGROMÉTRIE, § 86 et suiv.

2) *Winckler*, *Tafel um hygrometerstände*. Halle, 1826.

3) *Untersuchungen*, *S.* VI. Halle, 1826.

4) *Saussure*, HYGROMÉTRIE, § 333.

5) *Allg. lit. Zeit. für* 1828, I, 60. J'ai refait depuis mes expériences avec un instrument en laiton, et j'ai obtenu à très-peu près les mêmes résultats que *Saussure*, tandis qu'un hygromètre monté sur verre qui se trouvait sous la même cloche donnait des résultats très-différens.

6) *Saussure*, HYGROMÉTRIE, § 171.

rature restant la même, la quantité de vapeurs est réduite à moitié, l'hygromètre marche vers 0° et bientôt il s'arrête à 72° : nous pouvons en conclure qu'alors l'air renferme la moitié de la quantité de vapeurs qu'il peut contenir à cette température.

C'est à *Gay-Lussac* que l'on doit les premières recherches exactes sur cet objet (1. Supposez que l'on place de l'eau distillée sous une cloche de verre ; l'espace intérieur ne tardera pas à se saturer de vapeurs et l'hygromètre marquera 100°. A 10° de température, la tension de l'eau pure est de $3^l,99$ ; nous la représenterons par 100. Si l'on met dans le vase une dissolution saline, il se formera encore des vapeurs qui satureront l'espace, mais dont une partie sera absorbée par le sel, de sorte que l'hygromètre n'atteindra plus 100°. Pour le muriate de chaux, par exemple, d'une densité égale à 1,348, l'hygromètre s'arrêtera à 71°. On mesure la tension de la vapeur produite comme si c'était de la vapeur d'eau, dans la partie vide du baromètre ; on trouve $2^l,01$ ou 50,5, la tension de l'eau étant 100. *Gay-Lussac* a fait ainsi beaucoup d'expériences, avec différens liquides, à la température de 10°, et il a obtenu les résultats suivans :

| NATURE DES DISSOLUTIONS. | TENSION des DISSOLUTIONS A 10°, celle de l'eau étant 100. | DEGRÉS CORRESPONDANS de l'hygromètre à cheveu. |
|---|---|---|
| Eau. . . . . . . . . . | 100°,0 | 100°,0 |
| Muriate de soude . . . . | 90,6 | 97,7 |
| Idem. . . . . . | 82,3 | 92,2 |
| Idem. . . . . . | 75,9 | 87,4 |
| Muriate de chaux . . . . | 66,0 | 82,0 |
| Idem. . . . . | 50,5 | 71,0 |
| Idem. . . . . | 37,6 | 61,3 |
| Acide sulfurique . . . . | 18,1 | 33,1 |
| Idem. . . . | 12,2 | 25,3 |
| Idem. . . . . | 2,4 | 6,1 |
| Idem. . . . . | 0,0 | 0,0 |

1) *Biot*, TRAITÉ DE PHYSIQUE, II, 199.

Si l'on construit ces résultats, en prenant les tensions pour abscisses et les degrés de l'hygromètre pour ordonnées, on trouve une courbe qui se rapproche beaucoup d'une hyperbole dont la partie concave est tournée vers l'axe des abcisses, et dont l'axe fait avec cette dernière droite un angle de 45°. C'est ainsi que *Biot* a trouvé une formule qui lie entre eux les degrés de l'hygromètre et les tensions correspondantes de la vapeur ([1]. *Prinsep* a répété ces expériences, en prenant la température de 30° (entre 80 et 90° *Fahr.*) ([2]. La table suivante renferme les moyennes des indications de deux hygromètres suspendus dans la cloche qui renfermait la dissolution saline.

| NATURE DES DISSOLUTIONS. | TENSION des DISSOLUTIONS A 30°, celle de l'eau étant 100. | DEGRÉS CORRESPONDANS de l'hygromètre à cheveu. |
|---|---|---|
| Acide sulfurique. . . . . | 0,°0 | 0,°0 |
| Idem. . . . . . | 3,5 | 13,5 |
| Idem. . . . . . | 5,0 | 19,0 |
| Idem. . . . . . | 6,2 | 23,6 |
| Idem. . . . . . | 13,0 | 34,0 |
| Idem. . . . . . | 18,8 | 46,6 |
| Idem. . . . . . | 22,0 | 49,5 |
| Idem. . . . . . | 31,1 | 59,8 |
| Idem. . . . . . | 37,6 | 64,0 |
| Idem. . . . . . | 54,6 | 76,4 |
| Idem. . . . . . | 57,0 | 80,0 |
| Idem. . . . . . | 68,8 | 85,5 |
| Muriate de soude . . . . | 76,8 | 89,5 |
| Eau. . . . . . . . . . | 100,0 | 100,0 |

Le tableau suivant renferme les résultats calculés par *Prinsep*,

[1]) I, 1, 202.

[2]) *Zeitschrift für Physik und Mathem.* II, 29.

d'après ces expériences, mis en regard de ceux que *Biot* a déduits des expériences de *Gay-Lussac*.

| HYGROMÈT. | TENSION. | | HYGROMÈT. | TENSION. | | HYGROMÈT. | TENSION. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Gay-Lus. | Prinsep. | | Gay-Lus. | Prinsep. | | Gay-Lus. | Prinsep. |
| 30° | 14,8 | 9,1 | 54° | 31,0 | 25,4 | 78° | 58,2 | 55,7 |
| 31 | 15,4 | 9,5 | 55 | 31,8 | 26,3 | 79 | 59,7 | 57,4 |
| 32 | 15,9 | 9,9 | 56 | 32,7 | 27,3 | 80 | 61,2 | 59,2 |
| 33 | 16,5 | 10,4 | 57 | 33,6 | 28,4 | 81 | 62,9 | 61,0 |
| 34 | 17,1 | 10,9 | 58 | 34,5 | 29,4 | 82 | 64,6 | 62,8 |
| 35 | 17,7 | 11,4 | 59 | 35,4 | 30,4 | 83 | 66,2 | 64,6 |
| 36 | 18,3 | 12,0 | 60 | 36,3 | 31,5 | 84 | 67,9 | 66,4 |
| 37 | 18,9 | 12,5 | 61 | 37,3 | 32,6 | 85 | 69,6 | 68,3 |
| 38 | 19,5 | 13,0 | 62 | 38,3 | 33,7 | 86 | 71,5 | 70,2 |
| 39 | 20,2 | 13,7 | 63 | 39,4 | 34,9 | 87 | 73,4 | 72,1 |
| 40 | 20,8 | 14,3 | 64 | 40,4 | 36,0 | 88 | 75,3 | 74,2 |
| 41 | 21,4 | 14,9 | 65 | 41,4 | 37,2 | 89 | 77,2 | 76,1 |
| 42 | 22,1 | 15,6 | 66 | 42,6 | 38,4 | 90 | 79,1 | 78,2 |
| 43 | 22,8 | 16,3 | 67 | 43,7 | 39,7 | 91 | 81,1 | 80,3 |
| 44 | 23,5 | 17,0 | 68 | 44,9 | 41,0 | 92 | 83,1 | 82,4 |
| 45 | 24,1 | 17,7 | 69 | 46,0 | 42,2 | 93 | 85,1 | 84,5 |
| 46 | 24,9 | 18,5 | 70 | 47,2 | 43,6 | 94 | 87,1 | 86,6 |
| 47 | 25,6 | 19,3 | 71 | 48,5 | 44,7 | 95 | 89,1 | 88,7 |
| 48 | 26,3 | 20,1 | 72 | 49,8 | 46,2 | 96 | 91,2 | 90,9 |
| 49 | 27,1 | 20,9 | 73 | 51,1 | 47,7 | 97 | 93,4 | 93,1 |
| 50 | 27,8 | 21,8 | 74 | 52,4 | 49,1 | 98 | 95,6 | 95,4 |
| 51 | 28,6 | 22,6 | 75 | 53,8 | 50,6 | 99 | 97,8 | 97,3 |
| 52 | 29,4 | 23,5 | 76 | 55,3 | 52,2 | 100 | 100,0 | 100,0 |
| 53 | 30,2 | 24,4 | 77 | 56,7 | 53,9 | | | |

L'application de cette table est bien simple. Supposez qu'à la température de 19°, l'hygromètre marque 76°; d'après *Gay-Lussac*, l'atmosphère contient alors une quantité de vapeurs

égale à 55,3, celle qui répondrait à l'état de saturation étant 100; mais à l'état de saturation et à 19°, le poids de la vapeur est le même que celui d'une colonne de mercure de $7^l,04$; multiplions ce nombre par 55,3 et divisons par 100 : le résultat $3^l,89$ sera la tension de la vapeur correspondante à 76°. — Quant aux différences que l'on remarque entre les résultats de *Gay-Lussac* et de *Prinsep*, faut-il les attribuer aux erreurs des observations, ou bien proviennent-elles de ce que ces observations ont été faites à des températures différentes : c'est ce que des recherches ultérieures pourront seules nous apprendre. Heureusement ces différences sont peu de chose entre 50 et 100°, intervalle que l'hygromètre parcourt ordinairement.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

---

Pour déterminer la quantité de vapeurs contenue dans l'atmosphère à différentes époques de l'année, il faut connaître d'abord la marche diurne de l'hygromètre, et l'état relatif et absolu de l'humidité aux mêmes heures. Jusqu'à présent nous sommes encore tout-à-fait dépourvus d'observations hygrométriques horaires, ct l'on ne peut guère ajouter à ce que *Saussure* avait fait remarquer à ce sujet ([1]. D'après ce physicien, l'air atteint son *maximum* d'humidité un peu après le lever du soleil; puis l'hygromètre marche peu à peu vers la sécheresse, dont il atteint le plus haut terme quelque temps après que le *maximum* diurne de température a eu lieu; ensuite il va à l'humide jusqu'au lendemain matin. Mais l'hygromètre ne nous donne que l'état relatif d'humidité de l'atmosphère : la quantité de vapeurs qu'elle renferme demeurât-elle la même pendant le jour, l'instrument devrait encore indiquer une marche progressive vers la sécheresse. Lorsqu'on note en même temps les indications du thermomètre, alors il est facile de calculer la quantité de vapeurs contenue dans l'air. Les observations faites à Genève pendant

---

1) *Saussure*, HYGROMÉTRIE, § 317.

cinq années (1819-1823) donnent les résultats suivans, au lever du soleil et à 2h.

| MOIS. | THERMOMÈTRE. | | HYGR. A CHEVEU. | | QUANTITÉ DE VAPEURS. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Lever. | 2 h. | Lever. | 2 h. | Lever. | 2 h. | Moyenne |
| Janvier . . | — 1°,1 | 2°,5 | 92°,4 | 84°,6 | 1l,58 | 1l,67 | 1l,62 |
| Février. . . | 0,0 | 5,6 | 91,6 | 74,8 | 1,71 | 1,67 | 1,69 |
| Mars . . . . | 2,3 | 9,5 | 89,3 | 70,2 | 1,86 | 1,85 | 1,86 |
| Avril. . . . | 5,8 | 14,8 | 91,9 | 65,7 | 2,47 | 2,31 | 2,39 |
| Mai. . . . . | 9,2 | 19,0 | 91,8 | 66,8 | 3,14 | 3,03 | 3,08 |
| Juin . . . . | 10,7 | 20,7 | 91,7 | 69,9 | 3,43 | 3,54 | 3,48 |
| Juillet . . . | 13,3 | 21,4 | 93,3 | 69,1 | 4,43 | 3,78 | 4,08 |
| Août. . . . | 12,7 | 22,4 | 95,0 | 69,4 | 4,24 | 4,06 | 4,15 |
| Septembre. | 10,3 | 18,9 | 94,9 | 72,1 | 3,61 | 3,52 | 3,56 |
| Octobre . . | 6,8 | 12,7 | 93,1 | 78,5 | 2,76 | 2,82 | 2,79 |
| Novembre . | 3,2 | 7,5 | 94,6 | 77,5 | 2,15 | 1,95 | 2,05 |
| Décembre . | 0,8 | 4,1 | 90,7 | 82,8 | 1,77 | 1,75 | 1,76 |

On voit que généralement l'hygromètre va au sec entre le lever du soleil et 2h, mais tandis que ses indications du matin varient très-peu pendant le cours de l'année, il éprouve des changemens bien plus grands l'après-midi ; en été, l'hygromètre se trouve, à 2h, beaucoup plus rapproché du terme extrême de la sécheresse qu'en hiver ; c'est en été aussi que la différence entre les températures des deux époques du jour est la plus grande. Pour obtenir la quantité exacte de vapeurs contenue dans l'atmosphère, il faudrait calculer séparément chaque observation hygrométrique. Les résultats du tableau ci-dessus ont été déduits des moyennes mensuelles, au moyen des tables de *Gay-Lussac*. Ils montrent que la tension de la vapeur est à peu près la même aux deux époques des observations ; la tension moyenne de l'année est 2l,76 au lever du soleil et 2l,66 à 2 heures ; en général, la tension est un peu plus faible le soir que le matin.

Comme je n'ai pas calculé les observations séparément, on pourrait croire que la différence dont je viens de parler provient de ce que les moyennes hygrométrique et thermométrique donnent un résultat qui s'écarte du véritable état moyen. Pour lever ce doute, *Dove* a calculé séparément trois années d'observations faites à Londres par *Daniell* avec l'hygromètre à esprit de vin, et il a obtenu ainsi les nombres qui suivent pour la tension de la vapeur atmosphérique [1].

| MOIS. | MATIN. | APRÈS-MIDI. | SOIR. [2] |
|---|---|---|---|
| Janvier . . . . . . . | 2,78 | 2,88 | 2,82 |
| Février . . . . . . . | 2,90 | 2,89 | 2,85 |
| Mars . . . . . . . . | 3,43 | 3,42 | 3,32 |
| Avril . . . . . . . . | 3,89 | 3,87 | 3,77 |
| Mai. . . . . . . . . | 4,24 | 4,21 | 4,14 |
| Juin . . . . . . . . | 5,03 | 5,19 | 4,94 |
| Juillet. . . . . . . . | 5,56 | 5,65 | 5,15 |
| Août . . . . . . . . | 5,77 | 5,92 | 5,67 |
| Septembre . . . . . | 5,36 | 5,40 | 5,09 |
| Octobre . . . . . . . | 4,20 | 4,27 | 4,01 |
| Novembre . . . . . | 3,53 | 3,64 | 3,49 |
| Décembre. . . . . . | 3,20 | 3,35 | 3,30 |

Nous voyons encore ici que la tension de la vapeur atmosphérique, surtout pendant les mois d'été, est plus grande le matin que dans la journée : c'est ce que confirment aussi les observations faites pendant 11 années à Paris par M. *Bouvard*. Ces observations fournissent les résultats suivans :

1) *Annales de Poggendorff*, XVI, 297.

2) *Daniell* ne précise pas davantage les époques des observations.

| MOIS. | THERMOMÈTRE. | | | | HYGROMÈTRE A CHEVEU. | | | | TENSION DE LA VAPEUR ATMOSPHÉRIQUE. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 9 h. mat. | Midi. | 3 h. soir. | 9 h. soir. | 9 h. mat. | Midi. | 3 h. soir. | 9 h. soir. | 9 h. mat. | Midi. | 3 h. soir. | 9 h. soir. |
| Janvier . . . . | 2°,3 | 4°,0 | 4°,2 | 2°,1 | 90° | 84° | 82° | 90° | 1l,88 | 1l,82 | 1l,76 | 1l,86 |
| Février . . . . | 3,8 | 6,5 | 6,9 | 3,8 | 89 | 80 | 76 | 88 | 2,03 | 1,93 | 1,79 | 2,01 |
| Mars. . . . . . | 6,7 | 9,3 | 9,6 | 5,9 | 82 | 69 | 66 | 83 | 2,09 | 1,75 | 1,67 | 2,01 |
| Avril . . . . . | 11,5 | 14,1 | 14,4 | 9,7 | 72 | 60 | 57 | 74 | 2,19 | 1,87 | 1,80 | 2,03 |
| Mai . . . . . . | 15,1 | 17,4 | 17,5 | 12,8 | 73 | 65 | 63 | 80 | 2,82 | 2,62 | 2,50 | 2,92 |
| Juin. . . . . . | 18,6 | 20,9 | 21,2 | 16,1 | 70 | 62 | 60 | 78 | 3,23 | 3,00 | 2,89 | 3,41 |
| Juillet. . . . . | 20,1 | 22,3 | 22,5 | 17,6 | 71 | 63 | 61 | 78 | 3,61 | 3,35 | 3,21 | 3,75 |
| Août . . . . . | 21,0 | 22,6 | 22,7 | 17,2 | 75 | 65 | 62 | 80 | 4,31 | 3,58 | 3,34 | 3,84 |
| Septembre . . | 16,8 | 19,7 | 19,9 | 15,1 | 81 | 69 | 66 | 85 | 3,87 | 3,38 | 3,19 | 3,81 |
| Octobre. . . . | 10,9 | 14,0 | 14,5 | 10,3 | 89 | 78 | 73 | 90 | 3,26 | 2,99 | 2,71 | 3,22 |
| Novembre. . . | 6,5 | 9,0 | 9,2 | 6,7 | 89 | 80 | 76 | 88 | 2,43 | 2,08 | 2,08 | 2,41 |
| Décembre. . . | 3,5 | 5,5 | 5,7 | 3,9 | 91 | 85 | 84 | 90 | 2,10 | 2,07 | 2,04 | 2,10 |

Ces observations nous donnent sensiblement la même diminution, pendant le jour, de la tension atmosphérique, que celles de Genève et de Londres. Déjà *Saussure* avait montré la cause réelle de ce phénomène (1, et sa théorie a été confirmée par *Dove*. Pendant que l'atmosphère se refroidit dans la nuit, elle se rapproche continuellement de l'état de saturation et il arrive un instant où la vapeur se précipite dans les régions inférieures sous forme de rosée ou de brouillard ; par là il s'opère un vide à la surface de la terre, et les vapeurs descendent des régions supérieures pour l'occuper. Le matin, la rosée s'évapore, la tension de la vapeur augmente, et le *maximum* d'humidité ne se présente qu'un peu après l'époque du *minimum* de température diurne. Quand la chaleur augmente, les courans d'air ascendans enlèvent la vapeur à la terre, pendant que par l'évaporation il s'en forme continuellement.

Si cette théorie est exacte, les variations de l'hygromètre, même dans la supposition d'égales variations de chaleur, doivent être plus faibles, quand on s'élève au-dessus de la terre : alors, la quantité absolue de vapeurs est plus grande le jour que la nuit et le matin. *Saussure* était parvenu à ce résultat au moyen d'expériences faites à de petites hauteurs )[2] et plus tard il le trouva confirmé par des observations hygrométriques faites sur le Mont-Blanc : l'hygromètre y était plus éloigné du point de l'humidité extrême le matin que l'après-midi )[3]. C'était aussi l'opinion de *De Luc* ([4] et de *Dove* ([5]. Les observations faites à l'hospice du Grand-St-Bernard, mettent complétement en évidence cette faible variation de l'hygromètre et l'augmentation de tension de la vapeur pendant le jour. Les observations faites en concordance avec celles de Genève dont il a été question

---

1) *Saussure*, HYGROMÉTRIE, § 319.
2) *Id.* *ibid.* § 349.
3) *Id.* *Voyages*, IV, 365, § 1126.
4) *De Luc*, IDÉES, II, 12, § 545.
5) *Poggendorff*, ANNALES, XVI, 297.

plus haut, ont donné les résultats suivans :

| MOIS. | THERMOMÈTRE. | | HYGROMÈTRE. | | TENSION DE LA VAP. | | Moyenne |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Lever. | 2 heures. | Lever. | 2 heures. | Lever. | 2 heures. | |
| Janvier . . . | —11°6 | — 6°,4 | 84°,4 | 79°,9 | 0l,69 | 0l,79 | 0l,74 |
| Février . . . | — 9,2 | — 4,7 | 85,5 | 76,0 | 0,75 | 0,81 | 0,78 |
| Mars . . . . | — 8,1 | — 2,5 | 87,3 | 76,8 | 0,87 | 0,98 | 0,93 |
| Avril . . . . | — 4,6 | + 1,5 | 88,2 | 78,5 | 1,11 | 1,31 | 1,21 |
| Mai . . . . . | — 0,8 | 5,7 | 87,1 | 78,9 | 1,43 | 1,80 | 1,61 |
| Juin . . . . | + 1,3 | 7,3 | 85,8 | 80,0 | 1,63 | 1,96 | 1,80 |
| Juillet . . . | 2,3 | 8,5 | 85,3 | 80,8 | 1,80 | 2,26 | 2,03 |
| Août . . . . | 5,2 | 10,1 | 86,0 | 81,2 | 2,07 | 2,56 | 2,32 |
| Septembre . | 2,2 | 6,7 | 86,4 | 81,0 | 1,72 | 2,02 | 1,87 |
| Octobre. . . | — 2,1 | 1,2 | 84,6 | 81,7 | 1,22 | 1,44 | 1,33 |
| Novembre . | — 5,0 | — 1,4 | 86,3 | 84,1 | 1,06 | 1,22 | 1,14 |
| Décembre . | — 5,9 | — 4,4 | 87,9 | 86,7 | 0,91 | 1,01 | 0,96 |

L'hygromètre ici suit une tout autre marche qu'à Genève ; il indique généralement une plus grande sécheresse au lever du soleil et une plus grande humidité à 2 heures. Les variations du thermomètre sont moindres également ; mais on voit qu'elles ne sont pas la seule cause de cette marche différente ; car, pour chaque mois, la tension de la vapeur est plus grande l'après-midi que le matin ; les nombres qui l'expriment diffèrent beaucoup plus l'été que l'hiver, tandis que c'est à la première de ces époques que la chaleur du soleil atteint son *maximum* et que le courant ascendant qui enlève la vapeur à la terre est le plus rapide.

Pour représenter la marche de l'hygromètre pendant le cours de l'année, nous emploierons une formule analogue à celle qui nous a servi pour déterminer les variations de la chaleur. Pour Londres, j'ai pris l'humidité absolue d'après les calculs de *Dove ;* en estimant l'humidité relative, j'ai employé la moyenne

température et le moyen point de rosée des mois pris séparément. Pour Paris, je me suis borné, dans la détermination de ces deux élémens, aux observations de 9 heures et de 12 heures. Pour Genève et le grand St-Bernard, j'ai fait usage des deux séries d'observations existantes. En fixant le commencement de l'année au 1er janvier, et en désignant la quantité absolue de vapeurs par E, et la quantité relative par H, nous trouvons :

LONDRES.

$$E_n = 4^l{,}152 + 1{,}382 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,30^\circ + 241^\circ\,21'\right] + 0{,}212 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,60^\circ + 2^\circ\,20'\right]$$

$$H_n = 86^\circ{,}54 + 9{,}375 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,30^\circ + 105^\circ\,43'\right] + 1{,}274 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,60^\circ + 34^\circ\,30'\right]$$

PARIS.

$$E_n = 2^l{,}800 + 1{,}052 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,30^\circ + 231^\circ\,4'\right] + 0{,}196 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,60^\circ + 349^\circ\,9'\right]$$

$$H_n = 65^\circ{,}95 + 15{,}09 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,30^\circ + 107^\circ\,53'\right] + 0{,}749 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,60^\circ + 45^\circ\,29'\right]$$

GENÈVE.

$$E_n = 2^l{,}708 + 1{,}261 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,30^\circ + 244^\circ\,43'\right] + 0{,}183 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,60^\circ + 15^\circ\,31'\right]$$

$$H_n = 66^\circ{,}14 + 7{,}048 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,30^\circ + 120^\circ\,58'\right] + 2{,}652 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,60^\circ + 66^\circ\,53'\right]$$

SAINT-BERNARD.

$$E_n = 1^l{,}393 + 0{,}692 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,30^\circ + 242^\circ\,48'\right] + 0{,}088 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,60^\circ + 20^\circ\,10'\right]$$

$$H_n = 68^\circ{,}89 + 1{,}044 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,30^\circ + 60^\circ\,27'\right] + 1{,}269 \sin.\left[(n+\tfrac{1}{2})\,60^\circ + 75^\circ\,10'\right].$$

La quantité absolue de vapeurs contenue dans l'atmosphère augmente avec la chaleur; elles atteignent toutes deux leur *minimum* en janvier, et leur *maximum* en juillet. Ces termes

extrêmes se présentent pour la première :

| LIEUX. | MINIMUM. | MAXIMUM. |
| --- | --- | --- |
| Londres . . . . . | 14 janvier. | 3 août. |
| Paris . . . . . . . | 28 janvier. | 12 août. |
| Genève. . . . . . | 16 janvier. | 27 juillet. |
| St-Bernard. . . . . | 21 janvier. | 28 juillet. |

En prenant les moyennes de ces quatre déterminations, le *minimum* arriverait le 20 janvier; le *maximum*, le 25 juillet : tous deux, comme on voit, un peu après les extrêmes de température. Pour savoir si ce retard de quelques jours est accidentel ou conforme aux lois de la nature, il faudrait un nombre d'observations bien plus grand que celles dont on a pu faire usage ici.

L'humidité relative suit une marche toute différente. Quand après le milieu de janvier, la chaleur commence à s'élever, la quantité de vapeurs qui se forme augmente, il est vrai; mais comme cette vapeur ne se répand que lentement dans l'atmosphère, il en résulte que l'accroissement de l'humidité n'est pas aussi rapide que l'on pourrait s'y attendre, d'après les changemens de température; l'atmosphère devient relativement plus sèche. Cette circonstance se présente surtout en avril et mai, lorsque la chaleur augmente avec le plus de rapidité. Lorsque, plus tard, le thermomètre varie moins, la quantité de vapeurs éprouve un accroissement un peu plus rapide que la chaleur, et l'atmosphère s'approche du point de saturation; en automne, lorsque la température décroît de plus en plus, une partie de l'eau, dissoute dans l'air, se précipite. Si nous cherchons les jours où tombent les termes extrêmes, nous trouvons :

| LIEUX. | MINIMUM. | MAXIMUM. |
| --- | --- | --- |
| Londres. . . . . . | 31 mai. | 12 décembre. |
| Paris. . . . . . . | 26 mai. | 20 décembre. |
| Genève. . . . . . | 1 mai. | 25 décembre. |

Au Grand-St-Bernard, l'humidité relative varie si peu qu'on pourrait, pour ainsi dire, la regarder comme constante pendant tout le cours de l'année. D'après la table donnée ci-dessus, il paraîtrait que l'air est le plus sec au milieu de mai et le plus humide au milieu de décembre, comme *Lambert* l'avait trouvé déjà (1.

Il est probable que l'humidité relative, aussi bien que l'humidité absolue devient d'autant plus faible qu'on s'éloigne davantage des côtes pour s'avancer dans l'intérieur des continens; mais jusqu'ici, nous n'avons pas d'observations suffisantes pour estimer la grandeur de cette variation (2. Elle semble mise en évidence, il est vrai, par les observations de Londres et de Paris; mais, en premier lieu, ces observations n'ont pas été faites avec les mêmes instrumens, et, en second lieu, il pourrait arriver que si nous calculions séparément chaque observation de Paris, l'état hygrométrique fût un peu différent de celui que nous avons trouvé. Quoi qu'il en soit, l'on sait qu'à la même température, la vapeur se condense bien plus rapidement dans l'intérieur des terres que dans le voisinage des côtes; il en résulte que la sécheresse doit être plus grande au milieu des continens. Dans la Hongrie, quand il n'est pas tombé

---

1) *Lambert*, DEUTSCHER GELEHRTER BRIEFWECHSEL, III, 318. Lorsqu'un jour nous possèderons des observations de ce genre pour toutes les contrées de l'Europe, il pourra se manifester des différences de climat très-importantes.

2) De nouvelles observations hygrométriques se font avec régularité à Berlin, par *Poggendorff*, et à Prague, par *Hallaschka;* mais comme elles embrassent à peine une période de quelques mois, nous ne pouvons en faire usage ici. Nous ne pouvons pas profiter non plus des observations que *Schön* avait réunies dans son traité de l'atmosphère, parce que nous ne connaissons pas la graduation de son hygromètre; il en est de même des recherches faites pendant un grand nombre d'années à Ratisbonne, par *Heinrich* avec un hygromètre de *Lambert*, et de plusieurs autres recueils d'observations. J'ai dû renoncer également à employer les observations psychrométriques de *Plieninger* à Stuttgart, n'ayant pu me procurer la *Correspondance* de la société d'économie rurale du Wurtemberg dans laquelle elles ont été imprimées.

de pluie pendant la journée, l'atmosphère est inondée de poussière ([1]; et la sueur disparaît du corps presqu'en même temps qu'elle se forme ([2].

---

Dans un même lieu, non-seulement l'élasticité de la vapeur n'est pas la même aux différentes époques de l'année, mais elle est encore sujette à de fréquentes oscillations dont une des causes les plus influentes est l'action des vents. *Saussure* avait déjà remarqué cette action ([3], et *Daniell*, en comparant le point de rosée de son hygromètre pour différens vents, trouva que la quantité de vapeurs était beaucoup plus grande par les vents chauds du sud que par les vents froids du nord ([4]. Depuis, *Dove* a calculé la quantité de vapeurs contenue dans l'atmosphère d'après chaque observation séparée de *Daniell*, et il en a conclu la tension de la vapeur correspondante à chaque vent ([5]; ses résultats sont renfermés dans le tableau suivant :

| | N. | NO. | O. | SO. | S. | SE. | E. | NE. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hiver . . . . | $2^{l}$,43 | $2^{l}$,22 | $2^{l}$,18 | $3^{l}$,04 | $3^{l}$,56 | $3^{l}$,62 | $3^{l}$,24 | $2^{l}$,72 |
| Printemps. . | 3,22 | 3,14 | 4,10 | 4,33 | 4,49 | 4,15 | 3,88 | 3,35 |
| Été . . . . . | 4,74 | 4,59 | 5,49 | 6,10 | 6,74 | 6,13 | 5,48 | 4,96 |
| Automne . . | 3,29 | 3,78 | 3,81 | 4,87 | 4,90 | 5,17 | 4,46 | 3,84 |
| Année. . . . | 3,56 | 3,42 | 3,76 | 4,66 | 4,91 | 4,71 | 4,27 | 3,76 |

Ils nous apprennent également que la tension de la vapeur atmosphérique est beaucoup plus faible par un vent N. ou O. que par un vent S. ou E. Pour écarter les anomalies indivi-

---

1) *Wahlenberg*, FLORA CARPATH., p. XCVIII.
2) *Ibid.*, p. CI.
3) *Saussure*, HYGROMÉTRIE.
4) *Daniell*, METEOROL. ESS., p. 269.
5) *Annales de Poggendorff*. XVI, 286.

duelles, *Dove* a imaginé une formule qui représente très-bien les données de l'observation.

En comptant les degrés de la rose des vents du N. par l'O. jusqu'à 360°, et en supposant que chacun de ses points corresponde à 45°, la formule suivante donne la tension $E_n$ de la vapeur correspondante au point $n$ de la rose des vents :

$$E_n = E + u' \sin. (n.45 + v') + u'' \sin. (n.90^\circ + v'').$$

En déterminant les constantes, on trouve :

Hiver : $E_n = 2^l,872 + 0,7501 \sin. (n.45^\circ + 232^\circ\,24') + 0,1338 \sin. (n.90^\circ + 81^\circ\,32')$;

Printemps : $E_n = 3^l,834 + 0,6719 \sin. (n.45^\circ + 274^\circ\,2') + 0,1195 \sin. (n.90^\circ + 214^\circ\,26')$;

Été : $E_n = 5^l,527 + 0,9726 \sin. (n.45^\circ + 266^\circ\,11') + 0,1555 \sin. (n.90^\circ + 125^\circ\,24')$;

Automne : $E_n = 4^l,263 + 0,8601 \sin. (n.45^\circ + 254^\circ\,51') + 0,0624 \sin. (n.90^\circ + 341^\circ\,34')$;

Année : $E_n = 4^l,130 + 0,7514 \sin. (n.45^\circ + 254^\circ\,58') + 0,1320 \sin. (n.90^\circ + 123^\circ\,41')$.

En 1827 j'avais fait des recherches analogues pour Paris. Je notais, pour chaque mois, l'indication de l'hygromètre à midi, et celle du thermomètre pour chaque vent : je pouvais ainsi estimer la tension de la vapeur atmosphérique correspondante à chaque vent. Voici les résultats auxquels je parvins :

| | N. | NO. | O. | SO. | S. | SE. | E. | NE. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hiver . . . . | 1l,68 | 1l,26 | 1,54 | 2l,02 | 2l,29 | 2l,46 | 2l,21 | 1l,73 |
| Printemps. . | 1,77 | 1,77 | 1,78 | 2,28 | 2,51 | 2,30 | 2,19 | 1,95 |
| Été . . . . . | 3,22 | 2,92 | 3,30 | 3,95 | 3,90 | 3,41 | 3,29 | 3,03 |
| Automne . . | 2,53 | 2,28 | 2,45 | 3,07 | 3,57 | 3,35 | 2,76 | 2,67 |
| Année. . . . | 2,30 | 2,06 | 2,27 | 2,83 | 3,07 | 2,88 | 2,61 | 2,35 |

Ces nombres sont très-bien représentés par les formules suivantes :

Hiver : $E_n = 1^l,899 + 0,5300 \sin. (n.45^\circ + 231^\circ 42') + 0,0555 \sin. (n.90^\circ + 97^\circ 46')$;

Printemps : $E_n = 2^l,069 + 0,3641 \sin. (n.45^\circ + 255^\circ 45') + 0,0872 \sin. (n.90^\circ + 117^\circ 18')$;

Été : $E_n = 3^l,377 + 0,4266 \sin. (n.45^\circ + 280^\circ 36') + 0,2194 \sin. (n.90^\circ + 137^\circ 46')$;

Automne : $E_n = 2^l,835 + 0,5388 \sin. (n.45^\circ + 248^\circ 45') + 0,2242 \sin. (n.90^\circ + 97^\circ 3')$;

Année : $E_n = 2^l,546 + 0,4462 \sin. (n.45^\circ + 251^\circ 10') + 0,1145 \sin. (n.90^\circ + 121^\circ 36')$.

En cherchant les termes extrêmes et la différence des tensions correspondantes, on trouve :

| | MINIMUM. | MAXIMUM. | DIFFÉRENCE. |
|---|---|---|---|
| Hiver. . . . . . | N. 50° O. | S. 29° E. | 1l,082 |
| Printemps . . . . | N. 44 O. | S. 24 E. | 0,786 |
| Été . . . . . . | N. 41 O. | S. 19 O. | 1,044 |
| Automne. . . . . | N. 61 O. | S. 6 E. | 1,288 |
| Année . . . . . | N. 45 O. | S. 2 E. | 0,980 |

Le *minimum* moyen de tension se rapporte donc au NO ; le *maximum* moyen est un peu à l'est du sud. Le *minimum* et le *maximum* se meuvent, pendant le cours de l'année, autour de leurs directions moyennes; pendant l'été le *maximum* se trouve visiblement à l'ouest du sud. Nous pourrons peut-être nous expliquer ces particularités, quand nous aurons étudié les variations de la température et la distribution des pluies en Europe.

L'influence de la direction des vents sur la tension de la vapeur est si grande que, lorsque le point de rosée change, on peut prédire avec quelque certitude un changement prochain de vent.

L'humidité relative de l'air n'est pas non plus la même pour chaque vent ; en général, l'air est plus rapproché du point de saturation par un vent NO. que par un vent S. ou SE. Pour bien montrer cette influence, il faudrait faire les observations à des époques telles que leur moyenne arithmétique répondît à l'humidité moyenne. A Paris, l'on n'observe le vent qu'à midi ; on ne peut donc pas en déduire l'état moyen de l'atmosphère. Voici les indications de l'hygromètre à cheveu pour les différens vents :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N. | 71°,4 | O. | 67°,5 | S. | 74°,7 | E. | 72°,8 |
| N.-O. | 67, 4 | S.-O | 67, 6 | S.-E. | 74, 8 | N.-E. | 72, 1 |

Ces résultats confirment ce que nous avons dit sur l'influence des vents : mais pour bien l'établir, il faudrait des observations exactes, faites avec de bons instrumens.

Quand on prend les observations isolément, il se présente de nombreuses et notables exceptions. Il arrive assez souvent, par exemple, que l'air est presque saturé par des vents NO et très-sec par des vents SE ; cela s'explique : lorsque le vent a été long-temps au sud, et qu'il passe au nord, l'air se refroidit ordinairement et se rapproche du point de saturation. Les vents SE, dans nos contrées, traversent d'abord les terres fermes et se manifestent par une température plus élevée : cependant, ce n'est qu'après un certain temps, pendant lequel les courans d'air se rapprochent de la mer, que l'on voit l'hygromètre marcher vers le point de l'humidité extrême. *Saussure* rapporte une observation de ce genre ([1]. En mars 1781, l'air avait été pendant long-temps serein et sec, par des vents de NO ; le 25, à 3 heures 15′ du soir, le thermomètre marquait 15° R. ; l'hygromètre à cheveu 44° ; le 26 au matin, de bonne heure, le vent tourna au SE ; l'après-midi le thermomètre indiquait 19°, l'hygromètre 41° ; le 27, le vent n'ayant plus changé, l'hygromètre s'était élevé à 50°, et le 28 il pleuvait.

*Note.* La table suivante donne la tension de la vapeur d'eau en lignes de Paris, pour chaque degré du thermomètre centigrade et de dixième en dixième, depuis — 35° jusqu'à + 35°.

---

1) *Hygrométrie.*

| *t.* | 0°,0 | 0°,1 | 0°,2 | 0°,3 | 0°,4 | 0°,5 | 0°,6 | 0°,7 | 0°,8 | 0°,9 | *t.* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ° | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ° |
| —34,C | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | 0,13 | —34,C |
| —33 | 0,15 | 0,15 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | 0,14 | —33 |
| —32 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,16 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | —32 |
| —31 | 0,18 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,16 | 0,16 | —31 |
| —30 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,19 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | 0,18 | —30 |
| —29 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,19 | —29 |
| —28 | 0,23 | 0,23 | 0,23 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,21 | 0,21 | —28 |
| —27 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,23 | 0,23 | —27 |
| —26 | 0,27 | 0,27 | 0,27 | 0,27 | 0,26 | 0,26 | 0,26 | 0,26 | 0,25 | 0,25 | —26 |
| —25 | 0,30 | 0,29 | 0,29 | 0,29 | 0,29 | 0,29 | 0,28 | 0,28 | 0,28 | 0,28 | —25 |
| —24 | 0,32 | 0,32 | 0,32 | 0,31 | 0,31 | 0,31 | 0,31 | 0,30 | 0,30 | 0,30 | —24 |
| —23 | 0,35 | 0,35 | 0,34 | 0,34 | 0,34 | 0,34 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | —23 |
| —22 | 0,38 | 0,38 | 0,37 | 0,37 | 0,37 | 0,37 | 0,36 | 0,36 | 0,36 | 0,35 | —22 |
| —21 | 0,41 | 0,41 | 0,41 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,39 | 0,39 | 0,39 | 0,38 | —21 |
| —20 | 0,45 | 0,45 | 0,44 | 0,44 | 0,43 | 0,43 | 0,43 | 0,43 | 0,42 | 0,42 | —20 |
| —19 | 0,49 | 0,48 | 0,48 | 0,48 | 0,47 | 0,47 | 0,46 | 0,46 | 0,46 | 0,45 | —19 |
| —18 | 0,53 | 0,52 | 0,52 | 0,52 | 0,51 | 0,51 | 0,50 | 0,50 | 0,50 | 0,49 | —18 |
| —17 | 0,57 | 0,57 | 0,56 | 0,56 | 0,55 | 0,55 | 0,55 | 0,54 | 0,54 | 0,53 | —17 |
| —16 | 0,62 | 0,61 | 0,61 | 0,60 | 0,60 | 0,60 | 0,59 | 0,59 | 0,58 | 0,58 | —16 |
| —15 | 0,67 | 0,66 | 0,66 | 0,65 | 0,65 | 0,64 | 0,64 | 0,63 | 0,63 | 0,62 | —15 |
| —14 | 0,72 | 0,72 | 0,71 | 0,71 | 0,70 | 0,70 | 0,69 | 0,69 | 0,68 | 0,67 | —14 |
| —13 | 0,78 | 0,78 | 0,77 | 0,76 | 0,76 | 0,75 | 0,75 | 0,74 | 0,74 | 0,73 | —13 |
| —12 | 0,84 | 0,84 | 0,83 | 0,83 | 0,82 | 0,81 | 0,81 | 0,80 | 0,79 | 0,79 | —12 |
| —11 | 0,91 | 0,90 | 0,90 | 0,89 | 0,88 | 0,88 | 0,87 | 0,86 | 0,86 | 0,85 | —11 |
| —10 | 0,98 | 0,98 | 0,97 | 0,96 | 0,95 | 0,95 | 0,94 | 0,93 | 0,93 | 0,92 | —10 |
| — 9 | 1,06 | 1,05 | 1,04 | 1,04 | 1,03 | 1,02 | 1,01 | 1,01 | 1,00 | 0,99 | — 9 |
| — 8 | 1,14 | 1,13 | 1,12 | 1,12 | 1,11 | 1,10 | 1,09 | 1,08 | 1,07 | 1,07 | — 8 |
| — 7 | 1,23 | 1,22 | 1,21 | 1,20 | 1,19 | 1,18 | 1,17 | 1,17 | 1,16 | 1,15 | — 7 |
| — 6 | 1,32 | 1,31 | 1,30 | 1,29 | 1,28 | 1,28 | 1,27 | 1,26 | 1,25 | 1,24 | — 6 |
| — 5 | 1,42 | 1,41 | 1,40 | 1,39 | 1,38 | 1,37 | 1,36 | 1,35 | 1,34 | 1,33 | — 5 |
| — 4 | 1,53 | 1,52 | 1,51 | 1,50 | 1,49 | 1,47 | 1,46 | 1,45 | 1,44 | 1,43 | — 4 |
| — 3 | 1,64 | 1,63 | 1,62 | 1,61 | 1,60 | 1,59 | 1,57 | 1,56 | 1,55 | 1,54 | — 3 |
| — 2 | 1,76 | 1,75 | 1,74 | 1,73 | 1,72 | 1,70 | 1,69 | 1,68 | 1,67 | 1,66 | — 2 |
| — 1 | 1,89 | 1,88 | 1,87 | 1,85 | 1,84 | 1,83 | 1,82 | 1,80 | 1,79 | 1,78 | — 1 |
| — 0 | 2,03 | 2,02 | 2,00 | 1,99 | 1,97 | 1,96 | 1,95 | 1,93 | 1,92 | 1,91 | — 0 |

| t. | 0°,0 | 0°,1 | 0°,2 | 0°,3 | 0°,4 | 0°,5 | 0°,6 | 0°,7 | 0°,8 | 0°,9 | t. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0°C. | 1 2,03 | 1 2,04 | 1 2,06 | 1 2,07 | 1 2,09 | 1 2,10 | 1 2,12 | 1 2,13 | 1 2,15 | 1 2,16 | 0°C. |
| 1 | 2,18 | 2,19 | 2,21 | 2,22 | 2,24 | 2,26 | 2,27 | 2,29 | 2,30 | 2,32 | 1 |
| 2 | 2,33 | 2,35 | 2,37 | 2,38 | 2,40 | 2,41 | 2,43 | 2,45 | 2,46 | 2,48 | 2 |
| 3 | 2,50 | 2,52 | 2,53 | 2,55 | 2,57 | 2,59 | 2,60 | 2,62 | 2,64 | 2,66 | 3 |
| 4 | 2,68 | 2,69 | 2,71 | 2,73 | 2,75 | 2,77 | 2,79 | 2,80 | 2,82 | 2,84 | 4 |
| 5 | 2,86 | 2,88 | 2,90 | 2,92 | 2,94 | 2,96 | 2,98 | 3,00 | 3,02 | 3,04 | 5 |
| 6 | 3,06 | 3,08 | 3,10 | 3,12 | 3,14 | 3,16 | 3,19 | 3,21 | 3,23 | 3,25 | 6 |
| 7 | 3,27 | 3,29 | 3,32 | 3,34 | 3,36 | 3,38 | 3,41 | 3,43 | 3,45 | 3,47 | 7 |
| 8 | 3,50 | 3,52 | 3,54 | 3,57 | 3,59 | 3,61 | 3,64 | 3,66 | 3,69 | 3,71 | 8 |
| 9 | 3,74 | 3,76 | 3,78 | 3,81 | 3,83 | 3,86 | 3,88 | 3,91 | 3,94 | 3,96 | 9 |
| 10 | 3,99 | 4,01 | 4,04 | 4,07 | 4,09 | 4,12 | 4,15 | 4,17 | 4,20 | 4,23 | 10 |
| 11 | 4,25 | 4,28 | 4,31 | 4,34 | 4,37 | 4,39 | 4,42 | 4,45 | 4,48 | 4,51 | 11 |
| 12 | 4,54 | 4,57 | 4,60 | 4,63 | 4,66 | 4,68 | 4,71 | 4,75 | 4,78 | 4,81 | 12 |
| 13 | 4,84 | 4,87 | 4,90 | 4,93 | 4,96 | 4,99 | 5,03 | 5,06 | 5,09 | 5,12 | 13 |
| 14 | 5,15 | 5,19 | 5,22 | 5,25 | 5,29 | 5,32 | 5,35 | 5,39 | 5,42 | 5,46 | 14 |
| 15 | 5,49 | 5,52 | 5,56 | 5,60 | 5,63 | 5,67 | 5,70 | 5,74 | 5,77 | 5,81 | 15 |
| 16 | 5,84 | 5,88 | 5,92 | 5,96 | 5,99 | 6,03 | 6,07 | 6,11 | 6,14 | 6,18 | 16 |
| 17 | 6,22 | 6,26 | 6,30 | 6,34 | 6,38 | 6,41 | 6,46 | 6,50 | 6,54 | 6,58 | 17 |
| 18 | 6,62 | 6,66 | 6,70 | 6,74 | 6,78 | 6,82 | 6,87 | 6,91 | 6,95 | 6,99 | 18 |
| 19 | 7,04 | 7,08 | 7,12 | 7,17 | 7,21 | 7,25 | 7,30 | 7,34 | 7,39 | 7,43 | 19 |
| 20 | 7,48 | 7,52 | 7,57 | 7,62 | 7,66 | 7,71 | 7,76 | 7,80 | 7,85 | 7,90 | 20 |
| 21 | 7,94 | 7,99 | 8,04 | 8,09 | 8,14 | 8,19 | 8,24 | 8,29 | 8,34 | 8,39 | 21 |
| 22 | 8,44 | 8,49 | 8,54 | 8,58 | 8,63 | 8,68 | 8,74 | 8,79 | 8,85 | 8,90 | 22 |
| 23 | 8,98 | 9,01 | 9,06 | 9,12 | 9,17 | 9,23 | 9,28 | 9,34 | 9,39 | 9,45 | 23 |
| 24 | 9,50 | 9,56 | 9,62 | 9,67 | 9,73 | 9,79 | 9,85 | 9,90 | 9,96 | 10,02 | 24 |
| 25 | 10,08 | 10,14 | 10,20 | 10,26 | 10,32 | 10,38 | 10,44 | 10,50 | 10,57 | 10,63 | 25 |
| 26 | 10,69 | 10,75 | 10,82 | 10,88 | 10,94 | 11,00 | 11,07 | 11,13 | 11,20 | 11,26 | 26 |
| 27 | 11,33 | 11,40 | 11,46 | 11,53 | 11,60 | 11,66 | 11,73 | 11,79 | 11,87 | 11,93 | 27 |
| 28 | 12,00 | 12,07 | 12,14 | 12,21 | 12,28 | 12,35 | 12,42 | 12,50 | 12,57 | 12,64 | 28 |
| 29 | 12,71 | 12,79 | 12,86 | 12,93 | 13,01 | 13,08 | 13,16 | 13,23 | 13,31 | 13,38 | 29 |
| 30 | 13,46 | 13,54 | 13,61 | 13,69 | 13,77 | 13,84 | 13,92 | 14,00 | 14,08 | 14,16 | 30 |
| 31 | 14,24 | 14,32 | 14,41 | 14,49 | 14,57 | 14,65 | 14,73 | 14,82 | 14,90 | 14,98 | 31 |
| 32 | 15,07 | 15,15 | 15,24 | 15,32 | 15,41 | 15,50 | 15,58 | 15,67 | 15,76 | 15,85 | 32 |
| 33 | 15,93 | 16,02 | 16,11 | 16,20 | 16,29 | 16,38 | 16,47 | 16,57 | 16,66 | 16,75 | 33 |
| 34 | 16,84 | 1 6,94 | 17,03 | 17,13 | 17,22 | 17,32 | 17,41 | 17,51 | 17,61 | 17,70 | 34 |

---

*Sur le développement des fonctions exponentielles et logarithmiques*, par M. Sanchez Cerquero, directeur de l'observatoire de San Fernando.

On sait que, lorsqu'il est question de diviser une ligne droite en moyenne et extrême raison, la solution adoptée dans presque tous les traités de géométrie élémentaire n'est pas celle que l'on trouve dans *Euclide*, mais celle qui a été donnée par l'application de l'algèbre à la géométrie, bien plus élégante et même plus simple. Je crois qu'on pourrait employer un procédé semblable à celui-ci pour exposer bien d'autres doctrines dans les élémens; c'est-à-dire, que les auteurs de livres élémentaires, d'analyse aussi bien que de géométrie, pourraient profiter de certains résultats que l'on trouve par des moyens d'un ordre plus élevé, et qui n'en sont pas moins susceptibles de démonstrations élémentaires.

C'est par ce principe que j'ai été conduit à dériver de la somme d'une progression par quotiens la valeur du coefficient différentiel de la fonction $(a+x)^m$, pour trouver le développement de cette fonction sans employer le moins du monde le langage du calcul différentiel, quoique ce soit réellement à ce calcul que se rapporte le fond de la démonstration que vous avez eu la bonté d'insérer dans votre savante *Correspondance*.

Je trouve maintenant qu'on peut appliquer le procédé à la recherche du développement des fonctions exponentielles et logarithmiques d'une manière élémentaire, et qui me paraît très-remarquable par sa simplicité.

On sait, par le calcul différentiel, que la fonction $(1+x)^{\frac{1}{x}}$ se réduit lorsque $x=o$, à la base $e$ des logarithmes népériens. Avec cette connaissance, mais sans en faire aucun usage en apparence, je procède à la recherche du développement de $b^x$ et de la fonction logarithmique, comme vous allez voir.

Soit

$$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{x}};$$

on aura

$$[f(x)]^y = (1 + x)^{\frac{y}{x}};$$

et si on développe les seconds membres,

$$(fx) = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1-x}{2} + \frac{1-x}{2} \cdot \frac{1-2x}{3}$$
$$+ \frac{1-x}{2} \cdot \frac{1-2x}{3} \cdot \frac{1-3x}{4} + \text{etc.}$$

$$[f(x)]^y = 1 + y + y \cdot \frac{y-x}{2} + y \cdot \frac{y-x}{2} \cdot \frac{y-2x}{3} + \text{etc.}$$

Faisant $x = o$, $f(o) = e$, on a

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4.} + \text{etc.},$$

$$e^y = 1 + y + \frac{1}{2}\, y^2 + \frac{1}{2.3}\, y^3 + \frac{1}{2.3.4}\, y^4 + \text{etc.}$$

Prenons maintenant $e$ comme base d'un système de logarithmes que nous désignerons par la caractéristique $l$. Soit, d'ailleurs, $b = e^m$; nous aurons

$$m = lb;\ e^{lb} = b;\ e^{zlb} = b^z;$$

partant la dernière suite deviendra, si l'on remplace $y$ par $z.lb$,

$$b^z = 1 + \frac{lb}{1.}\, z + \frac{(lb)^2}{1.2}\, z^2 + \frac{(lb)^3}{1.2.3}\, z^3 + \frac{(lb)^4}{1.2.3.4}\, z^4 + \text{etc.} \quad . \ (1)$$

Voilà le développement des exponentielles.

Si l'on substitue $(1 + h)$ au lieu de $b$ dans l'équation (1), le premier membre deviendra $= (1 + h)^z$; on n'a qu'à le développer; puis retranchant l'unité de chacun des deux membres

et divisant par $z$, on trouvera l'équation

$$h+\frac{z-1}{2}h^2+\frac{z-1}{2}\cdot\frac{z-2}{3}h^3+\frac{z-1}{2}\cdot\frac{z-2}{3}\cdot\frac{z-3}{4}h^4+\text{etc}\ldots$$
$$=l(1+h)+\frac{z}{2}l^2(1+h)+\frac{z^2}{2.3}l^3(1+h)+\text{etc.},$$

qui, lorsqu'on fait $z=o$, donne enfin

$$l(1+h)=h-\frac{1}{2}h^2+\frac{1}{3}h^3-\frac{1}{4}h^4+\text{etc.} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Voilà le développement de la fonction logarithmique.

Si nous indiquons, par la caractéristique L, les logarithmes d'un autre système dont la base $= a$, nous aurons pour un nombre quelconque $t$ les deux équations

$$e^{lt}=t;\ a^{\mathrm{L}t}=t;$$

prenons les logarithmes L dans la première, et les logarithmes $l$ dans la seconde, et il viendra

$$lt.\mathrm{L}e=\mathrm{L}t;\ \mathrm{L}t.la=lt;$$

équations qui renferment toutes les explications que l'on donne sur les *modules*.

---

*Lettre de* M. José Sanchez Cerquero, directeur de l'observatoire de San Fernando, *au rédacteur, sur le placement des instrumens méridiens.*

Vous avez désiré connaître, mon cher ami, les moyens que j'ai employés pour placer le cercle mural dans l'observatoire de San Fernando, de manière qu'il ne restât pas d'erreurs de position qui pussent produire un effet sensible sur les observations.

Je veux vous satisfaire en commençant par exposer les méthodes que j'ai adoptées pour déterminer les mêmes erreurs dans la lunette méridienne et corriger les observations de l'effet qu'elles produisent sur les ascensions droites, parce que les procédés suivis pour le cercle sont une modification de ceux suivis pour la lunette méridienne.

Quoique les principes sur lesquels sont fondées les formules soient bien connus, j'ai cru utile de les présenter de nouveau pour réunir, dans un aperçu rapide, ce que l'on a sur ce point intéressant; et pour que cette notice, si vous jugez à propos de la publier, puisse servir comme de guide aux jeunes astronomes qui veulent se familiariser avec l'usage des instrumens, et leur éviter le travail de parcourir les divers ouvrages dans lesquels se trouvent disséminées les formules, qui sont souvent multipliées à un point que je regarde comme inutile pour la pratique.

Si l'on suit le système encore adopté dans quelques observatoires, qui consiste à se contenter de détruire les erreurs de position jusqu'au point où elles peuvent être évitées par les moyens mécaniques, et supposer qu'elles se trouvent totalement détruites quand la lunette, dans ses deux positions, rencontre la mire, les erreurs résultantes sur les différences des ascensions droites seront d'autant plus permanentes que la lunette conservera mieux sa position, c'est-à-dire que l'instrument sera meilleur. Au contraire, il résulte une conformité extraordinaire entre les résultats de ces observatoires où l'on a l'habitude de corriger les petites erreurs et d'appliquer ensuite aux observations les corrections résultantes. Si vous examinez, par exemple, dans le volume de San Fernando pour 1834, la comparaison que j'ai faite des ascensions droites des étoiles de *Maskelyne*, déduites de leurs passages méridiens pour cette seule année entre San Fernando et Cambridge, vous verrez la plus grande conformité de résultats, qui détruit tous les doutes que présentent, sur les différences des ascensions droites de quelques-unes de ces étoiles, les résultats obtenus dans d'autres observatoires, où l'on méprise les corrections dues aux petites erreurs de position de l'instrument.

Il semble donc qu'il ne convient pas de négliger plus longtemps de semblables corrections. Nous allons, par conséquent, examiner comment on peut procéder dans la matière qui nous occupe, en réunissant dans la pratique le plus haut degré possible de simplicité et d'exactitude.

### *Formules fondamentales.*

Commençons par supposer une lunette méridienne munie de cinq fils verticaux parallèles et croisés perpendiculairement par un fil équatorial. Pour abréger, nous nommerons *croisée* des fils l'intersection de ce dernier fil avec le fil méridien.

Supposons, en outre, que la lunette tourne sur un axe parfaitement parallèle à l'horizon et au premier vertical, et que la croisée des fils soit placée dans l'axe optique; de manière qu'elle décrira le méridien pendant que la lunette tournera sur son axe; et quand elle coïncide avec une étoile qui passe entre le zénith et le pôle boréal, et qui a pour distance polaire $\delta$, l'étoile se trouvera dans le méridien supérieur.

Nommons $r$ l'ascension droite apparente de l'étoile, dégagée de l'effet de l'aberration diurne qui la fait paraître au méridien supérieur après qu'elle y est arrivée en réalité. Le temps sidéral absolu au moment de la coïncidence de l'étoile et de la croisée des fils sera :

$$= r + \frac{0'',31 \cos. \varphi}{15 \sin. \delta},$$

en représentant par $\varphi$ la latitude nord de l'observatoire ([1].

Si, au même instant, la pendule marque l'heure M et que l'on représente par $e$ son retard absolu, le temps sidéral de l'observation sera aussi $= \text{M} + e$; par conséquent, nous aurons

$$r + \frac{0'',31 \cos. \varphi}{15 \sin. \delta} = \text{M} + e \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

---

[1]) Voyez l'*Astr.* de *Biot.*

Si, au lieu d'observer l'étoile seulement à la croisée des fils, on observe encore les instans de la pendule quand l'astre passé par chacun des quatre autres fils verticaux, placés deux à l'orient et deux à l'occident du fil méridien, nous pourrons obtenir la moyenne des cinq observations de deux manières. La première, praticable seulement quand on n'a perdu aucun des cinq fils, consiste à faire la somme des heures des cinq observations et à diviser cette somme par cinq, pour avoir la valeur de $t$. Le second procédé consiste à réduire au fil méridien chacune des observations faites sous les fils latéraux, d'où résultent autant de valeurs de M qu'il y a eu d'observations faites. Nous nommerons $(t)$ la moyenne des valeurs obtenues ainsi.

Désignons par $s_{,}$, la somme des intervalles équatoriaux, exprimés en temps sidéral, des deux fils situés à l'orient; et par $s_{,,}$ la somme correspondante des deux fils placés à l'occident, nous aurons très-facilement, en faisant

$$\tfrac{1}{5}(s_{,} - s_{,,}) = d,$$

$$t = (t') - \frac{d}{\sin.\ \delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

et si nous mettons $(t)$ au lieu de M dans l'équation (1).

$$\left.\begin{aligned} r &= (t) + e - \frac{0'',31 \cos.\ \varphi}{15 \sin.\ \delta} \\ r &= t + e - \frac{0'',31 \cos.\ \varphi - 15d}{\sin.\ \delta} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Supposons maintenaut que la lunette méridienne ne remplisse qu'approximativement les conditions établies; mais que les défauts de son placement sont assez petits pour que l'on puisse négliger dans le calcul de leur effet tous les termes d'un ordre supérieur au premier. Il est clair alors qu'à la coïncidence de l'étoile avec la croisée des fils, la distance angulaire de toutes

deux au méridien sera une petite quantité $= \beta$, que nous supposerons exprimée en secondes d'arc, et *positive* quand la croisée des fils est à l'*occident* du méridien. Il est très-facile de voir aussi qu'à l'écart $\beta$ correspond un angle horaire occidental qui, en temps sidéral $= \frac{\beta}{15 \sin. \delta}$, et qu'il est nécessaire, pour conserver l'égalité entre les équations (3), de retrancher algébriquement cette quantité de chacun des deux derniers membres de ces équations.

Pour trouver l'expression de $\beta$, nous commencerons par considérer que si l'extrémité *occidentale* de l'axe de rotation est plus élevée que l'orientale, de manière que l'inclinaison par rapport à l'horizon soit d'un très-petit nombre de secondes d'arc $= i$, la croisée des fils décrira un grand cercle qui coïncidera avec le méridien dans les seuls points cardinaux nord et sud. Le plus grand écart des deux cercles aura lieu au zénith, où la croisée des fils restera à l'*orient*, en déviant du méridien d'une quantité $= i$. Par conséquent l'écart $\beta$ croîtra proportionnellement au sinus de la hauteur $h$ de l'étoile, et il devra être (au-dessus de l'horizon) d'un signe contraire à celui de $i$, puisque l'on compte les écarts positifs du côté de l'occident. Donc la partie de $\beta$ dépendante de l'inclinaison $i$ aura pour expression $- i \sin. h = - i \sin. (\varphi + \delta)$, puisque nous sommes partis de la supposition que l'étoile passe entre le zénith et le pôle.

S'il n'y a point de vice quant à l'inclinaison de l'axe, mais qu'il y en ait au contraire dans son parallélisme avec le premier vertical, de manière que l'extrémité *occidentale* soit plus du côté du *sud* que l'extrémité orientale, mais d'une petite quantité qui exprimée en secondes de cercle $= a$, il est facile de voir que la croisée des fils décrira un grand cercle qui coupera le méridien au zénith et au nadir, et il se trouvera à son plus grand écart du méridien du côté de l'occident, dans la région boréale de l'horizon. Cet écart $a$ porte le nom *d'azimut* de la lunette. On voit que $\beta$ croîtra proportionnellement au cosinus de la hauteur $h$ de l'étoile; et puisque l'écart produit entre le zénith et le pôle est *occidental*, la partie de $\beta$ qui dépend de l'a-

zimut $a$, aura pour expression

$$a \cos. h = a \cos. (\varphi + \delta).$$

Si l'axe de rotation n'a aucune des deux défectuosités qui viennent d'être signalées, mais que la croisée des fils se trouve placée à une petite distance angulaire $c$ à l'*occident* de l'axe optique, la croisée des fils décrira, au lieu du méridien, un petit cercle qui lui sera parallèle à la distance $c$, c'est ce qu'on nomme la *collimation en azimut*. On aura alors $\beta = c$.

Comme nous avons supposé que ces quantités sont suffisamment petites pour que l'on puisse négliger dans le calcul toutes leurs puissances supérieures à la première, ce qui équivaut à considérer les corrections comme des quantités infinitésimales, il suit que si les trois erreurs existent simultanément, on peut prendre, pour leur effet total, la somme des effets partiels produits par chacune d'elles. Cette considération donne

$$\left.\begin{array}{l} \beta = -i \sin. (\varphi + \delta) + a \cos. (\varphi + \delta) + c \\ \dfrac{\beta}{15 \sin. \delta} = -i \dfrac{\sin. (\varphi + \delta)}{15 \sin. \delta} + a \dfrac{\cos. (\varphi + \delta)}{15 \sin. \delta} + \dfrac{c}{15 \sin. \delta} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (4)$$

retranchant cette dernière quantité du second membre de chacune des équations (3), nous aurons

$$\left.\begin{array}{l} r = (t) + e + i \dfrac{\sin. (\varphi + \delta)}{15 \sin. \delta} - a \dfrac{\cos. (\varphi + \delta)}{15 \sin. \delta} - \dfrac{c + 0'',31 \cos. \varphi}{15 \sin. \delta} \\ r = t + e + i \dfrac{\sin. (\varphi + \delta)}{15 \sin. \delta} - a \dfrac{\cos. (\varphi + \delta)}{15 \sin. \delta} - \dfrac{c + 0'',31 \cos. \varphi - 15 d}{15 \sin. \delta} \end{array}\right\} (5)$$

posant, pour plus de simplicité,

$$\frac{1}{15} [i \cos. \varphi + a \sin. \varphi] = m; \quad c + 0'',31 \cos. \varphi - 15 d = p;$$

$$\frac{1}{15} [i \sin. \varphi - a \cos. \varphi] = n; \quad c + 0'',31 \cos. \varphi \qquad = (p);$$

nous aurons finalement

$$\left.\begin{aligned} r &= (t) + e + m + n \cot.\, \delta - \frac{(p)}{15 \sin.\, \delta} \\ r &= t + e + m + n \cot.\, \delta - \frac{p}{15 \sin.\, \delta} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (6)$$

En se servant de ces formules, il faut se rappeler :

1° Que, quoique pour les obtenir nous ayons supposé que l'étoile passait entre le zénith et le pôle, elles ne laissent pas pour cela d'être générales, si, dans le calcul, on suit avec soin toutes les indications des signes, tant de $i$, $a$, $c$, $d$, que des quantités trigonométriques. Elles servent aussi pour les passages inférieurs, en se rappelant qu'alors $\delta$ est un arc négatif.

2° Que les quantités $i$, $a$, $c$, $p$, $(p)$, $15d$ représentent des secondes d'arc, et

$$m,\ n,\ \frac{1}{15}p,\ \frac{1}{15}(p),\ d,$$

des secondes en temps.

3° Qu'en écrivant dans le registre des observations, les valeurs journalières des quantités

$$\left[m,\ n,\ \frac{1}{15}p,\ \frac{1}{15}(p)\right],$$

et en appliquant à chaque moyenne $t$ la valeur de

$$\left[m + n \cot.\, \delta - \frac{p}{15 \sin.\, \delta}\right],$$

et à chaque moyenne $(t)$ la valeur de

$$\left[m + n \cot.\, \delta - \frac{(p)}{15 \sin.\, \delta}\right],$$

on obtiendra l'heure de la pendule correspondante au passage de l'étoile par le vrai méridien, dégagée non-seulement des erreurs de l'inclinaison, de l'azimut et de la collimation, mais

encore de l'aberration diurne et de l'inégalité des intervalles des fils.

A l'observatoire de San Fernando, si l'on n'a pas observé l'étoile à tous les fils, et s'il a été nécessaire par suite de réduire chaque observation au méridien, en prenant la moyenne $(t)$ des résultats, on nomme cette observation *incomplète*, et les secondes de la moyenne s'écrivent entre parenthèses de cette manière (24, 56) pour indiquer que, dans sa correction, on doit employer la valeur de $\frac{1}{15}(p)$, et non de $\frac{1}{15}p$ qui sert seulement pour la correction des passages *complets*, c'est-à-dire des passages observés aux cinq fils fixes. On rapporte aussi à la catégorie des passages incomplets, et l'on désigne de la même manière les observations faites avec un fil mobile au moyen d'un micromètre qui se place pendant les observations a des distances égales à l'orient et à l'occident du fil fixe méridien; parce que la moyenne des contacts observés de cette manière est également libre de l'erreur produite par les inégalités des intervalles.

### *Des deux positions de la lunette méridienne.*

Pour distinguer les deux positions que peut prendre la lunette, nous nommerons :

*Première position*, ou *position fondamentale*, celle dans laquelle le tourillon qui reçoit la lumière pour rendre visible la croisée des fils pendant les observations de nuit, reste placé du côté de l'*occident;*

*Seconde position* ou *position renversée*, celle dans laquelle le même tourillon éclairé est tourné vers l'*orient.* Nous supposons que l'ordre des fils et le signe de l'erreur $c$ se rapportent à la position fondamentale, de même que toutes les équations que nous avons établies jusqu'à présent. Par suite, on a l'habitude à San Fernando d'écrire les fils en tête des pages du registre en ordre $\left(\begin{smallmatrix}\text{direct}\\ \text{inverse}\end{smallmatrix}\right)$, selon que la lunette est placée dans la position $\left(\begin{smallmatrix}\text{fondamentale}\\ \text{renversée}\end{smallmatrix}\right)$, et celle d'écrire toujours les contacts en ordre $\left(\begin{smallmatrix}\text{direct}\\ \text{inverse}\end{smallmatrix}\right)$ pour les passages $\left(\begin{smallmatrix}\text{supérieurs}\\ \text{inférieurs}\end{smallmatrix}\right)$. De cette manière, chaque

observation se trouve écrite sous l'indication du fil où elle a été réellement faite.

Dans les calculs qui suivront, nous indiquerons avec les mêmes lettres les quantités correspondantes aux deux positions; cependant si elles entrent dans une même expression ou si, par quelque autre motif, il y a nécessité de les distinguer, on ajoutera une virgule aux quantités relatives à la seconde position.

Cela posé, il est facile de voir que l'inclinaison $i$ peut n'être pas la même dans les deux positions, si les tourillons de la lunette n'ont pas le même diamètre; que $c$ et $d$ ont respectivement la même valeur numérique dans la position *renversée*, mais avec des signes différens que dans la position *fondamentale*, et que $r$, $a$ et l'aberration diurne sont absolument les mêmes dans les deux positions. Nous aurons donc

$$\frac{1}{15}(i' \cos.\varphi + a \sin.\varphi) = m'; \quad -c + 0'',31 \cos.\varphi + 15d = p';$$

$$\frac{1}{15}(i' \sin.\varphi - a \cos.\varphi) = n'; \quad -c + 0'',31 \cos.\varphi \qquad = (p');$$

d'où l'on déduit sans peine

$$r = (t') + e + m' + n' \cot.\delta - \frac{(p')}{15 \sin.\delta}; \qquad (7)$$

$$r = t' + e + m' + n' \cot.\delta - \frac{p'}{15 \sin.\delta};$$

$$t' = (t') + \frac{d}{\sin.\delta}; \quad \tfrac{1}{2}(p' - p) = 15d - c;$$

$$\tfrac{1}{2}(p' + p) = \tfrac{1}{2}[(p') + (p)] = 0'',31 \cos.\varphi.$$

### *Détermination des erreurs de position.*

Les formules 6 et 7 indiquent les corrections qui doivent être appliquées aux passages observés dans les deux positions de l'instrument, pour pouvoir les dégager des petites erreurs de position, de l'inégalité des intervalles et de l'aberration diurne,

en supposant déjà connues toutes ces erreurs. Il reste maintenant à déduire des mêmes formules le moyen de les déterminer. Et d'abord, puisque les intervalles équatoriaux peuvent être déterminés avec beaucoup d'exactitude, et en peu de temps, par le moyen des étoiles circompolaires, il n'y a rien à ajouter aux procédés connus.

Je dois cependant prévenir que, comme les méthodes que nous allons donner pour obtenir les autres erreurs supposent la comparaison de deux observations, toutes deux complètes ou toutes deux incomplètes; si l'on n'avait que deux observations et qu'elles fussent d'espèces différentes, il faudrait réduire l'observation incomplète $(t)$ à être complète $t$ pour qu'elles fussent toutes deux comparables entre elles. A la rigueur, en faisant attention aux signes, on aurait celui de la réduction qui a pour valeur absolue $\frac{d}{\sin.\,\delta}$; mais il sera plus facile et on sera moins exposé à des équivoques en le prenant dans la table suivante :

*Signe de $\frac{d}{15}$ pour réduire* $(t)$ *à* $t$.

| | *d* POSITIF. | *d* NÉGATIF. | |
|---|---|---|---|
| Passage supérieur . . . | — | + | Position fondamentale. |
| » inférieur . . . | + | — | |
| Passage supérieur . . . | + | — | Position renversée. |
| » inférieur . . . | — | + | |

Il ne nous reste plus qu'à parler de la détermination des erreurs $i$, $c$, $a$.

### *De l'inclinaison.*

Le moyen le plus exact et le plus expéditif de mesurer l'inclinaison est l'observation d'un bon niveau dans lequel on connaît la valeur angulaire des divisions. Il suffit de prévenir, quant à ce procédé, que si les deux tourillons ne sont pas exactement de même diamètre, il faut appliquer au résultat des lectures du niveau une correction qui est de la même valeur numérique, mais de signe différent, dans chacune des deux

positions de la lunette. M. *Airy* a donné, dans le prologue du premier volume des observations de Cambridge, une formule simple pour déterminer la valeur et le signe de la correction dont il est question. L'examen de l'inégalité des tourillons de la lunette de San Fernando et de l'excentricité de l'instrument a donné des résultats si petits, qu'on pouvait les considérer comme tombant dans les limites des erreurs des observations, et que j'ai pu regarder l'instrument comme libre des deux défectuosités.

On peut aussi déterminer l'inclinaison avec une exactitude suffisante par les observations de deux passages de la polaire, tous deux supérieurs ou tous deux inférieurs, ou de toute autre étoile plus voisine du pôle, en observant un passage directement et un autre par réflexion sur un horizon de mercure. En effet, le passage direct donnera

$$r = t + e \pm i.\frac{\sin.(\varphi \pm \delta)}{15 \sin.\delta} \mp a.\frac{\cos.(\varphi \pm \delta)}{15 \sin.\delta} \mp \frac{p}{15 \sin.\delta},$$

et le passage observé par réflexion au bout de $k$ révolutions diurnes, donnera, puisqu'alors la hauteur $= (\varphi \pm \delta)$ est négative,

$$r + kdr = t_{(o)} + e + kde \mp i\frac{\sin.(\varphi \pm \delta)}{15 \sin.\delta} \mp a\frac{\cos.(\varphi \pm \delta)}{15 \sin.\delta} \mp \frac{p}{15 \sin.\delta},$$

$dr$ étant l'*accroissement* diurne de $r$; $de$ le *retard* diurne de la pendule, et en prenant le signe $\left(\begin{smallmatrix}\text{supérieur}\\\text{inférieur}\end{smallmatrix}\right)$ quand le passage est $\left(\begin{smallmatrix}\text{supérieur}\\\text{inférieur}\end{smallmatrix}\right)$.

La différence de ces équations donne :

$$i = \pm \left[(t_{(o)} - t) - k(dr - de)\right] \frac{7,5 \sin.\delta}{\sin.(\varphi \pm \delta)} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Si le premier des deux passages a été observé par réflexion et

le second directement, l'expression de $i$ sera :

$$i = \pm \left[(t_{(o)} - t) + k(dr - de)\right] \frac{7{,}5 \sin.\delta}{\sin.(\varphi \pm \delta)} \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

en suivant la même règle pour le double signe.

Pour obtenir la valeur de $(t_{(o)} - t)$, il importe peu que les observations soient complètes ou incomplètes : il suffit d'avoir la différence des observations faites à chaque fil, l'une directe et l'autre par réflexion, et de prendre la moyenne de tous les résultats. On pourra obtenir de la même manière la valeur de $i'$, ou ce qui revient au même de $i$ dans la seconde position.

A San Fernando, on fait usage du niveau pour mesurer l'inclinaison de l'axe de la lunette méridienne; et des observations dont je viens de parler, pour connaître ou pour détruire l'inclinaison de l'axe du cercle mural, dont je parlerai plus au long.

*De la collimation en azimut.*

Quand, avant de changer la position de la lunette, on a observé des passages méridiens *complets*, supérieurs ou inférieurs, d'une étoile circompolaire, et qu'on répète ensuite les mêmes observations après le retournement, on peut en déduire immédiatement les valeurs de $p$ et $p'$, c'est-à-dire des quantités qui doivent servir à corriger tous les passages observés, dans chacune des deux positions, non-seulement de l'erreur de collimation, mais encore de l'inégalité des fils et de l'aberration diurne. Il se trouve donc deux avantages réunis dans la méthode que je vais proposer ; le premier, une plus grande facilité ; le second, une plus grande exactitude dans la réduction de toutes les observations au vrai méridien.

Une observation complète d'un passage supérieur dans la position *fondamentale*, donne

$$r = t + e + m + n \cot.\delta - \frac{p}{15 \sin \delta};$$

une autre observation égale, dans la position *renversée*, donne

$$r \pm kdr = t' + e \pm kde + m' + n' \cot.\ \delta \frac{p'}{15 \sin.\ \delta};$$

on prend les signes $\left(\begin{smallmatrix}\text{supérieurs}\\ \text{inférieurs}\end{smallmatrix}\right)$ quand la première des deux observations a été faite dans la position $\left(\begin{smallmatrix}\text{fondamentale}\\ \text{renversée}\end{smallmatrix}\right)$. Par la soustraction, on a

$$o = (t'-t) \mp k(dr-de) + (m'-m) + (n'-n) \cot.\ \delta - \frac{p'-p}{15 \sin.\ \delta};$$

en posant les valeurs de $m$, $n$, $m'$, $n'$, et en dégageant $(p'-p)$, nous aurons finalement

$$\tfrac{1}{2}(p'-p) = [(t'-t) \mp k(dr-de)]\, 7{,}5 \sin.\ \delta + \tfrac{1}{2}(i'-i) \sin.\ (\varphi+\delta) \quad (10)$$

formule dans laquelle on prendra $\delta$ négatif quand les deux passages observés sont inférieurs. Dans la lunette de San Fernando le second terme est négligeable.

Connaissant la valeur de $\frac{1}{2}(p'-p)$, on a finalement, à cause de $\frac{1}{2}(p'+p) = 0'',31 \cos.\ \varphi$ (formule 7).

$$p' = 0'',31 \cos.\ \varphi + \tfrac{1}{2}(p'-p)\,;\ (p') = p' - 15d\,;$$
$$p = 0'',31 \cos.\ \varphi - \tfrac{1}{2}(p'-p)\,;\ (p) = p + 15d.$$

Si l'on désire connaître séparément l'erreur $c$, quoique sa connaissance soit inutile dans le système actuel de corrections, on y parviendra facilement puisque (7)

$$c = 15d - \tfrac{1}{2}(p'-p)\,;\ c = -\tfrac{1}{2}[(p') - (p)].$$

Le signe de $c$ qu'on obtiendra sera applicable à la position *fondamentale*.

Nous avons supposé que les deux observations étaient complètes. Si elles ne l'étaient pas, soit parce que les nuages auraient fait perdre quelques fils, ou parce que l'observateur aurait

préféré, pour plus de commodité, l'usage du fil mobile placé à égales distances des deux côtés du méridien, alors, au lieu de la formule (9), on aura

$$\tfrac{1}{2}[(p')-(p)]=[(t')-(t)\mp k(dr-de)]\,7{,}5\ \sin.\delta + \tfrac{1}{2}(i'-i)\sin.(\varphi+\delta)\ \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

en changeant toujours le signe de $\delta$ quand les passages observés sont inférieurs. On aura ensuite

$$(p')=0'',31\cos.\varphi+\tfrac{1}{2}[(p')-(p)];\ p'=(p')+15d;$$
$$(p)=0'',31\cos.\varphi-\tfrac{1}{2}[(p')-(p)];\ p\ =(p)-15d.$$

Enfin, si l'une des deux observations était complète et l'autre incomplète, on réduirait cette dernière à être complète, en appliquant à $(t)$ ou à $(t')$ la correction $\frac{d}{\sin.\delta}$ avec le signe correspondant pris de la table qui a été donnée plus haut, et en appliquant ensuite la formule (10).

Dans la préface des observations de San Fernando pour 1834, il a été donné un exemple de cette détermination au moyen de plusieurs étoiles, principalement dans la vue de faire voir la conformité que les résultats ont entre eux, et, comme conséquence, l'exactitude de la méthode dans la pratique.

On prend ensuite le plus souvent la demi-somme des deux valeurs obtenues, dans deux renversemens immédiats, comme valeur correspondante à tout l'intervalle. Ces valeurs se conservent sensiblement constantes pendant long-temps ; du moins tant qu'on n'aurait pas à remplacer un fil qui se serait rompu, ou tant que la lunette n'a pas souffert quelque légère secousse qui aurait pu déranger la collimation. Dans de pareils cas, on en avertit dans le registre, et l'on procède à l'opération du retournement, aussitôt qu'on a pu obtenir les observations des étoiles circompolaires ; s'il ne se présente pas d'incident de cette espèce, on laisse la lunette dans une même position pendant quinze à vingt jours et quelquefois un mois, parce que l'expérience nous a prouvé que l'on peut s'en rapporter à la stabilité des ajustemens.

Il y a une autre méthode pour reconnaître et corriger l'erreur de collimation quand une lunette a un fil mobile, c'est de s'en servir, dans les deux positions de l'instrument, pour mesurer la distance angulaire du fil méridien avec un objet fixe. La différence entre les deux distances est le double de l'erreur *c*. Cette méthode n'est bonne que quand le mauvais état du ciel ne permet pas d'observer les étoiles circompolaires, 1° parce qu'elle n'est pas si exacte dans la pratique; 2° elle est plus embarrassante; 3° elle ne donne immédiatement que la seule valeur de *c*.

## *De l'azimut.*

*Première méthode.* — Une observation complète d'un passage supérieur d'une étoile circompolaire donne

$$r = t + e + m + n \cot. \delta - \frac{p}{15 \sin. \delta}.$$

En nommant $r_,$ l'ascension droite $r$ augmentée ou diminuée de $12^{h.}$, une observation complète d'un passage inférieur de la même étoile donnera, en faisant $\delta$ négatif,

$$r_, \pm \tfrac{1}{2}\,\varkappa dr = t_, + e \pm \tfrac{1}{2}\,\varkappa de + m - n \cot. \delta + \frac{p}{15 \sin. \delta};$$

$\varkappa$ étant le nombre de sémi-révolutions diurnes qui ont eu lieu entre les deux passages, et en se servant des signes $\left(\begin{smallmatrix}\text{supérieur}\\ \text{inférieur}\end{smallmatrix}\right)$ quand le premier des deux passages a été $\left(\begin{smallmatrix}\text{supérieur}\\ \text{inférieur}\end{smallmatrix}\right)$.

La différence de ces deux équations donne, après avoir substitué la valeur de $n$,

$$a = [\Pi \pm \tfrac{1}{2}\varkappa(dr - de)]. \frac{7{,}5 \tan g. \delta}{\cos. \varphi} + i \tan g. \varphi - \frac{p}{\cos. \varphi \cos. \delta} \quad (12)$$

expression dans laquelle $\Pi = (t \pm 12^{h.}) - t'$; le signe $\left(\begin{smallmatrix}\text{supérieur}\\ \text{inférieur}\end{smallmatrix}\right)$

étant employé si l'on a

$$\begin{pmatrix} t < 12^{h}. \\ t > 12^{h}. \end{pmatrix};$$

et pour le double signe de $\frac{1}{2}x(dr - de)$, on suivra la règle donnée plus haut en établissant la formule.

Nous avons supposé les observations complètes et faites dans la position fondamentale. Si elles étaient incomplètes, on mettrait $(p)$ en place de $p$. Si elles étaient faites dans la position renversée, on mettrait $i'$ en place de $i$, et $\begin{pmatrix} p' \\ (p') \end{pmatrix}$ en place de $p$. Si l'une était incomplète et l'autre complète, on appliquerait à celle-là la correction $\frac{d}{\sin. \delta}$ avec le signe de la table donnée.

La méthode que l'on prescrit communément pour obtenir $a$ au moyen de deux passages, supérieur et inférieur, d'une étoile circompolaire, équivaut à l'équation

$$a = (\Pi \mp de) \frac{\tang. \delta}{\cos. \varphi},$$

ou, ce qui revient au même, à négliger l'effet des quantités $dr$, $i$, $p$; ce qui ne me paraît pas permis dans l'état actuel de l'exactitude des observations.

*Seconde méthode.* — Une observation complète d'un passage supérieur donne

$$r - t = e + m + n \cot. \delta - \frac{p}{15 \sin. \delta}.$$

Une observation *suivante* d'une autre étoile (aussi complète et de passage supérieur) donnera

$$R - T = E + m + n \cot. \Delta - \frac{p}{15 \sin. \Delta}.$$

Si nous représentons par $k$ le nombre de jours complets qui se sont écoulés entre les deux observations, nous aurons, en ex-

primant en heures $(T - t)$

$$E - e = de\left(k + \frac{T-t}{24}\right) = x.$$

Faisons $T + x = T_{(o)}$, et on aura facilement

$$(R - T_{(o)}) - (r - t) = n(\cot.\Delta - \cot.\delta) - p.\frac{\sin.\delta - \sin.\Delta}{15\sin.\delta\sin.\Delta}$$

$$= -n\frac{\sin.(\Delta-\delta)}{\sin.\Delta\sin.\delta} - 2p.\frac{\sin.\frac{1}{2}(\Delta-\delta)\cos.\frac{1}{2}(\Delta+\delta)}{15\sin.\Delta\sin.\delta}.$$

Posant pour $n$ son expression générale et détruisant le dénominateur, on aura

$$[(R - T_{(o)}) - (r - t)]15\sin.\Delta\sin.\delta = -i\sin.\varphi\sin.(\Delta-\delta)$$
$$+ a\cos.\varphi\sin.(\Delta-\delta)$$
$$+ 2p\sin.\tfrac{1}{2}(\Delta-\delta)\cos.\tfrac{1}{2}(\Delta+\delta).$$

Si on dégage $a$, et si l'on se rappelle que

$$2\sin.\tfrac{1}{2}(\Delta-\delta) = \frac{\sin.(\Delta-\delta)}{\cos.\frac{1}{2}(\Delta-\delta)},$$

on aura finalement

$$a = [(R - T_{(o)}) - (r - t)]\frac{15\sin.\Delta\sin.\delta}{\cos.\varphi\sin.(\Delta-\delta)}$$

$$+ i\,\text{tang}.\varphi - p\frac{\cos.\frac{1}{2}(\Delta+\delta)}{\cos.\frac{1}{2}(\Delta-\delta)}.\frac{1}{\cos.\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Cette formule suppose que les deux observations sont de passage supérieur. Si l'une d'elles ou toutes deux sont de passage inférieur, on fera la distance polaire correspondante négative ; et en ayant toujours égard aux signes, on obtiendra le résultat véritable. Si elles étaient faites dans la position renversée, ou si elles étaient incomplètes, on n'a rien à ajouter

à ce que nous avons dit sur ces cas, en parlant de la première méthode.

Le contenu de la formule (13) suppose connues avec exactitude les ascensions droites apparentes $r$ et R, correspondantes, la première à l'instant $t$ et la seconde à l'instant T. On trouve cette formule dans différens traités, mais réduite au premier terme du second membre, ce qui équivaut à supposer nulles les petites quantités $i$, et $p$, supposition qui ne se vérifie presque jamais dans la pratique.

Pour que cette méthode donne un résultat qui inspire confiance, il convient de choisir des étoiles dont les distances polaires soient telles que le second facteur du premier terme soit le plus petit possible, parce que si nous faisons, pour abréger,

$$(\mathrm{R}-\mathrm{T}_{(o)})-(r-t)=\mathrm{Q}\,;\quad \frac{15\,\sin.\,\Delta\,\sin.\,\delta}{\cos.\,\varphi\,\sin.(\Delta-\delta)}=\mathrm{F}\,;$$

il est clair que plus le facteur F est petit, d'autant plus petite sera l'influence qu'exerceront sur le produit QF les petites erreurs des observations et des ascensions droites employées. Plusieurs astronomes donnent des règles inexactes concernant cet objet. Ils disent, par exemple, que les étoiles doivent être choisies autant que possible de manière que les déclinaisons diffèrent environ de 90°; mais il est clair que si l'on choisit deux étoiles très-voisines du pôle, et si l'on observe le passage supérieur de l'une et le passage inférieur de l'autre, le numérateur de F sera très-petit et le dénominateur sera numériquement $=$ $\cos.\,\varphi\,\sin.\,(\Delta+\delta)$, et on a en résultat une valeur très-petite de F. Alors la *seconde* méthode donne autant d'exactitude que la *première;* quoique, dans le choix des étoiles, la marche soit directement opposée à celle qui veut 90°. Le professeur *Bessel*, avec sa sagacité ordinaire, en a fait la remarque dans l'avant-propos de ses *tabulæ regiomontanæ*, en s'écartant de la règle généralement adoptée; et il est à remarquer que le cas dans lequel on manque le plus à la règle, est précisément celui dans lequel on obtient le plus d'exactitude.

Mais il y a encore une autre inexactitude dans l'application de la même règle. En effet, les deux étoiles peuvent différer de 90° en déclinaison de deux manières : 1° l'une étant circompolaire et l'autre équatoriale ; 2° l'une passant très-près de l'horizon et l'autre vers le zénith ; dans le premier cas, toutefois, la méthode donne un résultat satisfaisant, mais pas dans le second, du moins en Europe. Néanmoins elle est très-recommandée, et elle est fort en usage sous le nom anglais de *high and low stars*, et l'on donne des catalogues d'étoiles situées convenablement pour l'usage de cette méthode. Il est certain qu'on ajoute qu'il faut borner son emploi au cas où la lunette est placée de manière qu'on ne peut pas voir les étoiles circompolaires, mais dans un tel cas, il faut renoncer à placer la lunette avec une exactitude régulière : 1° à cause de la grandeur considérable du facteur F ; 2° parce que la majeure partie des étoiles des catalogues mentionnés ne sont pas données en ascension droite d'une manière qui inspire la confiance ; 3° parce que la plus grande partie de ces mêmes étoiles ne sont pas de celles que l'on trouve dans les éphémérides ; et que n'ayant que leurs positions moyennes, qui sont tout-à-fait insuffisantes, il serait indispensable de calculer et d'appliquer l'aberration et les nutations ; travail à peu près perdu pour obtenir un résultat final auquel on ne peut pas se fier.

A San Fernando, en suivant, tantôt la première méthode, tantôt la seconde, et presque toujours les deux, mais en employant constamment des étoiles circompolaires, on détermine $a$ par la moyenne de toutes les observations ; et en appliquant la valeur numérique de $i$ tang. $\varphi$, connue par le niveau, on laisse $p$ avec son signe et son coefficient numérique jusqu'à ce que le changement immédiat de position donne à connaître les valeurs de $p$, $p'$, $(p)$, $(p')$. Ensuite on détermine, par la connaissance de ces quantités, la valeur numérique et définitive de $a$ ; et par conséquent on détermine les valeurs de $m$ et de $n$ pour chacun des jours pendant lesquels la lunette a été dans la position antérieure au changement ; opérations toutes très-courtes et très-simples.

*Don Saturnino Montojo*, premier observateur de San Fernando, a eu une idée dont ni lui ni moi nous n'avons vu de trace dans aucun auteur; savoir qu'en observant un passage supérieur dans l'une quelconque des deux positions de la lunette, et un passage inférieur de la même étoile dans l'autre position, le résultat sera indépendant de l'erreur de collimation, et de l'inégalité des intervalles des fils. D'où résulte la

*Troisième méthode.* — Une observation complète d'une étoile circompolaire, au passage supérieur et dans la position *fondamentale*, donnera

$$r = t + e + m + n \cot. \delta - \frac{p}{15 \sin. \delta}.$$

Une autre observation complète, au passage inférieur, dans la position *renversée*, donnera

$$r, \pm \tfrac{1}{2} x dr = \tau' + e \pm \tfrac{1}{2} x dr + m' - n' \cot. \delta + \frac{p'}{15 \sin. \delta};$$

le double signe comme dans la première méthode.

Soustrayant, substituant les valeurs de $(m' - m)$ et $(n' - n)$; dégageant $a$, et se rappelant que $\frac{1}{2}(p + p') = o'',31 \cos. \varphi$, on aura

$$a = [\Pi \pm \tfrac{1}{2} x (dr - de)]. \frac{7,5 \tang. \delta}{\cos. \varphi} + \tfrac{1}{2}(i' + i) \tang. \varphi$$
$$+ \tfrac{1}{2}(i' - i) \tang. \delta - \frac{0'',31}{\cos. \delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14)$$

Si le passage supérieur avait été observé dans la position *renversée* et le passage inférieur dans la position *fondamentale*, le résultat serait le même, avec la seule différence du signe du terme $\frac{1}{2}(i' - i) \tang. \delta$. Mais comme ce terme est tout-à-fait insensible, on peut donner comme règle générale : que le calcul est en tout égal à celui de la formule (12), en posant $\frac{1}{2}(i' + i)$ en place de $i$, et $-\frac{o'',31}{\cos. \delta}$ en place de $-\frac{p}{\cos. \varphi \cos. \delta}$.

Le résultat serait le même si les deux observations étaient incomplètes; partant, il est effectivement indépendant, dans tous les cas, de l'erreur de collimation et de l'inégalité des intervalles des fils.

### *De la marque méridienne.*

Sur le mur d'un aquéduc qui se trouve au nord de l'observatoire et à une distance d'environ 800 toises, on a peint sur un fond noir une croix blanche. Des deux bandes qui la forment, l'une est perpendiculaire et l'autre parallèle à l'horizon. Cette seconde sert pour corriger la position du fil équatorial, et la bande perpendiculaire pour examiner fréquemment si la lunette se trouve à très-peu près dans le méridien. Ces bandes ont une largeur telle, qu'elles soutendent, vues par la lunette, un angle d'environ 5″; par conséquent on peut juger de la coïncidence ou de la déviation entre la croisée des fils et le milieu de la marque avec une certitude de 2″ dans les circonstances où l'on n'a pas d'ondulations, ce qui arrive généralement peu avant le lever du soleil, et peu après le coucher.

Pour placer la bande verticale de la marque de manière que son milieu coïncide exactement avec le méridien, on commença par en peindre une approximative, et on dirigea sur elle la croisée des fils de la lunette dans la position fondamentale. Ayant ensuite déterminé par un grand nombre d'observations les quantités $i$, $a$, $c$, on a déterminé la déviation $\beta$ par la formule

$$\beta = -i \sin. (\varphi + \pi) + a \cos. (\varphi + \pi) + c,$$

en représentant par $\pi$ la distance polaire de la marque, et en donnant à cette quantité le signe négatif, parce qu'étant au-dessous du pôle dans le voisinage de l'horizon au nord, $\pi$ est négatif.

On corrigea ensuite la position de la marque de la quantité $\beta$; et dans les différentes circonstances où l'on a répété l'épreuve, on n'y a point trouvé d'erreur qui excédât 1″ en arc. Il n'im-

porte nullement ni de la vérifier avec exactitude, ni de la détruire, puisque les petites erreurs de position de la lunette se déterminent au moyen des observations astronomiques, sans que la marque serve à un autre usage que pour reconnaître si l'instrument conserve sa position d'une manière approchée.

### *Du placement du cercle mural.*

La lunette de cet instrument doit tourner aussi en décrivant le méridien ; mais soit que l'on traite de son placement primitif ou qu'on ait en vue d'examiner sa position de temps en temps, il y a deux circonstances qui ne permettent pas d'employer des procédés entièrement égaux à ceux qui ont été exposés quand nous avons traité de la lunette méridienne.

La première de ces circonstances est qu'on ne peut pas se servir du niveau pour corriger l'inclinaison de l'axe. La seconde est qu'on ne peut pas retourner l'instrument pour déterminer la collimation en azimut.

Mais en revanche, on a l'avantage que les quantites $i$, $a$, $c$, n'ont aucune influence, quand elles sont fort petites, sur les observations des distances polaires, quoiqu'elles se fassent hors du méridien, comme je crois l'avoir démontré dans la lettre que je vous écrivis l'automne dernier ([1]. Ainsi, il est plus que suffisant que ces erreurs soient réduites à ne pas excéder $2''$ en arc, ce qu'on obtient par les méthodes suivantes.

Je suppose que, pour faciliter les opérations, la lunette du cercle mural porte cinq fils verticaux en outre du fil horizontal; qu'on ait placé approximativement une autre marque pour le cercle; et que l'on ait fait coïncider la croisée des fils avec cette marque.

### *De l'inclinaison.*

Le fil à plomb ne mesure pas la quantité $i$, et ne fait connaître

---

[1]) *Voy.* la *Correspondance mathématique.*

cette erreur que lorsqu'elle est très-considérable. Cependant on peut et l'on doit s'en servir comme d'une première approximation.

Ensuite on observera aux cinq fils le passage méridien d'une étoile circompolaire, en nommant respectivement

$$h_1, \quad h_2, \quad h_3, \quad h_4, \quad h_5,$$

les instans que marque la pendule à chacun des contacts.

Le jour suivant, ou après $k$ révolutions diurnes, on observera au premier fil, un autre passage de la même étoile vue par réflexion sur un horizon de mercure ; et en supposant que H soit l'heure correspondante de la pendule, on fera

$$(\mathrm{H}-h_1) - k(dr-de) = 2q.$$

Si $q = o$, on aura $i = o$. Dans un autre cas quelconque, il faudrait, pour détruire $i$, faire varier la position de l'axe au moyen de la vis destinée à cet effet, de manière que les contacts suivans se vérifient aux heures de la pendule qui ont pour expression analytique

$$(h_2 + q), \quad (h_3 + q), \quad (h_4 + q), \quad (h_5 + q).$$

L'intervalle considérable de temps qui s'écoule entre les contacts des fils par la polaire, donne le temps de faire ce léger calcul, et pour qu'un astronome se mette à observer le second contact, tandis qu'un second astronome tient en main la vis d'ajustement, prêt à la faire mouvoir à la voix de l'observateur, de manière que le second fil rencontre l'étoile quand la pendule marquera l'heure $(h_2 + q)$; si l'opération a été bien faite, l'étoile passera au fil méridien quand la pendule marquera l'heure $(h_3 + q)$, et de toutes les manières, il reste deux autres fils, savoir le quatrième pour répéter l'essai, et le cinquième pour vérifier le résultat. Quiconque pratiquera cette méthode, détruira l'inclinaison ou du moins la laissera entre les limites de 2″ en arc, comme on peut le vérifier, en observant ensuite

deux autres passages et en employant, pour obtenir le résultat, une des deux expressions (8) ou (9), suivant les circonstances. Même quand $i$ sera de 4″ ou 6″, il sera inutile de corriger cette erreur, mais on devra la déterminer avec toute l'exactitude possible et avec son signe, pour l'employer dans les opérations dont je vais parler.

*De la collimation en azimut, et du même azimut.*

Deux observations complètes d'une même étoile circompolaire, une de passage supérieur et une autre de passage inférieur, faites avec la lunette du cercle mural, donneront comme nous l'avons vu en traitant de l'azimut de la lunette méridienne (*première méthode*), une équation

$$a = b + i \text{ tang. } \varphi - \mu p \text{ , } \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

$b$ et $\mu$ étant des quantités connues.

On pourra encore obtenir un résultat de la même forme au moyen des observations complètes de deux étoiles circompolaires distinctes, l'une à son passage supérieur, et l'autre à son passage inférieur (*seconde méthode*).

Si les observations étaient incomplètes, on les réduirait à être complètes, suivant ce qui a été dit plusieurs fois.

En appliquant la seconde méthode successivement à deux autres étoiles dont la différence en ascension droite soit connue, on aura une autre équation,

$$a = b_1 + i \text{ tang. } \varphi - \mu_1 p \text{ ; } \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

et on en déduira

$$\left. \begin{array}{l} p = \dfrac{b_1 - b}{\mu_1 - \mu} \text{ ; } c = \dfrac{b_1 - b}{\mu - \mu} - 0'',31 \cos. \varphi + 15d \\ a = \frac{1}{2}(b_1 + b, + i \text{ tang.} \varphi - \frac{1}{2}(b_1 - b) . \dfrac{\mu_1 + \mu}{\mu_1 - \mu} \end{array} \right\} \quad . \quad (17)$$

Il faut dans la pratique choisir les étoiles dont doit résulter l'équation (16), de manière que le coefficient $\mu_1$, diffère le plus possible de $\mu$. La combinaison employée à San Fernando fut le passage inférieur de $\beta$ de la petite ourse avec le passage supérieur de $\alpha$ du poisson austral (*fomalhaut*) ou avec celui de $\alpha$ du scorpion (*antarès*).

La moyenne de six déterminations de $a$ et $c$ par ces méthodes, s'éloignait dans son plus grand écart de moins de 3″ en arc.

*Marque méridienne du cercle, et conclusion.*

Les quantités $i$, $a$, $c$, étant connues au moyen des observations, et la croisée des fils se trouvant sur la marque provisoire, la déviation de celle-ci sera

$$\beta = - i \sin.(\varphi + \pi) + a \cos.(\varphi + \pi) + c,$$

$\pi$ étant négatif quand la marque se trouve au nord au-dessous du pôle.

Les opérations faites pour placer la marque de la lunette méridienne, auront fait connaître avec beaucoup d'exactitude la valeur angulaire d'une petite distance linéaire prise dans la région de la marque, partant on aura tout ce qui est nécessaire pour déterminer la position exacte de la marque du cercle.

De plus, comme la distance entre cette dernière et la marque provisoire est petite et déjà connue, il est facile sur cette distance de corriger l'erreur $c$. Cela fait, on place le fil méridien sur la marque définitive, en faisant mouvoir la vis qui sert à donner au cercle le mouvement en azimut.

On peut faire, si l'on veut, une autre série d'observations semblables, pour s'assurer de la bonté de ces opérations mécaniques; et si les résultats indiquaient que $i$, $a$, $c$, n'excèdent pas 2″ ou 3″, on considérerait ces quantités comme nulles sans le moindre scrupule.

Jusqu'ici il n'a été question que du placement primitif du cercle et de la marque. Mais pour l'examen qu'il convient de faire de temps en temps de la situation de l'instrument, il est

plus commode et exact, pour ne pas répéter les mêmes opérations, d'établir une autre marque au sud.

A cet effet, on a placé de ce côté et dans l'enceinte de l'observatoire, une marque métallique fixée sur un mur, qu'on a recouverte pour la préserver des intempéries de l'air. Cette marque est mise au foyer principal d'une lentille qui se trouve à l'intérieur de l'observatoire. Cette lentille étant visible dans le champ de la lunette du cercle mural, la marque l'est aussi par un principe d'optique bien connu.

La marque du sud a été établie en la faisant coïncider avec la croisée des fils de la lunette, après avoir placé celle-ci dans le méridien au moyen de la marque du nord, comme on l'a dit.

Au moyen des deux marques ou mires, il est facile d'examiner, quand on veut, la position de l'instrument, parce que si la croisée coïncide avec les deux marques, $a$ et $c$ seront nuls. Au cas contraire, on la fait coïncider avec l'une d'elles, et en la dirigeant sur l'autre, on corrige la demi-différence en faisant mouvoir dans sa coulisse le châssis des fils; et l'autre moitié au moyen de la vis azimutale.

Dans la pratique de toutes les opérations indiquées, autant pour la lunette méridienne que pour le cercle mural, il convient que les quantités $k$ et $x$ soient $= 1$; ou, ce qui revient au même, qu'il y ait entre les observations le moins d'intervalle possible, pour être plus assuré de l'immobilité de l'instrument. Mais si l'état du ciel s'oppose à cette précaution, il ne faut pas regarder pour cela comme inexacte l'application des méthodes exposées; parce que l'expérience montre que les deux instrumens conservent leur position pendant long-temps avec une exactitude admirable. S'il n'en était pas ainsi, quels que fussent les moyens que l'on emploierait, on ne pourrait espérer une grande précision dans les résultats des observations faites avec les deux instrumens.

Je suis, etc.

Paris, le 6 mars 1838.

---

### *Sur le nouveau télégraphe électrique de* M. WHEATSTONE, par A. QUETELET.

L'idée d'employer l'électricité comme moyen télégraphique n'est pas nouvelle ; on la trouve déjà proposée dans la quatrième édition du traité de *Cavallo* sur l'électricité, vol. III, p. 285, année 1795. L'auteur propose d'employer, pour transmettre les signaux, différentes séries d'étincelles et d'appeler l'attention par l'explosion d'une bouteille d'air inflammable.

En 1794, *Reiser,* en Allemagne, avait aussi proposé la construction d'un télégraphe par lequel on aurait donné les signaux au moyen d'étincelles électriques. Il employait à cet effet autant de fils conducteurs qu'il y avait de signaux indépendans à transmettre, en sorte que chaque fil transmettait une indication qui lui était propre.

La France et l'Espagne peuvent de leur côté réclamer une semblable antériorité. Dans la relation du voyage qu'*Arthur Young* fit en France pendant l'année 1787, on trouve la description d'une expérience faite par M. *Lomond*, qui employait pour représenter différens signes, les degrés de divergence d'un électromètre. Des expériences furent aussi faites dans la péninsule, par le docteur Salva, sur une échelle assez grande et aux frais de l'infante d'Espagne. Mais les appareils les plus ingénieux et les plus complets pour communiquer par l'électricité, furent imaginés par M. *Francis Ronalds*, dont les expériences ont été publiées en Angleterre en 1823, dans un petit volume in-8°.

Les auteurs qui viennent d'être cités employaient l'électricité à une haute tension. Les difficultés et les dépenses nécessaires pour isoler suffisamment les fils conducteurs et l'action incertaine des machines électriques présentent peu d'espoir d'utiliser leurs procédés, quand l'électricité doit être transmise à de grandes distances.

La découverte de *Volta*, en 1800, fit naître des espérances nouvelles. Le courant continu d'électricité d'une faible tension produit par la pile, parut d'un usage plus commode et suscep-

tible de se transmettre avec sûreté par des fils conducteurs moins parfaitement isolés.

*Sœmerring* proposa à Munich, en 1812, un télégraphe dans lequel les fils étaient aussi nombreux que les signaux à transmettre. Ces signaux étaient donnés par la décomposition d'eau, placée sur la route que l'électricité avait à parcourir. Ce moyen très-ingénieux n'était guère susceptible d'application.

On ne vit guère de nouveaux moyens proposés jusqu'à l'époque de la découverte importante d'OErsted, en 1820, de l'action d'un courant électrique sur l'aiguille aimantée. *Ampère* fut un des savans qui exploitèrent avec le plus de succès ce nouveau champ de découvertes, et il proposa, d'après une idée qui lui fut suggérée par l'illustre *Laplace*, de se servir d'autant de circuits qu'il y avait de lettres dans l'alphabet, et de faire agir chacun d'eux sur une aiguille particulière.

Il serait difficile de pousser plus loin cette exposition historique, car il n'est guère de physicien à qui l'idée ne se soit présentée d'employer l'électricité comme moyen télégraphique, et un très-grand nombre ont cédé au besoin de donner de la publicité à leurs procédés. M. *Wheatstone* m'a assuré qu'il a déjà recueilli, pour sa part, les noms de 62 prétendans à la découverte. Quoi qu'il en soit, voici quelques renseignemens sur le procédé qu'il propose lui-même, et qui a déjà été mis à l'épreuve en présence d'un grand nombre de spectateurs et sur une distance de 20 milles d'Angleterre.

M. *Wheatstone* fut conduit à son invention par les belles expériences qu'il fit, il y a six ans environ, dans la vue de mesurer la vitesse de transmission de l'électricité, et qui furent consignées dans les *Transactions philosophiques* de la société royale de Londres pour 1834.

Il trouva que cette vitesse était d'environ 200,000 milles par seconde. Pour faire ces expériences, il n'avait employé qu'un fil conducteur d'un demi-mille; plus tard il employa des fils de plusieurs milles de longueur. L'occasion qu'il eut de juger des effets produits par l'électricité voltaïque et par les courans magnéto-électriques sur d'aussi grands circuits, lui donna la con-

viction que les communications télégraphiques ne devenaient pas seulement possibles, mais très-praticables. Il se mit donc à étudier l'appareil le plus convenable pour réaliser son projet, et il réussit de la manière la plus complète par les procédés suivans.

Au moyen de cinq fils conducteurs seulement entre deux stations éloignées, M. *Wheatstone* peut indiquer instantanément les différentes lettres de l'alphabet, et les transmettre au nombre d'environ 30 par minute; plusieurs même peuvent être transmises à deux en même temps. Les mêmes fils servent à la fois pour donner et recevoir des communications, sans qu'on doive modifier en rien l'appareil (1.

Qu'on se figure deux petites chambres éloignées de plusieurs milles de distance, et dans chacune un observateur, assis devant un petit instrument qui porte autant de touches qu'il y a de lettres dans l'alphabet. Sur le mur et en face de lui se trouve suspendu un tableau sur lequel sont lisiblement écrites les lettres de l'alphabet. Quand il met le doigt sur une touche de l'instrument, le caractère qui y répond est distinctement mis en jeu sous ses yeux, et il se manifeste de même pour l'autre observateur dans la station opposée (car la vitesse de l'électricité échappe à toute appréciation). L'appareil sert avec une même facilité la nuit et le jour; ni les tempêtes, ni les nuages, ni les brouillards ne peuvent empêcher ses indications; on en a fait l'essai sous toutes ces circonstances.

On a établi une ligne télégraphique d'après le nouveau système sur une distance d'un mille et demi dans la direction du chemin de fer de Londres à Birmingham; et, de plus, des expériences temporaires ont été faites dans lesquelles les fils conducteurs avaient près de vingt milles d'étendue. Les dernières expériences ont été faites conjointement avec M. *Cooke*, qui sera chargé de tout ce qui concerne les lignes télégraphiques

---

1) Au moyen des cinq fils conducteurs agissant sur cinq aiguilles dont les mouvemens se combinent deux à deux, ou trois à trois, etc., M. *Wheatstone* produit environ deux cents signaux différens.

électriques de l'Angleterre. M. *Cooke* avait lui-même inventé un télégraphe électrique très-ingénieux, mais qui a été remplacé par celui dont nous venons de donner une idée.

Il est une partie très-importante dans le nouveau télégraphe, dont nous avons omis de parler, c'est l'*alarme*, ou la cloche qui appelle l'attention de l'observateur. Cette cloche sonne sous un marteau à détente qui est subitement relâché par l'action d'un aimant temporaire de fer doux sur lequel on fait agir le courant électrique. Par ce moyen très-ingénieux, et qui appartient entièrement aux deux physiciens anglais, l'observateur à l'une des stations peut appeler l'attention de l'autre observateur, en frappant fortement le timbre.

Quoique l'on fasse usage de cinq fils, on pourrait n'en employer que quatre et même trois, si l'on voulait se borner au dictionnaire télégraphique ordinaire.

Les résultats qui précèdent n'ont pas encore reçu de publicité, parce que M. *Wheatstone* voulait s'assurer la propriété de son invention par des brevets pris en Angleterre, en France, en Belgique, aux États-Unis, etc.; aujourd'hui que l'auteur s'est assuré la jouissance de sa découverte, il a bien voulu nous permettre de faire connaître aux savans les procédés qu'il emploie. La délicatesse de ses appareils est si grande, qu'il suffit pour les mettre en action d'employer, dans le plus grand nombre de circonstances, un élément voltaïque d'un décimètre de côté. Dans les cas de grande humidité seulement, il est prudent d'employer un élément d'une étendue un peu plus grande.

Depuis que M. *Wheatstone* a mis ses appareils en expérience, et que les succès qu'il a obtenus n'ont plus laissé de doute sur les avantages des télégraphes électriques, plusieurs personnes ont fait des tentatives nouvelles et ont réclamé à leur bénéfice l'invention des physiciens anglais; on compte parmi elles M. *Alexandre* à Édimbourg, M. *Davy* à Londres, le colonel *Gold* à Leamington, le professeur *Morse* à New-York, etc. Il est juste de dire cependant que les expériences de MM. *Gauss* et *Weber* sur la transmission des signaux par des procédés magnéto-électriques, expériences qui ont été répétées par le pro-

fesseur *Steinheil* de Munich, ont été faites avant les publications de MM. *Wheatstone* et *Cooke*. Il semblerait du reste que ces habiles physiciens ont plutôt eu en vue de montrer la possibilité des télégraphes électriques, que de réunir les conditions nécessaires pour les faire servir à la pratique d'une manière permanente.

M. *Wheatstone* a l'intention de publier lui-même un ouvrage dans lequel seront décrits ses différens appareils, et il présentera alors, sous forme d'introduction, un exposé historique de tous les essais qui avaient été tentés pour arriver aux résultats remarquables qu'il a obtenus avec M. *Cooke*. Ce travail ne sera pas le moins important de ceux qui ont été publiés déjà par ce savant et ingénieux physicien.

---

*Note sur le phénomène d'optique météorologique du* 13 *mars* 1838, par M. Delezenne [1].

Le 13 mars, à huit heures et demie, les ombres portées par les corps étaient peu intenses et très-mal terminées ; le ciel, couvert d'un voile léger de vapeur, avait un aspect indéfinissable : tout annonçait enfin quelque phénomène extraordinaire. Je montai au plus haut de ma maison pour observer le soleil à travers un stéphanoscope, persuadé que j'allais voir une belle couronne multiple. Je vis l'astre au milieu d'une plage rouge qui s'étendait à une distance de 1 à 2°, et en même temps une croix rouge sombre, d'une lumière faible, et dont les branches horizontales et verticales avaient une largeur égale à celle de l'astre. Les toits des maisons voisines m'empêchaient d'en voir toute la branche verticale inférieure. A l'extrémité supérieure de l'autre branche verticale, je vis deux arcs rouges qui se présentaient

---

1) Ce phénomène a aussi été observé en Belgique ; voyez dans les *Bulletins* de l'Académie de Bruxelles, tome V, p. 145, l'extrait d'une lettre de M. *Scherpereel*, adressée au rédacteur.

leur convexité ; ils étaient confondus, à leur jonction, avec l'extrémité de la branche verticale, et leurs centres étaient dans un plan passant par le soleil et le zénith. L'arc qui tournait sa convexité au soleil était d'un plus petit rayon et ne s'étendait guère que de 6 à 8° de chaque côté du même plan. Cet arc était suivi d'un arc semblable d'un bleu pâle fort vif. Le rouge était lui-même plus intense que celui de l'arc qui tournait sa concavité au soleil. Ce dernier arc appartenait à un cercle dont la teinte rouge assez faible devenait très-vive à sa rencontre avec les branches horizontales de la croix. Le phénomène était donc un halos avec deux parhélies. Ces images du soleil n'étaient pas rondes : elles étaient un peu amplifiées et surtout fort allongées dans la direction de la circonférence du halos. Les branches horizontales de la croix se prolongaient en dehors du halos jusqu'à 40° du soleil, et formaient une portion du cercle parhélique d'un bleu vif. Le tout vu à travers le stéphanoscope.

Le halos et les branches de la croix n'étaient visibles qu'à l'aide de cet instrument. Le soleil, les deux parhélies, l'arc supérieur en forme de croissant et même un croissant opposé faisant partie du halos, étaient visibles à l'œil nu ; mais à huit heures et demie le voile nuageux était trop peu épais, et par suite la lumière trop vive, pour qu'on pût sans danger fixer la vue sur le soleil et même sur les parhélies.

Depuis huit heures trois quarts jusqu'à neuf heures un quart, le voile de vapeur s'est continuellement épaissi, ce qui a permis d'observer à l'œil nu les deux parhélies, ainsi que le croissant supérieur. Les parhélies étaient fort amplifiées, surtout dans le sens vertical ; elles avaient le rouge en dedans ; mais de toutes les nuances du spectre on ne reconnaissait guère que le rouge, l'orange et le jaune ; venaient ensuite les deux parhélies blanches, éclatantes, suivies du cercle parhélique blanc, dont l'intensité décroissait avec la distance.

A neuf heures, le croissant supérieur s'est effacé pour ne plus reparaître ; les autres parties de l'image totale ont décru d'intensité, et à neuf heures vingt minutes on ne voyait plus qu'une seule parhélie qui, en s'effaçant, a terminé la scène.

Ayant adapté le stéphanoscope à la pinnule d'un octant, j'ai voulu mesurer le demi-diamètre vertical supérieur du halos; cela n'a pas été possible dans la position que j'occupais, la seule qui pût me laisser voir le phénomène. Par trois mesures concordantes de la distance angulaire horizontale du soleil au halos rouge, j'ai trouvé 22°,41′, ce qui donne 1,321 pour l'indice de réfraction des rayons rouges dans les prismes de glace; tandis que *Wollaston* a trouvé directement 1,310 pour les rayons rouges. Si l'indice 1,310 est exact, et si l'on ne tient pas compte de la réfraction atmosphérique horizontale, l'angle devait être de 21°,50′,20″ au lieu de 22°,41′. La différence est de 50′,40″. Elle est beaucoup plus grande que l'erreur possible de l'observation.

Le phénomène que je voyais pour la première fois me préoccupait fortement; j'ai perdu du temps à le contempler et particulièrement à vouloir mesurer le demi-diamètre vertical du halos. Je regrette donc bien vivement d'avoir pensé trop tard à vérifier la polarisation par réfraction, découverte par M. *Arago* dans la lumière du halos, et la polarisation par réflexion, prévue par M. *Babinet*, dans la lumière du cercle parhélique.

Le stéphanoscope convient parfaitement à l'exploration de ce phénomène; il permet de prendre les mesures avec exactitude et sur des couleurs bien définies, puisqu'il en donne les longueurs d'ondulation. C'est par son intervention que de tous les habitans de Lille et des environs, je crois être le seul qui ait vu la croix et le premier halos, bien que j'eusse commencé à observer au moment où le phénomène avait déjà beaucoup perdu de sa splendeur première.

Plusieurs personnes plus heureuses et mieux placées que moi ont pu observer dès huit heures dix minutes. Les unes ont vu presque la moitié supérieure du halos de 22° et du halos de 46°, avec les portions d'arc en contact et tournées en sens contraires. Les autres n'ont vu du halos intérieur que les arcs voisins des parhélies. Aucune n'a dit avoir vu la croix, bien qu'on ait interrogé leurs souvenirs. Il paraît donc qu'à Lille les deux halos n'ont été en partie visibles à l'œil nu que de huit heures dix minutes à huit heures et demie au plus tard.

Le phénomène a été vu plus ou moins complet à Gand, à Dunkerque, à St.-Omer, à Valenciennes, à Cambrai, à St.-Quentin, à Landrecies. Aux environs de cette dernière ville, le cercle parhélique horizontal a été vu entier; plus de la moitié supérieure du second halos était visible, ainsi que les deux parhélies. On avait donc quatre faux soleils. Il était huit heures et demie.

Le 12 mars, à neuf heures et demie du soir, notre collègue M. *Peuvion* a eu le spectacle de deux parasélènes. La lune vraie était derrière la partie la plus épaisse du nuage, car elle était moins brillante que ses deux images. La constitution atmosphérique propre à ce genre de phénomène était donc établie à cette heure à Lille; elle se sera probablement maintenue et complétée en se propageant pendant toute la nuit, puisque le lendemain 13 elle s'étendait sur un espace de plus de trente lieues du Nord au Sud, et de plus de vingt lieues de l'Est à l'Ouest.

D'après les renseignemens recueillis jusqu'à ce jour, on peut conjecturer que le nuage de vapeur formait une sorte de triangle dont la base joignait Dunkerque avec Gand, et dont le sommet était à St-Quentin, ou peut-être à Soissons; mais ce nuage ne s'étendait probablement pas jusqu'à Paris; car les journaux arrivés hier et ceux arrivés ce soir ne font aucune mention de phénomène météorologique extraordinaire.

Thermomètre exposé au midi, + 3°,5 le 13, à neuf heures dix minutes. Baromètre, 770 millimètres. Depuis midi jusqu'à une heure, j'ai vu alternativement des couronnes simples et doubles, mais toujours d'un petit diamètre. Il a plu le soir.

Si dans les voyages scientifiques on faisait usage du stéphanoscope pour observer et mesurer les couronnes, on obtiendrait des données certaines sur la grosseur comparative et même sur la grosseur absolue des globules d'eau qui constituent les nuages aux diverses latitudes, et l'on mesurerait avec précision tous les détails des phénomènes semblables à celui qui fait l'objet de cette note.

Lille, le 16 mars 1838.

*Calendrier des moyens temps de la floraison des plantes* (1.

La Belgique est un des pays de l'Europe où l'on s'occupe avec le plus de plaisir et de soin de la culture des fleurs. Nous avons pensé en conséquence qu'il pourrait être intéressant pour les nombreux amateurs de cette culture, d'avoir communication d'un calendrier des temps moyens de la floraison des plantes, calculé d'après les observations d'un demi-siècle recueillies par deux observateurs exercés, M. *F.-F. Forster*, membre de la société royale de Londres, et son fils M. *Thomas-Ignace-Marie Forster*, de la société royale astronomique de Londres.

Ces recherches d'ailleurs doivent intéresser les physiciens qui se livrent à l'étude des phénomènes de la nature assujétis à une certaine périodicité. Voici comment s'exprime M. le docteur Forster au sujet du catalogue qu'il a bien voulu nous communiquer.

« Ce catalogue a rapport à une période de plus de 50 ans : pendant les 30 premières années, les observations ont été faites par mon père ; et j'ai continué à observer pendant les 21 années suivantes. Les observations enregistrées régulièrement dans le journal météorologique de ma famille, qui commence au 1er janvier 1780 et continue jusqu'à la fin de l'an 1831, fournissent les données nécessaires pour calculer les moyens temps des phénomènes de la floraison avec assez d'exactitude pour le climat de Londres; elles ont été faites dans le jardin botanique de mon père à Walthamston en Angleterre, près de Londres (lat. 51°,30′,51″ N., long. 2°,20′,5″ O. de l'observatoire de Paris). Mais j'ai eu occasion de remarquer qu'il existe si peu de différence entre la floraison de quelques plantes à Londres et à

---

1) Cette notice et la suivante ont été imprimées dans l'*Annuaire* de l'observatoire de Bruxelles pour 1838; nous les reproduisons ici avec quelques corrections qui nous ont été obligeamment indiquées par plusieurs savans.

Bruxelles, qu'il serait fort intéressant de comparer les indications de ce catalogue avec les observations bruxelloises. En conséquence, j'espère que ce mémoire ne manquera pas d'intérêt pour les naturalistes et les physiciens de ce pays ([1].

» Un autre point non moins intéressant se présente, quand on examine l'origine et l'étymologie des noms flamands et anglais de certaines plantes communes, et particulièrement de celles qui sont médicinales; je trouve une coïncidence très-remarquable entre ces noms et les temps de la floraison. Pour m'expliquer mieux, une plante qui prend son nom d'après un certain saint, dans les anciens calendriers monastiques, se trouve actuellement en fleur à l'époque de la fête de ce saint. Par exemple, la plante dite Chemise de Notre-Dame, *Cardamine pratensis*, fleurit le 6 avril, qui correspond au 25 mars (l'ANNONCIATION DE NOTRE-DAME) dans l'ancien calendrier. Le Perceneige ou *Heilige magde-bloem*, *Galanthus nivalis*, a sa moyenne floraison au 13 février, c'est-à-dire au jour de la *Chandeleur*, de l'ancien calendrier. Je pourrais citer bien d'autres exemples, qui seront du reste facilement remarqués dans le calendrier qui suit. Cette observation intéressante en elle-même, a encore un but d'utilité, puisqu'elle prouve que les temps de la floraison n'ont pas changé depuis plusieurs siècles ([2].

---

[1]) Nous accueillerons avec d'autant plus de plaisir les observations comparatives qui seraient faites par la suite, dans ce royaume, qu'elles offriraient des rapprochemens curieux à faire avec les tableaux des températures de la terre et des températures de l'air, qui sont les deux élémens dans lesquels les plantes plongent constamment par leurs racines et leurs tiges. A. Q.

[2]) L'extrait suivant vient à l'appui de cette assertion ; nous l'avons jugé assez important pour être cité textuellement d'après l'*Annuaire catholique de Londres pour l'an* 1828.

« But we will take a few more examples. Enter into any garden, and the common name of *Marygold, Our Lady's Seal, Our Lady's Bedstraw, Holy Oak*, corrupted into Holyhock, *The Virgin's Thistle*, *St. Barnaby's Thistle*, *Herb Trinity*, *Herb St. Christopher*, *Herb St. Robert*, *Herb St. Timothy*, *Jacob's Ladder*, *Star of Bethlehem*, now called Ornitogalum; *Star of Jérusalem*, now

ABRÉVIATIONS.

fl. — *fleurit*, comme les fleurs, c'est-à-dire la *première*-floraison.
fr. — *fructifie*, comme les cryptogames, les arbres fruitiers, etc.
feu. — *feuille*, quand un arbre porte les premières jeunes feuilles.
p. f. — *en pleine fleur*, ou le *maximum* de floraison.

---

## JANVIER.

4 Coryllus avellana, fl.
5 Helleborus fœtidus, fl.
6 Tortula rigida, fr.
8 Tremella deliquescens, fr. (1
11 Bryum hornum, fr.
13 Taxus baccata, fl.
— Veronica arvensis, fl.
16 Lamium purpureum, fl.

---

made Goatsbeard; *Passion Flower*, now Passiflora; *Lent Lilly*, now Daffodil; *Canterbury Bells*, so called in honour of St. Augustine, but now made into Campanula; *Cursed Thistle*, now Carduus, besides *Archangel*, *Apple*, *of Jerusalem*, *St. Paul's Botany*, *Basil*, *Herb St. Barbe*, *Herb St. Barbara*, *Bishopweed*, Herba Christi, *Herba Benedicta*, *Herb St. Margaret*, erroneously converted into *La Belle Marguerite*; *God's Flower*, Flos Jovis; *Job's Tears*, *Our Lady's Laces*, *Our Lady's Mantle*, *Our Lady's Slipper*, *Monk's Hood*, *Friar's Cowl*, *St Peter's Herb*, *Bean of St. Ignatus*, *Jesuit's Bark* and a hundred more such : — Go into any garden, I say, and these names will remind every one at once of the knowledge of plants possessed by the Monks, most of them having been named after the Festivals and Saints' Days on which their natural time of blowing happened to occur; and others were so called, from the tendency of the minds of the Religious Orders of those days *to convert every thing into a memento of sacred History*, *and the holy Religion which we profess*.

1) Cette brillante espèce est vulgairement dite *St.-Goul's Lampschen*, c'est-à-dire Lampe de Ste Gudule, évidemment parce qu'elle paraît vers la fête de cette sainte.

17 Anemone coronarium, fl.
19 Lamium album, fl.
21 Helleborus niger, fl.
22 Draba verna, fl.
25 Helleborus hyemalis, fl. ([1]
29 Osmunda lunaria, fr.

FÉVRIER.

1 Fontinalis minor, fr.
2 Galanthus nivalis, fl.
3 Crocus mœsiacus, id.
4 Politricum commune, fr.
5 Primula verna, fl.
6 Primula rubra, id.
7 Cyclamen coum, id.
8 Mnium androgenum, fr.
9 Narcissus romanus, fl.
10 Primula acaulis, id.
12 Anemone hepatica, id.
13 Primula polyanthos, id.
14 Crocus biflorus, id.
15 Crocus susianus, id.
— Daphne Mezereum, id.
— Daphne laureola, id.
17 Veronica agrestis, id.
20 Cynoglossum omphalodes, id.
21 Crocus versicolor, id.
22 Bellis perennis, id.
23 Prunus armeniaca, id.
— Osmunda regalis, fr.
26 Amygdalus persica, fl.
— Vinca minor, id.
— Vinca major, id.
27 Pulmonaria officinalis, id.

---

([1]) Dite *Flower of S. Paul*, *S. Paul's bloem*, ou fleur de St Paul.

## MARS.

3 Viola odora, fl.
4 Alsine media, id.
6 Helleborus viridis, id.
7 Narcissus pseudonarcissus, id.
11 Erica vagans, id.
13 Viola tricolor, id.
14 Tussilago farfara, id.
15 Mercurialis perennis, id.
16 Narcissus nutans, id.
— Hyacinthus racemosus, id.
18 Doronicum pardalianches, id.
19 Ornithogalum luteum, id.
20 Viola canina, id.
21 Fumaria bulbosa, id.
22 Ficaria verna, id.
23 Narcissus incomparabilis, id.
24 Chrysosplenum oppositifolium, id.
25 Calendula officinalis, id.
26 Hyoscyamus scopolia, id.
27 Doronicum plantageneum, id.
— Narcissus odorus, id.
29 Primula elatior, id.
— Fumaria officinalis, id.
30 Cardamine hirsuta, id.
31 Tulipa suaveolens, id.

## AVRIL.

1 Mercurialis annua, fl.
2 Primula chinensis, id.
3 Viola odora alba, id.
— Oxalis alba, id.
— Ranunculus bulbosus, id.
— Fritillaria meleagris, id.

3 Anchusa sempervirens, fl.
— Chiranthus cheiri, id.
— Cynoglossum omphalodes, p. f.
— Tulipa præcox, fl.
— Hyacinthus orientalis, id.
— Hyacinthus botryodes, p. f.
4 Hyacinthus racemosus, p. l.
— Fritillaria rubra, fl.
5 Fritillariaflava, id.
— Fritillaria striata, id.
6 Anemone pulsatilla, dite *Paasbloem*, id.
— Cardamine pratensis, id.
7 Anemone nemorosa, id.
8 Glechoma hederacea, id.
— Narcissus bicolor, id.
— N. primulinus, id.
— N. tubiflorus, id.
— Orchis mascula, id.
9 Lunaria annua, id.
10 Viola tonbrigensis, id.
11 Leontodon taraxacum, p. f.
12 Saxifraga crassifolia, id.
13 Narcissus viridiflorus, fl.
14 Borago officinalis, id.
15 Stellaria holostea, id.
16 Tulipa sylvestris, id.
17 Geum rivale, id.
18 Cyclamen vulgare, id.
19 Allium ursinum, id.
— Narcissus augustifolius, id.
20 Leucojum vernum, id.
— Narcissus tazetta, id.
22 Cardamine amara, id.
23 Hyacinthus nonscriptus, id.
24 Prunus spinosa, id.
— Gentianella acaulis, id.

26 Primula veris, p. f.
27 Narcissus major, fl.
28 Ajuga reptans, id.
— Trollius asiaticus, id.
— Ulex europæus, p. f.
— Scilla campanulata, id.
— Galeobdolon luteum, id.
— Arum maculatum.
— Pyrus malus, fl.
— Ranunculus repens, id.
— Erysimum alliaria, id.
29 Geranium robertianum, id.
— Narcissus biflorus, id.
— Dentaria bulbifera, id.

## MAI.

1 Tulipa gesneri, fl.
— Lychnis dioica, id.
2 Raphanus raphanistrum, id.
— Sinapis arvensis, id.
3 Narcissus poeticus, id.
— Polygala vulgaris, id.
4 Azalea pontica, id.
— Azalea nudiflora, id.
— Pæonia alba, id.
— Pæonia arborea, id.
5 Veronica chamædris, p. f.
— Trollius europeus, fl.
6 Syringa vulgaris, id.
— Aquilegia vulgaris, id.
— Æsculus hippocastanum, id.
8 Convallaria majalis, id.
9 Chelidonium majus, id.
— Papaver cambricum, id.
— Convallaria polygonatum, id.
— Symphitum Forsteri, id.

9 Symphitum asperrimum, fl.
10 Pæonia tenuifolia, id.
— Centaurea montana, id.
— Hieracium pilosella, id.
11 Asphodelus luteus, id.
— Crategus oxycantha, id.
12 Iris germanica, id.
— Hesperis matronalis, id.
12 Symphitum officinale, id.
— Symphitum tuberosum, id.
13 Pæonia officinalis, id.
14 Papaver nudicaule, id.
15 Ornithogalum umbellatum, id.
16 Cytisus laburnum, id.
17 Papaver argemone, id.
— Aquilegia vulgaris, id.
— Aquilegia atropurpurea, id.
— Rhododendron ponticum, id.
18 Hypochæris radicata, id.
19 Aconitum napellus, id.
20 Lychnis flos cuculi, id.
21 Adonis flos Adonis, id.
— Tragopogon porrifolius, id.
22 Tragopogon pratensis, id.
— Tragopogon hybridus.
23 Pæonia peregrina, id.
— Siringa vulgaris, p. f.
24 Papaver orientale, p. f.
— Papaver bracteatum, p. f.
— Scandix anthriscus, fl.
25 Geum urbanum, id.
— Sonchus oleraceus, id.
— Hemerocallis flava, id.
— Viburnum opulus, id.
26 Ranunculus flammula, id.
27 Ranunculus acris, id.

28 Pæonia humilis, fl.
— Statice armeria, id.
— Iris lurida, id.
— Iris fœtida, id.
— Rosa indica, id.
29 Centaurea ochroleuca, id.
— Iris sambucina, id.
— Rosa chinensis, id.
30 Gladiolus segetum, id.
— Dianthus chinensis, id.
— Lonicera caprifolium, id.
— Lonicera periclimenum, id.
31 Lilium poniponium, id.
— Lonicera sempervirens, id.

JUIN.

1 Papaver rhæas, fl.
— Papaver dubium, id.
— Iris pseudacorus, id.
— Allium flavum, id.
2 Anagallis arvensis, id.
— Nigella damascena, id.
— Nigella hispanica, id.
— Dianthus hortensis, id.
— Dianthus deltoides, id.
— Centaurea cyanus, id.
— Stachys palustris, id.
3 Rosa provincialis, id.
— Dictamnus albus, id.
— Hesperis tristis, id.
3 Rhinanthus crista galli, p. f.
4 Rosa gallica, fl.
— Rosa sinica, id.
5 Tradescantia virginica.
6 Rosa centifolia, fl.
— Dianthus deltoides, id.

6 Rosa canina, fl.
— Rosa muscosa, id.
— Rosa moschata, id.
— Iris versicolor, id.
7 Chironia centaurium, id.
— Bryonia dioica, id.
— Iris sambucina, id.
— Tamus communis, id.
— Humulus lupulus, id.
8 Dianthus barbatus, id.
— Iris squalens, id.
— Gladiolus communis, id.
— Mimulus luteus, id.
— Lysimachia nummularia, id.
9 Berberis vulgaris, id.
— Rosa centifolia, p. f.
10 Apargia hispida, fl.
— Iris tuberosa, id.
11 Chrysanthemum leucanthemum, id.
— Aspergula odorata, id.
— Mespilus pyrocanthus, id.
— Campanula persicifolia, id.
— Ranunculus asiaticus, id.
12 Delphinium consolida, fl.
— Sorbus aucuparia, id.
13 Scilla peruviana, id.
14 Oscimum basilicum, id.
— Iris xiphium, id.
— Iris xiphioides, id.
15 Echium vulgare, id.
— OEnanthe crocata, id.
16 Campanula medium, id.
— Campanula speculum veneris, id.
— Convolvulus tricolor, id.
17 Tropæolum majus, id.
— Malva sylvestris, id.

18 Chelidonium glaucum, fl.
— Agrostemma flos Jovis, id.
— Agrostemma coronaria, id.
19 Aconitum anthora, id.
— Digitalis purpurea, id.
20 Lychnis chalcedonica, id.
— Mirabilis jalapa, id.
21 Jasminum officinale, id.
22 Lilium bulbiferum, id.
— Ligusticum levisticum, id.
23 Cypripedium calceolus, id.
— Lathyrus odoratus, id.
— Salvia officinalis, id.
— Antirrhinum purpureum, id.
24 Hypericum pulchrum, id.
25 Anastatica hierochontica, id.
26 Rosa damascena, p. f.
— Sonchus cœruleus, fl.
— Crepis barbata, id.
27 Hypericum perforatum, id.
28 Centaurea cyanus, p. f.
— Agrostemma gistago, fl.
— Chrysanthemum segetum, id.
29 Rhinanthus crista galli, p. f.
— Polemonium cœruleum, fl.
— Papaver somniferum, p. f.
30 Calendula arvensis, id.

JUILLET.

1 Agrimonia eupatona, fl.
— Clematis integrifolia, id.
2 Lilium candidum, id.
— OEnothera biennis, id.
3 Campanula rapunculoides, id.
4 Hemerocallis fulva, id.
5 Verbascum virgatum, id.

6 Verbascum thapsus, fl.
— Verbascum pyramidale, id.
— Sedum telephinum, id.
7 Hyoscyamus niger, id.
— Datura stramonium, id.
— Sempervivum tectorum, id.
— Jasione montana, id.
8 Cnicus palustris, id.
— Alisma plantago, id.
— Liliodendron tulipifera, id.
9 Solanum dulcamara, id.
— Convolvulus cœruleus, id.
10 Lilium chalcedonicum, p. f.
— Helianthus multiflorus, fl.
11 Arnica montana, id.
— Campanula rotundifolia, id.
— Solanum nigrum.
12 Gallium erectum, fl.
— Gallium mollugo, id.
— Euphrasia odontites, id.
13 Campanula trachelium, id.
— Lupinus luteus, id.
— Lupinus cœruleus, id.
14 Lilium tigrinum.
— Tropæolum majus, p. f.
— Agrostemma cœli rosa, fl.
15 Senecio Jacobæa, id.
— Helianthus annuus, id.
16 Clematis flammula, id.
17 Chrysanthemum coronarium, id.
18 Teucrium scoradonia, id.
19 Hieracium aurantiacum, id.
— Rudbeckia hirta, id.
20 Dracocephalum virginianum, id.
— Aster chinensis, id.
— Tagetes erecta, id.

21 Salvia pratensis, fl.
— Saponaria officinalis, id.
— Ascyrum crux Andriæ, id.
21 Solidago procera, id.
22 Sorbus aucuparia, fr.
— Scabiosa atropurpurea, fl.
23 Amaranthus hypochondriasis, id.
24 Silene viscosa, id.
25 Amaryllis formosissima, id.
— Rudbeckia fulgida, id.
26 Zanichellia palustris, id.
27 Amaranthus caudatus, id.
28 Senecio montanus, id.
29 Rudbeckia hista, id.
30 Verbascum virgatum, p. f.
31 Helenium autumnale, fl.

## AOUT.

1 Tagetes patula, fl.
2 Zinnia multiflora, id.
— Pyrethrum inodorum, id.
— Ximenesia encelioides, id.
3 Althaea rosea, id.
— Inula oculus christi, id.
— Rudbeckia purpurea, id.
4 Coreopsis verticillata, id.
— Tanacetum vulgare, id.
5 Gentiana pneumonanthe, id.
— Gentiana nivalis, id.
6 Colchicum autumnale, id.
— Potamogeton fluitans, id.
— Eryngium campestre, p. f.
7 Lilium tigrinum, p. f.
8 Amaranthus flavus, fl.
— Amaranthus cruentatus, id.
9 Antirrhinum orontium, id.

9 Artemisia abrotanum, fl.
— Inula dysenterica, id.
10 Impatiens balsamina, id.
— Amaranthus scandens, id.
11 Aster chinensis, id.
12 Coix lachryma, id.
13 Senecio paludosus, id.
— Mirabilis jalapa, id.
14 Zinnia elegans, id.
— Chrysanthemum indicum, id.
— Carthamus tinctoria, id.
15 Clematis vitalba, p. f.
— Bidens heterophylla, fl.
16 Linaria vulgaris, id.
— Physalis alkekengi, id.
— Physalis angulata, id.
— Agaricus integer, fr.
17 Boletus aurantiacus, id.
18 Phleum paniculatum, fl.
20 Apargia autumnalis, id.
21 Centaurea alata, id.
22 Phleum pratense, id.
— Coreopsis sessiliflora, id.
23 Conyza fœtida, id.
24 Aster nemoralis, id.
25 Erigeron canadense, id.
26 Centaurea alata, p. f.
27 Polygonum minus, fl.
28 Solidago flexicaulis, id.
29 Althæa pallida, id.
30 Nerine sarniensis, id.

SEPTEMBRE.

1 Gentiana ochroleuca, fl.
2 Salidago virgaurea, p. f.
— Passiflora hirsuta, fl.

4 Crocus autumnalis, fl.
5 Spartina cynosuroides, id.
6 Apargia autumnalis, p. f.
— Solidago serotina, fl.
7 Aster solidaginoides, id.
8 Aster amellus, p. f.
9 Aster parvi florus, fl.
10 Crocus officinalis, id.
11 Colchicum versicolor, fr.
12 Crocus nudiflorus, id.
— Passiflora peltata, id.
13 Solidago viminea, id.
14 Passiflora cœrulea, p. f.
15 Aster floribundus, fl.
16 Silphium trifoliatum, id.
— Aster speciosus, id.
17 Helianthus tuberosus, id.
18 Helianthus altissimus, id.
19 Passiflora ciliata, p. f.
22 Aster taxus, fl.
23 Agaricus fimetarius, fr.
24 Boletus bovinus, fr.
29 Aster tradescanti, fl.
30 Artemisia tenuifolia, id.

## OCTOBRE.

5 Pyrethrum serotinum, p. f.
6 Chrysanthemum indicum, id.
10 Aletris viridiflora, fl.
11 Ilex aquifolium, fr.
12 Aster blandus, fl.
17 Solidago petiolaris, id.
18 Agaricus floccosus, fr.
21 Hedera helix, p. f.
23 Liatris elegans, id.
28 Chrysanthemum serotinum, fl.

### NOVEMBRE.

1 Veltheimia uvaria, fl.
2 Taxus baccata, p. f.
3 Veltheimia capensis, fl.
9 Veltheimia glauca, id.
16 Sanseivieria guineana, id.
18 Passiflora serrata, id.
25 Tussilago fragans, id.
30 Oxalis tricolor, id.

### DÉCEMBRE.

1 Stapelia pulla, fl.
6 Erica nudiflora, id.
25 Helleborus niger, id.
31 Tussilago alba, id.

---

*Notice sur les hirondelles et les autres oiseaux de passage.*

Parmi les phénomènes naturels qui se rattachent au retour périodique des saisons, les migrations des oiseaux ne méritent pas moins d'intérêt que la floraison des plantes; sous quelques rapports même, elles excitent plus vivement notre curiosité. On est naturellement disposé à se demander où vont les oiseaux passagers quand ils quittent l'Europe? Pour arriver d'une manière sûre à la solution de cette question, il faut, avant tout, constater avec soin les époques de leurs migrations.

Parmi les oiseaux voyageurs qu'on rencontre dans nos climats, les hirondelles occupent surtout le premier rang, et il paraît qu'en Angleterre elles sont plus nombreuses encore qu'en

Belgique[1]. Dans plusieurs comtés de ce royaume, elles sont même protégées par les autorités, pour des motifs d'utilité publique. L'observation semble prouver, en effet, que la destruction des oiseaux, surtout de ceux qui se nourrissent d'insectes, est généralement nuisible à l'agriculture et à l'horticulture. Les hirondelles, chez les anciens, n'obtenaient pas moins de faveur que chez les modernes. Les poètes leur ont souvent consacré des chants; on connaît les vers charmans qu'Anacréon leur a adressés; on connaît aussi ceux d'Ovide :

Odimus accipitrem quia semper vivit in armis
Et pavidum solitos in pecus ire lupos;
At caret insidiis hominum quia mitis hirundo,
Quasque colat turres chaonis ales habet.

Il existe peu de sujets dont les anciens se soient plus occupés, que de reconnaître la retraite hivernale des hirondelles. Quelques-uns ont cru que ces oiseaux se cachaient, pendant l'hiver, dans les anciens bâtimens et même dans l'eau; d'autres, avec bien plus de raisons, supposaient qu'elles se retiraient en Afrique. Comme elles ont été vues au Sénégal, pendant les mois d'octobre, de novembre, de décembre, de janvier, de février et de mars, et jamais après le mois d'avril, ces conjectures auraient plus de probabilité. D'après les observations de MM. *Forster*, prolongées pendant 38 ans, il paraîtrait que la direction du vent n'aurait pas de rapport direct avec l'époque de leur arrivée, mais qu'en automne, au contraire, elle aurait une influence très-prononcée sur l'époque où elles s'éloignent. On a toujours remarqué, dit M. le docteur *Forster*, que le premier vent du nord ou du nord-est, après le 20 septembre, occasionne le dé-

---

[1]) M. le docteur Th. *Forster*, à qui nous devons la plupart des détails présentés dans cette notice, ainsi que les tableaux qui suivent, a remarqué qu'en général tous les oiseaux sont plus nombreux en Angleterre que chez nous.

part de la plupart des hirondelles; mais on n'a pas constaté avec le même soin le temps après lequel le départ des hirondelles était complétement effectué.

Quand on réfléchit au nombre considérable de ces oiseaux qui quittent l'Europe en automne, et au petit nombre qui reviennent au printemps, on est porté à croire qu'ils rencontrent de grands obstacles dans leurs émigrations.

Il faut remarquer, du reste, que les époques indiquées dans ces tableaux se rapportent en général à l'Angleterre, et qu'elles ne sont probablement pas les mêmes chez nous. Ainsi, d'après le tableau de M. le docteur *Forster*, le martinet noir, *cypselus apus*, arriverait, terme moyen, le 3 mai ([1], tandis que, dans les *Bulletins de l'Académie royale de Bruxelles* ([2], M. *Cantraine* fait remarquer comme tardive l'arrivée à Gand du martinet noir qui n'a eu lieu en 1837, que le 1er mai. En 1831, malgré la rigueur de l'hiver, les hirondelles étaient de retour à Cagliari le 28 février.

Nous répéterons, pour les observations qui suivent comme pour celles relatives à la floraison, que nous avons surtout eu en vue de suggérer l'idée d'entreprendre des observations intéressantes qui n'ont pas encore été faites d'une manière suivie dans ce pays, et qui cependant sont d'une grande importance pour l'histoire naturelle de nos provinces.

---

[1]) Il est vrai que, dans son dernier tableau, M. *Forster*, le fait arriver, dans le comté de Sussex, dès le 1er mai.

[2]) Page 220, tom. IV, séance du 8 mai 1837.

*Table de la première apparition de l'Hirondelle de cheminée,* Hirundo rustica, *d'après les observations faites pendant 34 ans à Londres, et pendant 4 ans sur le continent.*

| ANNÉE. | JOUR de L'ARRIVÉE. | VENT. | *Observations.* |
|---|---|---|---|
| 1800 | Avril 15 | SO. | |
| 1801 | » 5 | NE. | Neige sur la terre. |
| 1802 | » 15 | OSO. | |
| 1803 | » 15 | SE. | |
| 1804 | » 17 | NE. | |
| 1805 | » 5 | O. | |
| 1806 | » 2 | NE. | |
| 1807 | » 15 | NE. | Très-froid. |
| 1808 | » 16 | NNO. | |
| 1809 | » 18 | N. | |
| 1810 | » 20 | NE. | |
| 1811 | » 18 | E. | |
| 1812 | » 15 | NE. | |
| 1813 | » 15 | NO.? | |
| 1814 | » 19 | SE. | |
| 1815 | » 14 | NO. | Temps variable. |
| 1816 | » 21 | NE. | |
| 1817 | » 10 | N. | |
| 1818 | » 17 | E. | |

| ANNÉE. | JOUR de L'ARRIVÉE. | VENT. | *Observations.* |
|---|---|---|---|
| 1819 | Avril 15 | SO. | |
| 1820 | » 16 | NO. | Beau temps. |
| 1821 | » 18 | NO. | Pendant un orage. |
| 1822 | » 17 | SE. | |
| 1823 | » 22 | E. | Vent NO. pendant les 4 jours précédens. |
| 1824 | » 14 | NO. | |
| 1825 | » 19 | N. | |
| 1826 | » 14 | NO. | |
| 1827 | » 22 | NE. | Très-froid. |
| 1828 | » 23 | NO. | Peu d'hirondelles cette année. |
| 1829 | » 21 | SE. | |
| 1830 | » 16 | SO. | |
| 1831 | » 12 | ESE. | |
| 1832 | » 19 | SO. | Vent variable au NO. et violent. |
| 1833 | » 17 | ONO. | Vent fort avec pluie. |
| (1 1834 | » 1 | O. | Observ. à Mantoue. |
| 1835 | » 7 | E. | » à Francfort-sur-Mein. |
| 1836 | » 6 | NE. | » à Aix-la-Chapelle. |
| 1837 | » (2 6 | ENE.? | » à Bruxelles. |

1) Les observations qui suivent ont été faites pendant les voyages de l'auteur (*T. Forster*), et par conséquent le lieu d'observation est toujours constaté.

2) On remarquera que le 15 avril (temps moyen de l'arrivée des hirondelles) prédomine dans les indications particulières.

*Table des temps moyens de la première apparition des oiseaux voyageurs à Londres, d'après les observations de 50 années, enregistrées dans un journal de la famille* Forster.

| OISEAUX DU PRINTEMPS. | MOYEN JOUR D'APPARITION. | |
|---|---|---|
| Le Figuier brun (*Sylvia Hippolais*) | Mars | 10 |
| — jaune (*Sylvia Trochilus*) | Avril | 3 |
| Pouillot (*Sylvia sylvicola*) | » | 17 |
| Fauvette à tête noire (*Sylvia atricapilla*) | » | 5 |
| Rossignol (*Sylvia luscinia*) | » | 10 |
| Fauvette grise (*Sylvia cinerea*) | » | 16 |
| Rossignol des murailles (*Sylvia phœnicurus*) | » | 16 |
| Gobemouche (*Muscicapa grisola*) | Mai | 7 |
| Traquet (*Muscicapa luctuosa*) | Avril | 24 |
| Hirondelle de cheminée (*Hirundo rustica*) | » | 15 |
| — de fenêtre (*Hirundo urbica*) | » | 20 |
| — de rivage (*Hirundo riparia*) | » | 17 |
| Martinet noir (*Hirundo apus*) | Mai | 3 |
| Coucou (*Cuculus canorus*) | Avril | 19 |
| Roi des cailles (*Rallus crex*) | Mai | 5 |
| Engoulevent (*Caprimulgar europœus*) | » | 14 |
| Grand Pluvier (*Fedoa OEdicnemus*) | Février | 27 |

*NB.* Il est à observer que les hirondelles continuent à arriver pendant trois semaines après leur première apparition, et que, quoique leur migration ait lieu vers le 20 septembre, il y a des individus qui restent jusqu'au milieu d'octobre.

| OISEAUX D'AUTOMNE. | MOYEN JOUR D'APPARITION. | |
|---|---|---|
| Le Corbeau mantelé (*Corvus cornix*) | Novembre | 1 |
| La Litorne (*Turdus pilaris*) | Octobre | 30 |
| La Bécasse (*Scolopax rusticola*) | » | 3 |
| La Bécassine (*Scolopax Gallinago*) | » | 4 |
| La petite Bécassine (*Scolopax gallinula*) | » | 4 |
| Le Mauvis (*Turdus illiacus*) | » | 15 |
| Le Pigeon sauvage (*Columba œnas*) | Novembre | 20 |
| Le Merle (*Turdus torquatus*) | Septembre | 29 |

*Oiseaux dont le retour arrive dans certaines saisons, mais non régulièrement, ou qui font des migrations partielles d'une partie du pays à une autre.*

| — | MOYEN JOUR D'APPARITION. | |
|---|---|---|
| Cygne sauvage (*Cygnus ferus*) . . . . . . . . . . | Décembre | 5 |
| Oie sauvage (*Anas anser*), migr . . . . . . . . . . | Novembre | 10 |
| Pochard (*Anas fusca*) . . . . . . . . . . . . . . | Octobre | 5 |
| Petite Sarcelle (*Anas crecea*) . . . . . . . . . . . | Novembre | 25 |
| Mésange à longue queue (*Parus caudatus*) (1. . . . . . | Octobre | 27 |

*Temps moyen de la première et dernière apparition des Hirondelles dans la province de Sussex, tout près de la mer.*

| ESPÈCE D'HIRONDELLE. | Première APPARITION. | QUAND elles sont NOMBREUSES. | Migration GÉNÉRALE. | Dernière APPARITION. |
|---|---|---|---|---|
| Hirundo rustica . . | Avril 15 | Mai 1 | Sept. 20 | Octob. 13 |
| — urbica . . | » 25 | » 10 | » 25 | » 20 |
| — riparia . . | » 27 | » 3 | » 20 | » 10 |
| — apus . . . | Mai 1 | » 14 | Août 10 | Sept. 3 |

1) Il est à remarquer que les mésanges à longue queue traversent l'Angleterre en nombre considérable du 27 octobre jusqu'au 3 novembre.

## *Note sur l'intensité du froid au mois de janvier dernier* (1838).

La fin de cet hiver a été remarquable par l'abaissement du thermomètre qui s'est subitement manifesté, à la suite d'une température assez douce qui avait régné pendant le mois de décembre et les premiers jours de janvier.

Les observations faites à l'observatoire de Bruxelles s'accordent pour donner environ vingt degrés et demi centigrades au-dessous de zéro, à la limite inférieure où le thermomètre s'est abaissé. Le *minimum* a été atteint dans les nuits du 14 et du 19. En consultant toutes les observations anciennement faites à Bruxelles, et malheureusement le nombre en est bien restreint, on ne trouve pas que le thermomètre soit descendu plus bas.

Nous avons cru qu'il pourrait être intéressant de présenter un tableau indiquant l'état de la température pendant les mois de janvier et de février, qui feront désormais époque dans nos fastes météorologiques. La végétation a considérablement souffert pendant cet hiver rigoureux, mais moins peut-être encore dans le jardin de l'observatoire que dans plusieurs autres jardins particuliers. Les lauriers cérises et les aucuba y ont été détruits; les saules pleureurs ont aussi beaucoup souffert; mais les arbres fruitiers ont presque tous résisté aux intempéries de la saison, de même qu'un grand nombre d'arbustes d'espèces qui ont péri en partie dans d'autres jardins particuliers. A Louvain, d'après une note transmise à l'académie de Bruxelles ([1], par M. *Van Mons*, les arbres fruitiers ont beaucoup souffert : ceux dont l'espèce est indigène moins que ceux dont l'espèce est exotique, à l'exception de la vigne qui n'a reçu aucune atteinte. L'abricotier et le pêcher ont subi de grands ravages; le prunier et le cérisier ont mieux résisté; les trois groseillers indigènes n'ont pas été attaqués; le poirier et le pommier l'ont été faiblement.

*Note.* Les tableaux suivans ont été imprimés en partie dans les *Bulletins de l'académie de Bruxelles*, tom. V, p. 51; mais il s'y était glissé plusieurs erreurs qui ont été rectifiées ici.

---

[1]) *Bulletins*, tom. V, pag. 83.

*Température centigrade à l'Observatoire de Bruxelles.*

| DATES. | A 0m,77 DE HAUTEUR. | | | TEMPÉRATURE A 9 HEURES DU MATIN A LA PROFONDEUR DE | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Maxim. (1 | Minim. | à 9 h. du mat. | 0m,10. | 0m,15. | 0m,30. (2 | 0m,60. | 1m,00. |
| JANVIER. | | | | | | | | |
| 1 | +10°,85 | + 2°,78 | + 5°,56 | + 4°,94 | + 4°,59 | + 4°,65 | + 5°,55 | + 6°,03 |
| 2 | 7,60 | 2,12 | 4,66 | 4,44 | 4,17 | 4,80 | 5,47 | 5,90 |
| 3 | 11,10 | 3,89 | 6,95 | 5,19 | 4,91 | 4,80 | 5,40 | 5,95 |
| 4 | 8,60 | 1,95 | 4,17 | 4,24 | 4,20 | 4,31 | 5,28 | 5,82 |
| 5 | 5,00 | — 0,89 | — 0,34 | 4,19 | 4,20 | 4,50 | 5,12 | 5,68 |
| 6 | 5,15 | — 1,67 | — 0,39 | 3,27 | 3,40 | 4,00 | 4,94 | 5,50 |
| 7 | 2,75 | — 2,50 | — 2,22 | 2,19 | 2,41 | 3,26 | 4,50 | 5,22 |
| 8 | — 1,10 | — 9,89 | — 7,89 | 1,19 | 1,45 | 2,38 | 3,76 | 4,76 |
| 9 | — 4,70 | —14,72 | —13,61 | — 0,22 | 1,45 | 1,76 | 3,26 | 4,42 |
| 10 | —10,55 | —13,67 | —11,94 | — 0,94 | — 0,26 | 1,20 | 2,77 | 4,00 |
| 11 | — 6,95 | —15,56 | —10,28 | — 0,41 | — 0,08 | 0,90 | 2,50 | 3,60 |
| 12 | — 7,50 | —12,22 | — 7,67 | — 0,31 | — 0,01 | 0,76 | 2,20 | 3,40 |
| 13 | — 4,40 | —15,61 | —10,56 | — 1,02 | — 0,56 | 0,60 | 2,00 | 3,10 |
| 14 | — 9,75 | —20,78 | —16,94 | — 2,06 | — 1,31 | 0,25 | 1,70 | 2,90 |
| 15 | —10,90 | —16,94 | —11,28 | — 1,56 | — 1,12 | 0,18 | 1,50 | 2,60 |
| 16 | — 7,30 | —19,83 | —18,83 | — 2,39 | — 1,55 | 0,05 | 1,35 | 2,30 |
| 17 | —10,70 | —18,33 | —14,39 | — 2,69 | — 2,06 | — 0,20 | 1,20 | 2,15 |
| 18 | — 6,40 | —18,08 | —17,00 | — 3,20 | — 2,43 | — 0,50 | 1,02 | 2,00 |
| 19 | —12,55 | —20,33 | —17,89 | — 4,26 | — 3,39 | — 0,90 | 0,85 | 1,75 |
| 20 | — 9,25 | —19,83 | —16,06 | — 4,31 | — 3,61 | — 1,40 | 0,70 | 1,60 |
| 21 | — 9,45 | —15,89 | —17,72 | — 3,43 | — 2,87 | — 1,35 | 0,52 | 1,50 |
| 22 | + 0,40 | —10,78 | — 0,34 | — 1,89 | — 1,71 | — 1,15 | 0,60 | 1,50 |

¹) On prend les indications *maxima* et *minima* de température à 9 heures du matin, en sorte que le *maximum* se rapporte en général à l'observation de la veille.

²) Le tube de ce thermomètre n'ayant pas de divisions au-dessous de 0°, les indications ne sont qu'approximatives.

| DATES. | A $0^m,77$ DE HAUTEUR | | | TEMPÉRATURE A 9 HEURES DU MATIN A LA PROFONDEUR DE | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Maxim. | Minim. | à 9 h. du mat. | $0^m,10$. | $0^m,15$. | $0^m,30$. | $0^m,60$. | $1^m,00$. |
| 23 | + 8°,35 | — 7°,45 | — 1°,11 | — 1°,81 | — 1°,43 | — 0°,80 | + 0°,60 | + 1°,45 |
| 24 | 4,45 | —12,56 | —12,50 | — 4,31 | — 3,31 | — 1,20 | 0,40 | 1,15 |
| 25 | — 9,60 | —16,11 | —15,06 | — 6,31 | — 5,05 | — 2,00 | 0,15 | 0,96 |
| 26 | — 9,10 | —14,89 | —10,89 | — 5,81 | — 4,87 | — 2,40 | 0,00 | 0,80 |
| 27 | — 5,85 | —10,83 | — 6,56 | — 2,86 | — 2,68 | — 2,00 | 0,00 | 0,82 |
| 28 | — 3,60 | — 6,94 | — 5,34 | — 1,81 | — 1,68 | — 1,40 | 0,02 | 0,82 |
| 29 | + 2,40 | — 7,22 | + 1,76 | — 1,56 | — 1,61 | — 1,30 | 0,05 | 0,78 |
| 30 | 8,55 | — 3,28 | 0,00 | + 0,07 | + 0,01 | — 0,60 | 0,20 | 0,90 |
| 31 | 7,45 | — 3,33 | — 2,89 | — 0,06 | — 0,18 | — 0,45 | 0,23 | 0,88 |
| Moyennes. | — 1,88 | —10,32 | — 7,13 | — 0,69 | — 0,28 | + 0,74 | + 2,12 | + 2,97 |
| FÉVRIER. | | | | | | | | |
| — | | | | | | | | |
| 1 | — 0,28 | — 6,39 | — 5,83 | — 1,12 | — 0,93 | — 0,75 | + 0,20 | + 0,80 |
| 2 | — 2,89 | — 5,83 | — 3,33 | — 0,70 | — 0,74 | — 0,90 | 0,17 | 0,75 |
| 3 | — 0,34 | — 8,33 | — 3,72 | — 1,93 | — 1,68 | — 1,00 | 0,08 | 0,67 |
| 4 | + 0,28 | —11,94 | — 9,22 | — 2,91 | — 2,43 | — 1,30 | 0,00 | 0,53 |
| 5 | — 2,78 | —12,22 | — 8,61 | — 4,06 | — 3,43 | — 2,00 | — 0,15 | 0,47 |
| 6 | + 0,28 | —11,39 | — 4,61 | — 4,31 | — 3,78 | — 2,30 | — 0,18 | 0,40 |
| 7 | 4,72 | — 5,67 | + 1,67 | — 1,81 | — 1,84 | — 1,60 | 0,00 | 0,50 |
| 8 | 10,00 | + 1,11 | 5,73 | + 0,94 | + 0,57 | — 0,60 | + 0,20 | 0,72 |
| 9 | 10,95 | 3,55 | 6,39 | 0,99 | 0,93 | — 0,21 | 0,26 | 0,75 |
| 10 | 11,11 | — 1,17 | 0,56 | 1,14 | 0,96 | — 0,06 | 0,25 | 0,73 |
| 11 | 1,89 | — 3,61 | — 0,39 | 1,19 | 0,94 | 0,00 | 0,20 | 0,62 |
| 12 | 5,95 | — 5,28 | — 0,89 | 1,19 | 0,94 | + 0,05 | 0,20 | 0,65 |
| 13 | 4,22 | —12,73 | — 8,94 | 1,19 | 0,94 | 0,05 | 0,20 | 0,60 |
| 14 | — 1,89 | — 9,55 | — 6,50 | 1,10 | 0,91 | 0,08 | 0,24 | 0,62 |

| DATES. | A 0m,77 DE HAUTEUR. | | | TEMPÉRATURE A 9 HEURES DU MATIN A LA PROFONDEUR DE | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Maxim. | Minim. | à 9 h. du mat. | 0m,10. | 0m,15. | 0m,30. | 0m,60. | 1m,00. |
| 15 | — 1°,94 | — 7°,72 | — 6°,89 | + 0°,81 | + 0°,82 | + 0°,08 | + 0°,25 | + 0°,60 |
| 16 | — 2,05 | —12,66 | — 7,39 | — 0,34 | — 0,06 | 0,06 | 0,24 | 0,60 |
| 17 | — 3,11 | — 7,22 | — 4,22 | — 0,34 | — 0,28 | — 0,10 | 0,20 | 0,60 |
| 18 | + 2,50 | — 4,17 | + 1,50 | + 0,94 | + 0,78 | 0,00 | 0,40 | 0,80 |
| 19 | 3,33 | — 1,50 | 0,95 | 1,19 | 0,88 | + 0,11 | 0,33 | 0,76 |
| 20 | 2,44 | — 4,77 | — 0,39 | 0,73 | 0,47 | 0,11 | 0,40 | 0,75 |
| 21 | 5,84 | — 0,44 | + 5,44 | 1,19 | 0,91 | 0,15 | 0,40 | 0,80 |
| 22 | 8,66 | — 0,78 | — 0,56 | 1,23 | 0,98 | 0,13 | 0,48 | 0,75 |
| 23 | 0,89 | — 1,33 | — 0,73 | 1,19 | 0,94 | 0,12 | 0,50 | 0,75 |
| 24 | 5,28 | — 0,84 | + 5,05 | 1,32 | 1,02 | 0,18 | 0,55 | 0,76 |
| 25 | 6,89 | + 2,44 | 6,33 | 1,57 | 1,13 | 0,20 | 0,53 | 0,80 |
| 26 | 12,55 | 0,00 | 2,22 | 1,47 | 1,13 | 0,16 | 0,60 | 0,85 |
| 27 | 7,11 | 0;56 | 1,55 | 1,69 | 1,32 | 0,20 | 0,55 | 0,82 |
| 28 | 11,11 | 1,67 | 7,11 | 3,19 | 2,32 | 0,22 | 0,65 | ? |
| Moyennes. | + 3,84 | — 4,20 | — 0,70 | + 0,35 | — 0,22 | — 0,29 | + 0,29 | + 0,70 |

## *Sur les marées en différens points des côtes de Belgique.*

1. En donnant à la page 129 de ce volume, un aperçu des recherches de M. *Whewell*, sur les marées, nous avons promis aux lecteurs de la *Correspondance*, de leur faire connaître les résultats des calculs sur les marées en différens points des côtes de Belgique, d'après les observations faites en 1835, par ordre du Gouvernement, à la demande des savans anglais et sous les auspices de l'Académie royale des sciences de Bruxelles ([1].

[1]) Le tome X des Mémoires de cette société, renferme le rapport de MM. *Quételet* et *Belpaire*, sur ces observations, et le travail de M. *Ed. Mailly*, auquel elles ont donné lieu.

2. Les observations des marées ont été faites au *Fort-Ste.-Marie*, près d'Anvers, à *Anvers*, à *Nieuport*, à *Ostende* et à *Blankenberg;* elles avaient pour objet l'heure et la hauteur de la pleine et de la basse mer, la direction et la force du vent, ainsi que l'état du ciel. Elles furent continuées à Ostende pendant treize mois environ, et pendant six mois sur les autres points. Ces observations ont été discutées par M. *Ed. Mailly*, attaché à l'observatoire de Bruxelles; il en a déduit la grande inégalité qui affecte à la fois l'*instant* et la *hauteur* de la marée et que l'on appelle l'*inégalité semi-mensuelle.* Cette inégalité a une période qui s'accomplit dans l'espace d'un demi-mois lunaire, et dépend de la distance en ascension droite de la lune au soleil, ou, ce qui est la même chose, de l'heure solaire du passage de la lune au méridien. M. *Mailly* a partagé son travail en deux parties; il s'est occupé dans la première, de l'*heure* de la pleine mer, et dans la seconde, de la *hauteur* d'une pleine mer au-dessus de la basse mer consécutive.

## I.

3. *L'inégalité semi-mensuelle* relative à l'heure de la marée est assez bien représentée par la formule suivante :

$$\text{tang. } 2(\theta' - \lambda') = - \frac{h \sin. 2(\varphi - \alpha)}{h' + h \cos. 2(\varphi - \alpha)} \quad . \; . \; . \quad (a)$$

Dans cette formule $\lambda'$ est l'heure lunaire de la haute mer, corrigée de l'inégalité semi-mensuelle : c'est ce que *Laplace* appelle *l'heure fondamentale* du port; $\theta'$ est l'intervalle qui s'écoule entre l'instant $\varphi$ du passage de la lune au méridien et celui de la pleine mer; $\alpha$ et $\frac{h}{h'}$ sont des quantités constantes pour un même lieu, mais variables d'un lieu à l'autre. Ces constantes ne peuvent se déterminer que par l'observation; pour les obtenir, on a suivi la méthode qui avait été adoptée en Angleterre, par M. *Lubbock*, dans la discussion des observations de Londres et de Liverpool.

le tableau suivant renferme les résultats trouvés de cette manière :

| LIEUX. | NOMBRE d'observations. | ÉPOQUE des OBSERVATIONS. | VALEURS DES CONSTANTES $\lambda'$. | $\alpha$. | $\frac{h}{h'}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Ste-Marie . . . | 198 | 1835 Juin-Sept. | 3h 49' | 1h 30' | 0,3010 |
| Anvers . . . | 183 | » » | 3 58 | 2 0 | 0,3201 |
| Nieuport . . . | 315 | Mai-Oct. | 12 10 | 1 0 | ? |
| Ostende . . . | 765 | Mai-Juin 1836 | 12 33 | 2 0 | 0,1007 |
| Blankenberg. . | 176 | Mai-Oct. | 12 31 | 1 30 | 0,2308 |

4. En calculant, d'après la formule ($a$), la valeur de $\theta'$ ou l'intervalle qui s'écoule entre le passage de la lune et l'instant de la pleine mer, lorsque la lune passe au méridien à $0^h$, à $1^h$, $2^h$ ...$11^h$, t. m., M. *Mailly* a trouvé un accord satisfaisant entre la théorie et l'observation, surtout pour Ste-Marie, Anvers et Ostende. La différence ne s'élève qu'à quelques minutes.

5. $\alpha$ est le retard de la marée ou l'âge de la marée, ce qui n'est autre chose que l'âge de la lune correspondant à l'heure fondamentale. Cet élément ne saurait être déterminé d'une manière exacte et certaine qu'au moyen d'une longue série d'observations. Si l'on s'en rapporte à celles que l'on a pu discuter, il en résulte que le retard de la marée n'est pas le même pour les différens points de la côte. C'est, du reste, un fait qui a été constaté ailleurs, et qui paraît aujourd'hui hors de doute.

6. *L'établissement du port* est, comme on sait, l'intervalle qui s'écoule entre le passage de la lune au méridien et l'instant de la pleine mer, le jour de la nouvelle lune ou de la pleine lune. M. *Mailly* a obtenu les valeurs suivantes pour cet élé-

ment :

| LIEUX. | OBSERVATION. | CALCUL. | Annuaire DU BUREAU DES longitudes. | Nautical ALMANAC. |
|---|---|---|---|---|
| Ste-Marie . . . . . | 4h 6′ | 4h 9′ | ? | ? |
| Anvers . . . . . | 4 26 | 4 25 | 4h 25′ | 4h 25′ |
| Nieuport . . . . . | 12 18 | 12 20 | 12 15 | 11 15[1] |
| Ostende . . . . . | 12 41 | 12 43 | 12 20 | 12 10 |
| Blankenberg . . . | 12 46 | 12 47 | ? | ? |

A *Anvers*, l'établissement du port paraît donc être bien décidément 4h 25′, mais à *Nieuport* et à *Ostende*, il serait, d'après les nouvelles observations 12h 19′ et 12h 42′. Cet élément ne semble pas avoir été déterminé jusqu'ici pour *Sainte-Marie* et *Blankenberg;* nous admettrons provisoirement 4h 7′ et 12h 46′ pour ces deux endroits. Nous ferons remarquer que l'établissement du port *calculé* qui résulte de toutes les observations étant le même à peu près que l'établissement *observé*, qui n'est déduit que des observations faites aux jours de nouvelle et de pleine lune, il y aurait une assez grande probabilité pour l'exactitude des nombres trouvés, si l'on était sûr de la marche des pendules qui ont servi aux observations [2]).

[1]) Il y a probablement ici une erreur de chiffre, bien qu'elle se reproduise annuellement et que de pareilles différences dans les nombres des tables ne soient pas sans exemple : ainsi, l'*Annuaire* de Paris donne pour l'établissement du port à Dublin 9h 45′, tandis que dans le *Nautical Almanac*, on trouve 10h 30′ ; nous ferons remarquer à cette occasion que la table de l'*Annuaire* français aurait besoin d'une révision complète. On n'y a pas tenu compte jusqu'ici des travaux exécutés dans ces derniers temps en Angleterre et en France même : ainsi on continue à donner pour le Havre 9h 15′, tandis que M. *Daussy* a trouvé 9h 57′ (*Connaissance des temps pour* 1838).

[2]) On doit regretter que l'indication de l'heure n'ait pas été toujours don-

7. Le coefficient $\frac{h}{h'}$ de l'inégalité semi-mensuelle qui, d'après la théorie, exprime le rapport des effets produits par la marée solaire et la marée lunaire considérées séparément, et qui devrait être par conséquent invariable, semble, au contraire, varier d'un lieu à l'autre et même dans des limites assez grandes. C'est pour Ostende surtout que l'écart est considérable. M. *Mailly* avait cru d'abord que cela pouvait tenir à ce que les observations, en ce point, avaient été faites par deux observateurs différens; pour s'en assurer, il a recommencé ses calculs en discutant séparément les deux séries d'observations; les deux courbes représentant l'inégalité semi-mensuelle étaient presqu'identiques. D'une autre part, il y avait une année entière d'observations. Cette variation du coefficient $\frac{h}{h'}$ avait été remarquée par M. *Whewell* en Angleterre : c'est là, comme le dit ce savant, une circonstance qu'aucune théorie connue des marées n'aurait pu même faire pressentir. Elle tient probablement en grande partie à la nature des localités.

8. Lorsque l'on a des tables de marées calculées pour un lieu donné, on en tire ordinairement l'heure de la pleine mer dans un autre, en ajoutant ou retranchant des nombres des tables, la différence des établissemens du port des deux endroits; l'on voit, par ce qui précède, que si l'on appliquait cette méthode à Ostende, on pourrait être conduit à des résultats très-fautifs. L'on trouve aussi dans l'*Annuaire du bureau des longitudes* une table pour calculer l'heure de la marée. Cette table est celle que *Daniel Bernouilli* donna dans son mémoire sur les marées

---

née avec tout le soin désirable sur le côte de Flandre. L'horloge de la ville d'Ostende, réglée d'après un cadran solaire, servait de régulateur; et dans les deux autres localités on employait des moyens semblables pour la mesure du temps; mais des indications même des tableaux, il résulte que les horloges de ces trois localités présentaient quelquefois des discordances très-sensibles, dont il n'a pas toujours été possible de tenir compte.

A Anvers et dans la station voisine de Ste-Marie, l'heure a été indiquée avec plus de soin et obtenue par des moyens plus sûrs.

qui partagea avec *Maclaurin*, *Euler* et *Cavalleri* le prix proposé en 1738, par l'académie des sciences de Paris. Comme elle a été déduite de la théorie, elle n'est pas non plus d'un usage sûr. M. *Lubbock* a construit, d'après cette table, la courbe qui représente l'inégalité semi-mensuelle pour le port de Londres, et il a mis en regard celle qui résultait de la discussion des observations faites en ce lieu. Les deux courbes diffèrent sensiblement ; l'erreur moyenne s'élève souvent *à plus d'une demi-heure* (1.

## II.

9. La *hauteur* d'une pleine mer au-dessus de la basse mer consécutive est, ainsi que l'heure de la marée, sujette à une inégalité semi-mensuelle qui peut être représentée par l'équation

$$y = \sqrt{h'^2 + h^2 + 2hh' \cos. 2(\varphi - \alpha)}. \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

$y$ est la hauteur de la marée, $\varphi$ l'heure solaire moyenne du passage de la lune au méridien; $h$, $h'$ et $\alpha$ sont des constantes qui doivent être déterminées par l'observation ; on y parvient assez facilement en remarquant que les valeurs *maximum* et *minimum* de $y$ correspondent à $\varphi - \alpha = 0$, et à $\varphi - \alpha = 90^\circ$. On obtient ainsi avec quelque exactitude la constante $\alpha$; mais pour $h$ et $h'$, il vaut mieux employer la méthode des moindres carrés. C'est de cette manière qu'on est arrivé aux résultats suivans ; ils sont assez satisfaisans pour Ostende et Nieuport ; pour Anvers ; ils le sont beaucoup moins ; quant à Ste-Marie et à Blankenberg, les nombres résultant des observations ont paru trop irréguliers pour qu'on pût espérer de les représenter par une formule.

1) *On the tides. From the companion of the british almanac*, by Lubbock.

| LIEUX. | NOMBRE d'observations. | ÉPOQUE des OBSERVATIONS. | VALEURS DES CONSTANTES | |
|---|---|---|---|---|
| | | | $h'$. | $h$. |
| Ste-Marie . . . . | 572 | Mai-Août. | ? | ? |
| Anvers . . . . . | 244 | Mai-Sept. | 3,68 | 0,31 |
| Nieuport . . . . | 674 | Mai-Oct. | 4,02 | 2,96 |
| Ostende. . . . . | 1358 | Juin-Juin1836 | 4,57 | 3,05 |
| Blankenberg . . . | 112 | Mai-Oct. | ? | ? |

10. La plus grande différence entre les hauteurs calculées et les hauteurs observées ne dépasse guère un décimètre. Pour Ostende et Nieuport, où il y avait cependant un assez grand nombre d'observations, les différences se sont élevées jusqu'à $0^m,13$ sur $2^m,91$, soit $\frac{1}{22}$; cela peut tenir à ce que les observations n'étaient pas assez nombreuses encore, ou bien à ce qu'au lieu de rapporter la hauteur d'une marée au dernier passage de la lune, comme on l'a fait, il aurait fallu la rapporter à un passage antérieur. La même remarque s'applique à l'heure de la pleine mer. M. *Lubbock* est parvenu ainsi à faire disparaître presque entièrement l'action perturbatrice qui est due à la déclinaison et à la parallaxe de la lune et du soleil. Il y a ceci de curieux que ce passage antérieur n'est pas le même pour la hauteur que pour l'instant de la marée.

11. Le tableau suivant renferme *l'unité de hauteur* des marées, c'est-à-dire, la moitié de la hauteur moyenne des marées ordinaires des pleines et des nouvelles lunes, déduite de l'observation et du calcul.

| LIEUX. | UNITÉ DE HAUTEUR | |
|---|---|---|
| | Observée. | Calculée. |
| Ste-Marie . . . . . . . . . . . . . | 1m, 20 | ? |
| Anvers . . . . . . . . . . . . . | 1, 91 | 1m, 93 |
| Nieuport . . . . . . . . . . . . | 1, 95 | 1, 98 |
| Ostende. . . . . . . . . . . . . | 2, 20 | 2, 24 |
| Blankenberg . . . . . . . . . . | 2, 28 | ? |

M. *Timmermans*, professeur à l'université de Gand, avait trouvé pour Ostende $2^m,41$.

12. Les formules empiriques qui représentent la grande inégalité de *l'instant* et de la *hauteur* de la pleine mer, peuvent servir pour calculer des tables de marées; mais ces tables ne seront qu'approximatives, puisqu'on n'y aura pas tenu compte de la parallaxe et de la déclinaison du soleil et de la lune, qui produisent des inégalités, bien plus faibles à la vérité que la première, mais qu'il n'est pas permis de négliger, si l'on veut arriver à quelque exactitude. D'un autre côté, les variations que subit l'atmosphère doivent aussi exercer une influence perturbatrice sur les marées. Cette influence dépend surtout de la pression de l'air et de la direction et de l'intensité du vent. MM. *Daussy* et *Lubbock* ont essayé, l'un en France, l'autre en Angleterre, de mesurer la première de ces causes; ils ont trouvé que l'océan monte lorsque le baromètre descend. Quand à l'action du vent, il paraîtrait, d'après les calculs de M. *Lubbock*, qu'elle est assez faible à Londres, où les courans NO élèvent les eaux, les courans SO les dépriment; on conçoit que pour mesurer l'effet de cette dernière cause perturbatrice, il faut avoir un point de comparaison, c'est-à-dire, des tables de marées sur l'exactitude desquelles on puisse compter, et qui aient été calculées d'après un très-grand nombre d'années d'observations, de manière que l'action des vents se soit trouvée éliminée; alors, en mettant en regard des nombres calculés, les nombres observés quand un vent déterminé dominait, il devient facile d'en déduire l'influence de ce vent. Pour la côte de Belgique, ce point de comparaison nous manquait entièrement. On se fera une idée de l'exactitude des formules que l'on peut trouver pour représenter l'inégalité semi-mensuelle, en songeant que l'erreur ne dépasse quelquefois pas une minute, quant à *l'instant* et une fraction de pouce anglais, quant à la *hauteur* de la marée. Mais pour cela, il faut que les observations soient en très-grand nombre (à Londres et à Liverpool, il y avait dix-neuf années d'observations, ce qui comprenait un total de 13 à 14,000 observations en chaque lieu), parce

qu'alors les causes accidentelles d'erreurs disparaissent ; ou bien, qu'elles aient été faites avec le plus grand soin, et alors encore faut-il qu'elles soient assez nombreuses. Les observations des marées sont très-difficiles à faire, et souvent l'on charge de ce soin des personnes qui n'ont pas le sentiment de l'exactitude ou qui n'en comprennent pas l'importance pour l'objet dont il s'agit.

---

## *Des étoiles filantes, en août* 1837, *par le docteur* GUILL. OLBERS [1].

Nous avions prédit ou du moins conjecturé, *Benzenberg*, *Quetelet* et moi [2], que la nuit du 10 au 11 août 1837 serait signalée par l'apparition d'un nombre extraordinaire d'étoiles filantes : nos prévisions se sont complétement réalisées. Ici, à Brême, mon petit-fils, le docteur *W. Focke*, assisté d'un de ses amis, s'était placé dans un lieu d'où l'on découvrait à peu près un tiers du ciel : en 70 minutes (de 9 h. 30′ à 10 h. 40′), ils ont compté, le 10 août, 60 étoiles filantes. Dans une courte promenade qu'ils firent en-

---

1) Cet article de M. *Olbers* a été traduit par M. *Ed. Mailly* du *Jahrbüch* de M. *Schumacher*, pour 1838. Nous avons donné déjà, dans le volume précédent, un mémoire très-intéressant du célèbre astronome de Brême sur les étoiles filantes. Nous continuerons, comme nous l'avons annoncé, à réunir les documens les plus importans qui nous parviendront sur ce sujet. A. Q.

2) *Jahrbüch für* 1837, p. 51. (Il y a probablement erreur dans l'indication de M. *Olbers ;* car à la page indiquée, l'on ne trouve rien qui se rapporte à la nuit du 10 août). Nous ne connaissions, M. le professeur *Benzenberg* et moi, que les observations faites sous la direction de *Chladni* et de *Brandès ;* mais M. *Quetelet* avait lui-même observé, en 1834 et 1835, un nombre extraordinaire d'étoiles filantes dans la nuit du 10 août. Il pouvait donc hasarder avec plus de confiance une prédiction positive. Ce savant laborieux a fait un catalogue des nuits d'août qui avaient été remarquables par de nombreuses apparitions d'étoiles filantes ; ce sont : 1784, 6 août; 1806, 10; 1811, 10; 1815, 10; 1814, 14; 1819, 6; 1823, 10-11; 1826, 14; 1827, 14; 1829, 14; 1834, 10; 1835, 10; 1836, 8. A ces dates que M. *Quetelet* a eu la bonté de me communiquer, je puis joindre la suivante : 1826, 3. (*Note de l'auteur.*)

suite, ils en apercurent encore 15 ([1]. A Paris, l'attention ne fut, paraît-il, portée qu'accidentellement ce jour-là sur les étoiles filantes, quoiqu'il eût été indiqué d'avance par M. *Quetelet* à M. *Arago*, comme analogue à l'époque de novembre. Le fils aîné de M. *Arago* qui n'est pas astronome, en se promenant dans le jardin de l'observatoire, vit le premier le grand nombre d'étoiles qui tombaient, et avec l'aide d'un ami, il en compta 107 de 11 ½$^{h}$. à 12 ½$^{h}$. Les élèves de l'observatoire furent prévenus, et depuis 12$^{h}$.37′ jusqu'à 15$^{h}$. 26′, ils aperçurent encore 184 de ces météores, ce qui fait un total de 291 en 4$^{h}$. 11′ ([2]. A Milan ([3], les observations furent faites ou dirigées par M. le professeur *Kreil*. Pendant la première heure, il y avait trois observateurs; plus tard, il n'y en eut plus que deux. De 9$^{h}$. 18′ du soir à 15$^{h}$. 47′, l'on nota 168 étoiles filantes, parmi lesquelles 52 étaient de première, 60 de moyenne et 56 de médiocre grandeur. De 9$^{h}$. 18′ à 12$^{h}$. 31′, l'on en vit 83; de 12$^{h}$. 31′ à 15$^{h}$. 47′, 80 : de sorte que ces météores n'étaient pas, comme à Paris, plus fréquens avant qu'après minuit ([4]. A Berlin, le jeune professeur *Erman*, et le docteur *Jablonski* ([5] observèrent de 12$^{h}$. à 15 ½$^{h}$. Ils ne se bornaient pas à compter les étoiles filantes; ils marquaient de plus, sur une carte céleste, d'après une bonne montre réglée sur le temps moyen, les points de départ et d'arrivée de chacun de ces

---

1) MM. le conseiller-d'état *Schumacher* et le chevalier *Kessels*, dont j'eus ce soir, l'aimable visite, et qui étaient venus par l'Elbe, sans songer au 10 août, avaient été frappés de la grande quantité d'étoiles filantes qu'ils apercevaient.

2) L'*Institut*, 1837, p. 287. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'acad. des sc.* 1837, 2e semestre, no 7, p. 185.

3) D'après une lettre de M. le directeur *Kreil* à M. le conseiller *Schumacher*, en date du 2 sept. 1837.

4) L'on doit remarquer à ce sujet, me semble-t-il, que le clair de lune devait empêcher à Milan plus qu'à Paris d'apercevoir les petites et faibles étoiles filantes. En effet, on n'en vit dans le premier lieu que 15 dans les trois premières heures, tandis qu'on en aperçut 41 dans les trois heures suivantes.

5) D'après une lettre dont M. *Erman* m'honora le 31 août.

météores. Cette opération prenait beaucoup de temps, et une grande partie du ciel fut tout-à-fait négligée; les observateurs ne purent passer en revue, de leur station, qu'environ le quart du ciel. Aussi M. le professeur *Erman* fait-il observer que le nombre[1] de 58 étoiles qu'il aperçut en $3\frac{1}{4}^{h}$. ne doit être qu'une fraction très-petite de celles qui furent visibles pendant ce temps sur l'horizon de Berlin. Parmi ces 58 étoiles filantes, 26 étaient de première grandeur, 13 de seconde grandeur, 3 de troisième grandeur, 5 étaient toutes petites; quant aux 11 autres, leur grandeur n'est pas donnée.

Mais nulle part on n'a obtenu des résultats plus importans qu'à Breslau[2]. Fort bien secondé par ses élèves, M. le capitaine *Boguslawski*, le zélé et savant directeur de l'observatoire de cette ville, sut conduire à bonne fin la série d'observations qu'il s'était proposé de faire sur les étoiles filantes dans la nuit du 10 au 11 août. A chacune des six fenêtres de l'observatoire, situées au

---

1) Le catalogue de M. *Erman* peut servir de modèle pour ce genre d'observations : il est temps que l'on ne se borne plus à compter tout simplement les étoiles filantes; déjà en 1823, *Brandès* avait déterminé, parmi les météores qu'on avait aperçus pendant le cours de cette année, ceux qui avaient des rapports entr'eux. M. *Erman* fait connaître la trajectoire rectiligne et la déclinaison des points de départ et d'arrivée de chacune des 58 étoiles filantes qu'il a observées; pour quatre d'entre elles seulement, le second élément n'est pas donné. De cette manière, on peut vérifier soi-même au besoin les résultats publiés du calcul; et comme ceux-ci ne se rapportent qu'à la vitesse relative de l'étoile filante, en sens contraire du mouvement de la terre, et que l'observateur change continuellement de position à cause du mouvement de rotation du globe, l'on peut aussi calculer la vitesse absolue du météore dans sa trajectoire et l'inclinaison de cette trajectoire sur l'écliptique. En 1827, M. *Quetelet* organisa une société de 15 personnes pour faire des observations simultanées d'étoiles, dans un rayon assez étendu autour de *Bruxelles; Brandès* observait aussi à Breslau avec différentes personnes; en 1825 des observations furent faites simultanément par *Erman* à Berlin, et l'un de ses amis à *Postdam;* nous espérons que ces savans publieront leurs observations.

2) Extrait d'un lettre fort intéressante que j'ai reçue du professeur *Von Boguslawski*, en date du 30 septembre.

NE, N, NO, SO, S, SE, furent placés deux ou trois élèves familiarisés avec le ciel étoilé; les autres occupaient tour-à-tour des postes au N et au S, auprès des pendules établies en ces points. Chaque fois qu'un observateur apercevait une étoile filante, il l'annonçait à haute voix en nommant la fenêtre; l'élève placé près de la pendule regardait l'heure, criait le numéro de l'étoile et enregistrait l'heure et la fenêtre. Alors l'observateur notait le numéro de l'étoile ainsi que sa grandeur, sa durée, ses signes distinctifs et sa marche dans le ciel : ces élémens contrôlés avec ceux obtenus par l'autre observateur étaient immédiatement annotés avec soin sur la carte céleste. Le directeur ne pouvait que rarement faire lui-même une observation, pour combler un vide accidentel à l'une des fenêtres : il était beaucoup plus important pour lui de surveiller l'ensemble; il devait veiller à ce que pas une fenêtre ne restât long-temps inoccupée, et lever les doutes qui pouvaient surgir çà et là. On observa ainsi 324 étoiles filantes au N. et 224 au S.; il fallut en retrancher 12 qui furent reconnues pour identiques, de sorte que le nombre total fut de 536 (1). Parmi ces météores se trouvait un petit globe de feu; 16 étaient grands comme Vénus, 24 comme Jupiter, 117 comme des étoiles de première, 216 de seconde, 129 de troisième grandeur et 33 petits. Les 150 premières étoiles filantes furent signalées en $2^h. 14' 58''$, les 150 secondes en $1^h. 16' 16''$, les 150 troisièmes en $1^h. 16' 0''$ et les 98 autres en $1^h. 19' 21''$. Il paraîtrait donc bien démontré que de $11\frac{1}{2}^h.$ à $14^h.$ la fréquence des étoiles filantes fut bien plus grande qu'avant et après cet intervalle; mais il ne faut pas perdre de vue que pendant la première période, le clair de lune et le crépuscule du soir, et la naissance du jour pendant la dernière, devaient nuire aux observations. On ne peut donc pas encore conclure de là que ces météores soient plus fréquens avant minuit. Ce n'est pas pour les observations de

---

1) On pourra encore plus tard trouver, dans ce nombre, quelques étoiles identiques; beaucoup sans doute n'ont pas été remarquées et n'ont pas été par conséquent annotées.

Breslau seules que l'on doit des remercîmens au zélé et prévoyant M. *Von Boguslawski;* il avait chargé des amis des sciences naturelles de faire des observations simultanées dans les environs de cette ville, pendant la nuit du 10-11 août. Le professeur *Bredow* détermina la trajectoire de 5 météores à *Oels;* le professeur docteur *Scholtz*, qui avait pris part aux observations de *Brandès*, en calcula 22 à *Mirkau* et le recteur *Marschner* 51 à *Habelswerdt* (1. 294 étoiles filantes furent comptées à *Neisse* par le professeur *Petzeld;* environ 90 à *Leobschütz* par le doct. *Fiedler;* 129 à *Wainowitz* près de Ratibor par les professeurs *Peschke* et *Kelch;* mais ces derniers observateurs se contentèrent de faire connaître la marche apparente des météores. Les données qu'ils fournissent ne permettent que dans des cas isolés de calculer les étoiles (2.

1) A Oels, on observa seulement de 9 h. 44′ à 10h. 3′; à Mirkau, de 9h. 55′ à ...; à Habelswerdt, de 9h. 16′ à 12h. 36′. Outre les 22 étoiles portées sur la carte céleste, le prof. *Scholtz* put encore, dans les intervalles, en enregistrer 56 autres.

2) Le catalogue des étoiles filantes observées à Breslau, pendant la nuit du 10-11 août, avec l'indication de leur trajection orthogonale et la détermination des points de départ et de disparition, n'est pas encore terminé. Il pourra servir de modèle comme celui que le professeur *Erman* m'a communiqué, et celui que j'ai formé avec les observations de Breslau du mois de novembre 1836, qui m'avaient été obligeamment communiquées. Parmi ces dernières étoiles, il y en avait quatre qui avaient aussi été observées dans les environs de Breslau (2 à *Gross-Scholtken*, 1 à *Gross-Surchen* et 1 à *Liegnitz*), et que M. *Von B.* put ainsi calculer :

| No | HAUTEUR DU POINT de départ. | HAUTEUR DU POINT de disparition. | LONGUEUR DE LA TRAJ. |
|---|---|---|---|
| 1 | 4,44 milles. | 3,08 milles. | 1,49 milles. |
| 2 | 15,21 » | 9,04 » | 6,22 » |
| 3 | 10,13 » | 3,06 » | 8,22 » |
| 4 | 13,32 » | 16,45 » | 10,88 » |

Je ne donne ici que les résultats principaux. Ils montrent que les étoiles filantes périodiques ont les mêmes hauteurs et les mêmes vitesses qu'on avait déjà observées.

Voilà tout ce que j'ai pu réunir jusqu'ici d'observations d'étoiles filantes pendant la nuit du 10 au 11 août [1]. A Bruxelles, la soirée était orageuse et une pluie abondante ne cessa pas de tomber dans le cours de la nuit. A Dusseldorf, le professeur *Benzenberg* avait pris toutes ses mesures pour observer les étoiles filantes : mais à peine en avait-on aperçu 26 que les nuages et la tempête vinrent interrompre les observations. J'ignore si, dans d'autres contrées, en Russie, dans la Grande-Bretagne, dans l'Amérique du Nord, etc., l'attention des observateurs a été dirigée sur ces météores, dans la nuit du 10 au 11 août.

Mais l'apparition d'un grand nombre d'étoiles filantes, pendant le mois d'août, n'est pas limitée au 10-11, quoique cette époque doive être considérée comme leur étant la plus favorable ; elles sont très-fréquentes aussi, pendant toute la première quinzaine. M. *Arago* a fait connaître que le 9 août, de $10^h. 0'$ à $10^h. 35'$, M. *De la Tremblais* de *Chateauroux* avait aperçu dans la région céleste, entre Cassiopée et l'Aigle, une trentaine d'étoiles filantes animées toutes d'une grande vitesse parallèlement à une ligne traversant cette région, dans la direction de Cassiopée vers Antinoüs. A Genève, M. *Wartmann* compta 82 étoiles filantes de $9^h$ à $12^h$. [2]. A Brême, le 9 août, vers $9\frac{1}{4}^h$. du soir, le docteur *Wilh. Focke* s'étant tourné vers l'Est, où le ciel était entièrement découvert, tandis qu'au Sud il était caché en partie par des arbres, en partie par des nuages, aperçut, dans l'espace de 11 à 20', douze étoiles filantes dont la plupart étaient de première grandeur, et dont quelques-unes avaient de longues queues rougeâtres. L'une d'elles était sans queue, aussi grande que Vénus ; elle apparut à l'Orient, près de l'horizon auquel sa trajectoire semblait perpendiculaire, et disparut bientôt après être descendue lentement. Les autres étaient presque toutes dirigées de l'O. et du NO. vers

---

[1]) Peut-être a-t-on aussi aperçu beaucoup de ces météores dans la soirée du 10 août à Genève et dans ses environs. La relation de M. *Wartmann*, dans le n° 16, p. 552 des *Comptes rendus hebdomadaires*, ne distingue pas assez clairement la soirée du 9 de celle du 10.

[2]) C. R. H.

l'E. et le SE. Les observations les plus complètes, pendant la soirée du 9 août, furent faites à Dusseldorf, sous la direction de *Benzenberg* par *Custodes*; de 9h. ½ à 15h. ½, ce savant compta 98 étoiles filantes; et comme il notait la durée de chaque apparition, au moyen d'une montre à tierces de *Lundstedt* de Stockholm, un grand nombre de ces météores ont dû nécessairement lui échapper ([1]. Que généralement, pendant la première quinzaine d'août, et notamment dans la nuit du 8 au 9, l'on ait observé un grand nombre d'étoiles filantes dans d'autres années, c'est ce dont MM. *Arago* et *Quetelet* donnent plusieurs exemples ([2]; je ne puis que renvoyer au catalogue formé par ce dernier savant, catalogue que j'ai rapporté plus haut dans la première note. Après le 15 ou le 17 août, ces météores semblent redevenir plus rares.

Pour juger si le nombre d'étoiles filantes aperçu dans une nuit est inusité ou extraordinaire, il faut, comme le remarque avec raison M. *Quetelet*, connaître le nombre moyen de ces météores qui tombent habituellement dans le cours d'une nuit. M. *Quetelet* a déduit ce nombre de ses propres observations et de celles de *Benzenberg* et de *Brandès*; il trouve qu'un observateur qui

---

1) La durée moyenne de chaque apparition est, d'après 96 observations de cette nuit, de 1″ 12‴,7 : d'après les 28 étoiles de première grandeur, elle est de 1″ 45‴, 9. Aucune ne dépasse 3″. *Benzenberg* a déjà fait observer, cette année, la durée des étoiles filantes; il a trouvé en moyenne 1″. Il dit beaucoup de bien de la montre à tierces de *Lundstedt*; elle marche beaucoup mieux que celle de *Klindworth* de l'observatoire de Gœttingue, et quoique la montre à tierces de *Pfaffius* à pendule centrifuge marche aussi bien, cette dernière présente cet inconvénient qu'elle doit toujours être soigneusement et exactement placée dans une position horizontale. La montre de *Lundstedt* ne coûte que 28 rthlr., et *Benzenberg* pense qu'elle devrait se trouver dans chaque observatoire et entre les mains de chaque observateur d'étoiles filantes (extrait d'une lettre du professeur *Benzenberg*).

2) En 1834, pendant la nuit du 11 au 12 août, M. *Custodes* aperçut 85 étoiles filantes, de 8 h. 41′ du soir à 3 h. 17′ du matin. C'est avant minuit qu'elles étaient les plus nombreuses. (Communication du professeur *Benzenberg*.)

n'aperçoit que la moitié du ciel, peut voir huit étoiles filantes par heure et que deux observateurs tournant leurs regards vers des parties opposées du ciel, peuvent en apercevoir seize par heure; *Benzenberg* donne aussi le chiffre 8 pour un observateur. Ce chiffre me paraît un peu élevé, et je pense que ce n'est que dans les nuits de la fin de l'été ou de l'automne, du mois d'août au mois de décembre, qu'il peut se vérifier; d'autant plus qu'il semble avoir été tiré d'observations faites pendant cette partie de l'année. Le nombre moyen pour toute l'année n'est, selon moi, que les deux tiers de celui donné par MM. *Quetelet* et *Benzenberg*.

Même en adoptant le chiffre de M. *Quetelet*, l'on voit que le nombre d'étoiles filantes visibles du 10-11 août et aux environs de cette époque, est extraordinaire et inusité, et qu'on doit par conséquent les ranger parmi les étoiles périodiques. Ces étoiles périodiques sont, pour l'aspect, tout-à-fait semblables à celles qui se montrent ordinairement pendant la nuit. Seulement leurs trajectoires semblent se rapprocher davantage d'être parallèles entre elles, ainsi que déjà *Brandès* l'avait remarqué en 1823. D'après M. *Arago*, les trajectoires prolongées des étoiles filantes observées du 10 au 11 août de cette année allaient, pour la plupart, rencontrer la constellation du Taureau, dans le voisinage de laquelle la terre se mouvait aussi à cette époque. Quelque chose de semblable se tire des observations de M. le professeur *Erman*. Lorsque l'on prend la moyenne des ascensions droites des deux points de départ des étoiles qui vont dans le sens du mouvement de la terre et de celles qui vont dans le sens opposé, on trouve 44°21′ pour les premières; 357°55′ pour les secondes. Entre les deux ascensions droites, doit se trouver par conséquent le point d'où elles semblaient venir. Le docteur *W. Focke* observe que la plupart des 60 étoiles filantes aperçues par lui et par son ami pendant la soirée du 10 août, se trouvaient dans la voie lactée, ou se mouvaient parallèlement à cette partie du ciel. Quelques-unes, qui coupaient la voie lactée, étaient peu brillantes et se faisaient remarquer par leur marche incertaine; elles décrivaient, en sautillant, des lignes brisées très-irrégulières.

Il est donc bien démontré maintenant, que chaque année, pendant la première quinzaine d'août, et surtout du 8 au 14, un grand nombre d'étoiles filantes deviennent visibles, ou qu'une quantité extraordinaire de petites masses cosmiques qui figurent les étoiles filantes, traversent l'orbite de la terre du nord au sud dans la partie qui s'étend du 15^e^ jusqu'au 21^e^ degré du Verseau. C'est autour du 17^e^ degré (10-11 août) que cette quantité paraît la plus grande. Mais un essaim compact de ces météores, tel qu'on en aperçut en novembre 1799, 1832 et 1833, n'a pas encore été observé au mois d'août, et n'existe pas alors selon toutes les probabilités.

L'époque de novembre est donc toujours la plus importante. Comme l'attention générale est portée vers ces météores, on peut espérer qu'ils seront encore cette fois observés avec soin. Malheureusement le clair de lune sera un grand obstacle, puisque la pleine lune arrive justement le 12 novembre. Dans la réunion des naturalistes qui a eu lieu à Prague, six astronomes, MM. *Feldt* de Braunsberg, *Koller* de Kremsmünster, *Mädler* de Berlin, *Von Montedego* de Ofen, *Morstadt* de Prague, *Weisse* de Krakau se sont concertés pour faire des observations simultanées pendant les nuits du 11-12, 12-13, 13-14 novembre, et ont pris les dispositions les mieux entendues. Ils ont aussi invité, et déjà avec succès, d'autres personnes à prendre part à ces observations [1].

On peut compter aussi qu'en dehors de l'Allemagne, qu'en France, en Belgique, en Italie, etc., l'on accordera à ce phénomène toute l'attention qu'il mérite. M. *Alexandre de Humboldt*, célèbre à juste titre, a, conjointement avec notre *Gauss*, publié un écrit par lequel, dans toutes les stations magnétiques munies des appareils convenables, l'on est invité à suivre de 5 en 5′, pendant 24 heures, du 12 novembre à midi jusqu'au 13 à la même heure, la marche de l'aiguille aimantée, afin de déterminer, si

---

[1]) Extrait d'une lettre du 22 octobre 1837, du docteur *Mädler* à M. le conseiller *Schumacher*, que ce dernier a eu l'obligeance de me communiquer.

elle existe, l'influence que de nombreuses étoiles filantes peuvent exercer sur les variations ordinaires de la déclinaison magnétique. Il nous est donc permis d'espérer que le mois de novembre prochain viendra jeter quelque lumière sur un phénomène si énigmatique encore.

Il me reste deux remarques à faire sur l'époque de novembre 1836 ; M. *Wartmann*, bien connu par son zèle pour l'astronomie et la physique, eut le courage, la persévérance et la patience d'observer avec soin, du 12 au 13, avec trois de ses amis, pendant toute la nuit, à l'observatoire de Genève, le ciel qui était couvert de nuages (1). Ces nuages étaient très-élevés et paraissaient s'étendre uniformément sur toute la surface du ciel. Cinq fois les observateurs virent une faible lueur, tantôt blanche tantôt rougeâtre, éclairer pendant un temps très-court une bande de nuages : cette lueur provenait sans doute de grandes étoiles filantes qui passaient au-dessus de ces nuages; mais aucun de ces météores ne vint les traverser (2).

Le célèbre *Herschel* écrit du cap de Bonne-Espérance, à M. *Arago*, sous la date du 3 avril 1837, qu'il avait employé les nuits du 12-13, et du 13-14 novembre, à estimer la grandeur relative des étoiles vues à l'œil nu; il était placé en plein air et de manière à apercevoir facilement toutes les étoiles filantes qui se montreraient; cependant il n'avait observé que dix de ces météores pendant la nuit du 12-13, et huit pendant celle du 13-14. Ce qui nous montre que l'amas de molécules d'étoiles filantes n'avait qu'un faible diamètre dans le sens du N au S, et ne se rapprocha que de l'hémisphère boréal de la terre. L'essaim ex-

---

1) *Bibliothèque universelle de Genève*, juin 1837, p. 353. *The London and Edinburg philosophical magazine*, n° 67, sept. 1837, p. 261.

2) Ce qui prouve que pas une des centaines d'étoiles filantes qui, dans cette nuit passèrent au-dessus de Genève, ne vint tomber sur la terre, du moins sous forme lumineuse. Le professeur *Von Boguslawski*, assure que, dans la nuit du 12 et dans celle du 13-14 novembre 1836, aucune étoile filante n'a traversé la couche de nuages qui s'étendait sur le ciel.

traordinaire de météores que M. *De Humboldt* ([1] aperçut en 1799 ne paraît avoir eu qu'une largeur et une épaisseur peu considérables, tandis qu'en 1832, pendant la nuit que signala en Europe l'apparition d'innombrables étoiles filantes, on en vit aussi une quantité extraordinaire aux îles *Maurice*.

Enfin, je dois encore faire connaître une circonstance qui n'a pas jusqu'ici, pour autant que je sache, été prise en considération et sur laquelle je désirerais connaître l'opinion et recevoir les éclaircissemens des physiciens profonds : c'est que l'on ne trouve jamais, ni que l'on n'a jamais trouvé de pierre ou de fer météorique fossile. Ne pourrait-on pas, ne devrait-on pas conclure de là, qu'avant la catastrophe qui a imprimé à la surface du globe terrestre la forme qu'il présente aujourd'hui, il n'y avait pas eu de chute de pierre météorique? Ne devrait-on pas, autrement, les rencontrer en abondance dans les terrains secondaires et tertiaires : chaque année il en tombe quelques centaines; que l'on songe donc au nombre qui auraient dû venir frapper la terre dans l'espace de plusieurs milliers d'années[2]). Et, bien encore que ces aérolithes n'eussent pas, comme les coquilles, les os et les dents des sauriens et des mammifères, etc., conservé entièrement leur forme primitive, cependant ils seraient toujours restés faciles à reconnaître[3]). Je l'avoue, ce fait me semble être

---

[1]) Ce grand physicien consentirait-il à nous communiquer ses idées actuelles sur ce phénomène, qu'il décrit avec tant de clarté et d'intérêt. Je désirerais savoir également si l'un de ces grands météores avait réellement un diamètre apparent de 1° 15′, ou bien si c'est là une erreur de transcription ou d'impression.

[2]) D'après M. *V. Schreibers*, il en tombe 700 environ par an. Ce nombre me paraît un peu grand, mais pas trop cependant. *Chladni*, Feuer-meteor., p. 93.

[3]) *Chladni* remarque que des pierres météoriques ou des fragmens de pierre de l'*Aigle* et d'autres endroits, qui ont séjourné long-temps dans un sol humide ou qui ont été beaucoup exposés à l'humidité, ne présentent presque plus que l'aspect d'une substance grisâtre ou d'oxide de fer brun. *Feuermeteor.* p. 67.

important et remarquable pour la géologie et la cosmologie, et devoir occuper une place dans les recherches sur la nature et l'origine des météores ignés.

*P. S.* M. le professeur et capitaine *Von Boguslawski* m'écrit, en dernier lieu, qu'il a reçu encore soixante-dix observations de M. le référendaire *Wolmann*, de Gross-Glogau et quarante observations de M. le professeur *Keil*, de Liegnitz, relativement à des étoiles filantes aperçues dans la nuit du 10-11 août dernier; toutes ces observations sont très-bonnes et aussi complètes qu'on peut le désirer.

Brême, octobre 1837.

ERRATA *pour le mémoire de* M. OLBERS, tom. I^er, p. 392.

| | | |
|---|---|---|
| Page 393 ligne 23, | d'*août et de décembre*, | lisez : d'*août à décembre.* |
| » 396 » 5, | *Ceverser*, | » *Leversee.* |
| » 402 note 1 ligne 5, | *Bawditsch*, | » *Bowditch.* |
| » 412 » 1 » 7, | 1325, | » 1835. |

---

CORRESPONDANCE DU RÉDACTEUR.

## *Sur l'aurore boréale du* 18 *octobre* 1838. (Extrait d'une lettre de Madame SOMERVILLE.) (1)

Chelsea, 16 février 1838.

« J'ai appris avec beaucoup d'intérêt, par votre lettre, qu'une aurore boréale remarquable a été vue à Genève, le 18 octobre dernier; parce que, le même soir, j'ai vu le plus beau spectacle de même nature que je crois avoir aperçu jusqu'à ce jour en

1) Voyez sur cette même aurore boréale la lettre de M. *Wartmann* de Genève, insérée aux pages 135 et suivantes du tome 1^er, 3^e série de la *Correspondance Mathématique.*

Écosse. J'étais dans le Lanarkshire à cette époque, et pendant que j'admirais un superbe coucher du soleil, je fus frappée de voir une teinte rosée inaccoutumée répandue sur l'horizon nord-est ; dès que le soleil eut disparu, je m'aperçus que c'était l'effet d'une aurore boréale ; quand l'obscurité fut plus grande, la lumière se répandit vers l'ouest en passant par le nord ; elle s'étendit aussi à l'est et devint d'un rouge de sang intense, en projetant des traits lumineux vers le zénith, pendant que des jets d'une blancheur brillante s'élevaient comme des traits. Cette scène magnifique dura plus de deux heures, puis disparut insensiblement. — Peu de temps après se développa une nouvelle aurore boréale, de même couleur, qui aurait été aussi remarquable que la première, si elle n'avait été effacée par la lumière de la lune ; mais en troisième lieu, l'effet fut très-curieux. Le ciel était en partie couvert de nuages entrecoupés, et par les interstices qui s'y formaient, les jets rougeâtres de l'aurore boréale perçaient d'une manière très-remarquable. L'impression qui se produisait sur mon esprit était que ces jets se trouvaient fréquemment plus bas que les nuages, et un ami qui se trouvait avec moi fut de la même opinion. Dans cette circonstance, l'aurore se répandit au delà du zénith, vers le sud, et se manifesta aussi vers la partie sud-ouest de l'horizon. C'est une opinion généralement répandue parmi les marins que l'aurore boréale est un phénomène précurseur du mauvais temps ; et, d'après ma propre expérience, ils n'auraient pas tort, car de ma vie je ne vis de tempête aussi violente que celle que nous eûmes en Écosse, pendant une semaine après le 18 octobre. Les champs étaient couverts d'oiseaux de mer poussés vers la côte par la fureur des vents ; cette tempête était accompagnée de grêle, de pluie, d'éclairs et de coups de tonnerre. L'aurore boréale blanche est très-commune en Écosse ; mais on ignore pourquoi elle prend accidentellement une teinte rougeâtre ; le mystère règne encore sur tout l'ensemble du phénomène. »

---

*Sur les satellites de Saturne et d'Uranus.* (Extrait d'une lettre de M. LAMONT, directeur de l'observatoire de Munich).

Bogenhausen, 30 janvier 1838.

« Notre observatoire possède depuis deux ans une grande lunette construite à Munich. Elle a répondu aux espérances qu'on en avait conçues, j'ai été en état d'observer le second satellite de Saturne et d'en calculer les élémens. J'ai même observé le premier satellite qui, je crois, ne se voit avec aucun des instrumens qu'on emploie maintenant en Europe.

L'année passée, j'ai observé trois satellites d'Uranus. Les moyennes distances du second et du quatrième satellite, calculées d'après mes observations, donnent pour la masse d'Uranus $\frac{1}{24605}$, et quoique cette valeur soit encore sujette à quelqu'inexactitude qui disparaîtra bientôt par un plus grand nombre d'observations, il est toujours certain que la valeur trouvée par M. *Bouvard*, et qui est généralement adoptée à présent, est beaucoup trop grande.

Maintenant j'ai fait adapter à la grande lunette un micromètre construit d'après un principe nouveau, et qui, outre les distances et les angles de position, sert encore à mesurer l'intensité de la lumière des étoiles et la proportion des couleurs avec une exactitude surprenante. Je serai bientôt en état de publier quelques détails sur ces observations. »

---

*Sur la lumière des Satellites de* JUPITER. (Extrait d'une lettre de M. BOGUSLAWSKI, directeur de l'observatoire royal de Breslau).

Breslau, 18 mai 1838.

« Depuis quelque temps une irrégularité du premier satellite de *Jupiter* attire mon attention. Ce satellite, dont l'éclat est toujours plus grand que celui du second, paraît au contraire *plus*

*faible*, quand il vient de quitter le disque de la planète après le passage, surtout quand son ombre se montre sur *Jupiter*. Le 14 avril, je l'ai remarqué pour la première fois. Le 1er mai, j'y ai dirigé toute mon attention. L'héliomètre me donnait le moyen de tenir l'image du second satellite toujours à côté de celle du premier, et à la même distance du disque, pour être assuré que l'éclat planétaire n'était pas la seule cause de l'affaiblissement. Pendant plusieurs heures, depuis sa sortie du disque à 12 heures 54′26″2, temps sidéral, le premier satellite se montrait évidemment moins éclatant que le second; puis, il commença à reprendre lentement sa lumière, qui cependant, à 15 heures 18′, n'avait pas encore atteint celle du second; plusieurs mesures photométriques prouvent que je ne me suis pas trompé. Le lendemain, le premier se montrait comme à l'ordinaire décidément beaucoup plus éclatant que le second. »

---

*Sur les perturbations, et sur l'irradiation dans les phénomènes des éclipses et des occultations.* (Extrait d'une lettre de M. Hansen, directeur de l'observatoire de Gotha).

Seeberg, 31 mars 1838.

« Comme je viens de finir un livre sur la théorie des perturbations, intitulé : « *Fondamenta nova investigationis orbitæ veræ quam luna perlustrat*, » j'ai commandé à mon libraire de vous en faire parvenir un exemplaire pour votre observatoire. Cet ouvrage est principalement destiné à la théorie de la lune comme on le voit par son titre; mais comme cette théorie, telle que je l'ai exposée dans ce livre, n'est autre chose que la théorie des planètes, que j'ai publiée auparavant, considérée sous un point de vue plus général, celle-ci y est aussi contenue. On doit donc considérer cet ouvrage comme une exposition de ma méthode générale pour calculer les perturbations des corps de notre système solaire, méthode qui se trouvait jusqu'à présent éparse dans divers mémoires. Cependant je l'ai améliorée en plusieurs points, parmi

lesquels je compte surtout le renversement de l'ordre de deux intégrations par rapport à $\tau$ et à $t$. J'ai obtenu par ce renversement une beaucoup plus grande simplicité dans les calculs numériques; car c'est par cela que j'ai été conduit à éliminer les quantité $\zeta$ et $\beta$ des formules, et à y introduire, au lieu de celles-là, les quantités $z$ et $w$. Dans la dernière section j'ai exposé ma solution du problème des quatre corps, mais je ne l'y ai étendue que jusqu'aux développemens en séries infinies des fonctions perturbatrices. Dans cette section j'ai demontré rigoureusement, c'est-à-dire pour toutes les puissances des masses, des excentricités et des inclinaisons, que le système des corps est stable toutes les fois que les racines des équations connues de *Lagrange* sont réelles et inégales.

» Dans les derniers temps, je me suis occupé de la théorie des éclipses du soleil et des occultations des étoiles par la lune, et j'ai trouvé que la réfraction influe sur ces phénomènes. Vous pourrez facilement vous faire une idée de cette influence, si vous réfléchissez sur ce que la réfraction astronomique, telle que nos tables de réfraction la donnent, n'est autre chose que l'angle entre les deux tangentes aux deux extrémités de la trajectoire de la lumière qui parcourt l'atmosphère. Comme la tangente de l'extrémité supérieure prolongée ne parvient pas dans l'œil de l'observateur, mais coupe la verticale dans un certain point au-dessus de la surface de la terre, la réfraction est à la rigueur différente pour la lune, et pour une étoile ou pour la lune et pour le soleil lorsque ces astres ont la même hauteur apparente. Cette différence monte à 1″,2 à l'horizon pour la lune, et de là résulte à très-peu près 2″,4 en temps, pour la correction du commencement et de la fin d'une éclipse ou occultation centrale. Lorsque l'éclipse ou occultation n'est pas centrale, cette correction peut devenir encore plus grande. Mais c'est surtout pour les courbes, qui terminent la visibilité d'une éclipse sur la terre, que l'influence de la réfraction est considérable. Pour tous les lieux qui voient le commencement ou la fin d'une éclipse à l'horizon, cette influence est à très-peu près égale à la réfraction à l'horizon même. C'est-à-dire tous les points de ces courbes calculés une

fois en ayant égard à la réfraction, et une autre fois sans en tenir compte, diffèrent entre eux à peu près de la valeur de la réfraction horizontale. »

---

*Sur un phénomène d'irradiation.* (Extrait d'une lettre de M. SANCHEZ CERQUERO, directeur de l'observatoire de San Fernando.)

Paris, 22 février 1838.

« Venons-en maintenant à l'irradiation. Lorsqu'il s'agit de se préparer à l'observation d'une éclipse de soleil, en y employant l'héliomètre, vous savez très-bien qu'il est nécessaire de mesurer le diamètre du soleil plusieurs fois pour connaître, par un milieu, la valeur angulaire des mesures linéaires qu'on observera dans les momens de l'éclipse. Mon collaborateur M. *Montojo*, dans ces occasions, après avoir garni une lunette de Dollond de son héliomètre, règle le foyer à sa vue, et la distance convient aussi très-bien pour la mienne, en sorte que nous voyons parfaitement bien terminés les bords des deux images de l'astre. Procédant ensuite à faire le contact des deux bords, il nous est toujours arrivé que lorsque je trouve qu'ils sont en contact, M. *Montojo* les trouve séparés; et lorsque M. *Montojo* les trouve en contact, moi je les trouve empiétant l'un sur l'autre, ou comme nous disons en espagnol, *mordidos* (mordus).

Par conséquent, après avoir appliqué la correction du zéro de l'échelle, je trouve un diamètre un peu plus grand que M. *Montojo*. Et ce n'est point une mauvaise habitude d'observer ni dans lui ni dans moi, car si je m'efforce d'approcher les bords, et même de les faire *mordre* d'une très-petite quantité, laissant l'œil en repos pendant quelque temps, M. *Montojo* trouve encore mes bords séparés; et si *Montojo* s'efforce de les laisser séparés d'une très-petite quantité, moi je trouve ses bords, malgré cela, un peu *mordus*. Et tout cela nous est arrivé dans les meilleures circonstances; c'est-à-dire dans des hauteurs considérables du soleil, l'astre étant sans ondulation et le ciel très-pur.

Cette expérience nous a conduits à employer une autre manière de mesurer le diamètre, et alors nous trouvons (voilà le mystère) l'accord le plus parfait entre nos déterminations. Moi, par exemple, je laisse tout exprès les bords un peu *séparés*, et pour opérer plus vite et plus à son aise, *Montojo* fait la lecture et l'écrit ; ensuite j'observe un autre contact, laissant tout exprès les bords un peu *mordus; Montojo* fait la lecture ; on prend la demi-somme des deux lectures. Voilà une détermination et ainsi des autres. M. *Montojo* fait deux observations de la même manière, et alors je fais les lectures. Toutes ces déterminations s'accordent parfaitement bien, soit celles de chaque observateur entre elles, soit celles de *Montojo* avec les miennes.

Mais je dois ajouter : 1° que c'est l'unique parti que nous ayons tiré de cette expérience ; 2° que nous n'avons consigné dans aucun registre les différences que nous trouvions par les simples contacts ; 3° que nous n'avons fait ces observations que dans des circonstances de proximité d'une éclipse de soleil visible, qui, comme vous savez, sont très-rares. Maintenant je me propose de faire un grand nombre de ces comparaisons avec M. *Montojo*, quand je serai à S.-Fernando, puisqu'elles peuvent servir à établir ou à confirmer quelque théorie. »

---

*Sur plusieurs instrumens nouveaux d'astronomie.* (Extrait d'une lettre de M. Capocci, directeur de l'observatoire de Naples.)

Paris, 28 février 1838.

« .... J'ai expédié pour Marseilles tous les instrumens destinés à mon observatoire et au cabinet de physique de l'université de Naples. Parmi ces instrumens, il y a des appareils pour le magnétisme faits par *Gambey;* ils sont de toute beauté, et j'en ferai bon usage chez nous, dans la proximité des volcans. J'ai aussi l'appareil de M. *Gauss*, et peut-être que je parviendrai à l'établir dans quelqu'autre endroit du golfe pour avoir des comparaisons qui pourraient offrir quelqu'intérêt. D'après les recom-

mandations de *Babinet*, de *Quetelet*, de *Babbage*, d'*Arago*, etc., je pense qu'il sera assez intéressant d'étudier l'état météorologique et je dirai géologique du lieu dans les différens changemens que présente notre Vésuve, ainsi que les effets des tremblemens de terre, des variations du niveau et de la température de la mer, etc. J'ai pourvu à tous les moyens pour exécuter ce plan, et j'espère qu'il obtiendra de plus en plus votre approbation, à laquelle je tiens particulièrement.... Je vous dirai, quant aux moyens de reconnaître les effets de tremblemens de terre, que j'ai préféré d'employer un plan circulaire horizontal en forme de boussole, sur lequel est répandue une couche de poussière. Une très-petite boule de mercure, à la moindre secousse, se déplace et se promène sur le plan dans la direction de l'impulsion et proportionnellement à sa force, en laissant la trace de sa course sur le plan poudré. Quant à l'heure du phénomène, la corde d'un poids de pendule passe dans un anneau couvert d'une matière colorante, et quand le poids vient à se mettre en oscillation par la secousse du tremblement de terre, le point de la corde coloré marquera l'instant du phénomène.

Pour l'hygromètre, j'ai de grandes obligations à M. *Melloni*, qui a pris un soin tout particulier pour le vérifier. C'est à lui aussi que je dois un thermo-multiplicateur très-sensible pour le rayonnement des nuages et peut-être des vapeurs qui sortent du Vésuve. C'est à lui aussi que je dois un verre comparé de manière à produire une atermansie complète sur les rayons du soleil pour observer les taches de cet astre sans être exposé aux funestes effets de la chaleur qui se concentre dans l'œil. Cette nouvelle espèce de verre *atermane* vous paraîtra de quelqu'intérêt, puisque je me rappelle toute l'importance que vous attachez à ce grand phénomène des taches solaires, jusqu'à présent si peu observé. Je me rappelle à ce propos, que je vous devais sur ce phénomène une note détaillée, renfermant les travaux que j'ai faits à Naples, mais que je n'ai pas eu le temps de rédiger ici. C'est là que je ne négligerai pas vos recommandations, et je vous ferai tenir en même temps le catalogue de toutes les taches qui ont paru jusqu'ici, disposées par ordre de déclinai-

son solaire, et que j'ai fait depuis maintes années, lorsqu'en 1828 j'en publiai un extrait dans les *Astronomische Nachrichten*.

J'ai présenté à la société philomatique et à l'académie des sciences, dans leurs dernières séances, deux instrumens de mon invention qui me paraissent de quelqu'intérêt pour l'usage que les astronomes en pourront faire. Le premier est un micromètre que j'appellerai *électrique*, et qui sert à observer les astres dont la lumière trop petite ne permet pas de les observer aux fils ordinaires éclairés par une lampe. Un courant très-faible traverse un conducteur métallique dans le champ obscur de la lunette, entrant par la droite, passant à gauche et retournant en sortant par la droite. Ce conducteur étant interrompu en deux points, produit dans ces deux lieux deux points lumineux (ou aigrettes) au milieu desquels on peut observer de petits astres et une comète presqu'invisible. C'est pour l'observation des comètes que ce micromètre pourra, je pense, présenter des avantages. M. *Arago* m'a dit qu'il avait aussi eu l'idée d'employer l'électricité à cet usage, mais ayant rendu lumineux les fils mêmes, il se formait des courans d'air qui nuisaient à la stabilité des points auxquels on comparait les astres. J'ai passé aussi par ces essais et par d'autres encore, et je trouve que M. *Arago* a parfaitement raison, et à la fin je me suis arrêté au mien, qui me parait exempt de cet inconvénient. Je dois à l'obligeance et à la profonde science de M. *Peltier,* la réussite de cet instrument auquel il a mis tous les soins imaginables.

L'autre instrument est un photomètre pour déterminer la grandeur relative des étoiles, que jusqu'à présent on est forcé d'estimer d'après son propre jugement, très-vague et très-variable d'un observateur à un autre ([1]. L'instrument est composé de deux demi-sphères en acier bruni. La lumière d'une lampe entre par

---

1) On peut voir pages 360 et suiv. des notes du *Traité de la lumière* de sir *John Herschel*, traduit par MM. *Verhulst* et *Quetelet*, la description de plusieurs photomètres destinés au même usage que celui de M. *Capocci*. Voyez aussi la *Correspondance Mathémat.*, tome VIII, pages 104 et suivantes.

un trou qui, à l'aide de diaphragmes, peut diminuer indéfiniment son éclat, elle tombe sur la sphère D, qui la renvoie sur l'autre B, en y formant un point très-brillant dans la parfaite obscurité. Cette étoile factice est vue à travers un trou par un prisme, et est portée dans l'intérieur de la lunette à côté de l'étoile véritable dont on veut déterminer la grandeur. Vous voyez que cette méthode, quoique sujette à des imperfections qui ne peuvent permettre d'atteindre à la dernière précision, est assez exacte pour mettre l'observateur en état de comparer ces estimations avec les siennes et avec celles des autres, car il ne s'agit pour cela que de commencer par déterminer le diaphragme qui répond à une même étoile connue pour point de départ. Au reste l'instrument est le moins sujet à des erreurs, justement quand son usage est le plus recherché, c'est-à-dire pour les petites étoiles; quant à la différence de couleur de l'étoile factice qui n'a que très-difficilement la couleur blanche des étoiles véritables, comme l'a très-justement remarqué M. *Arago*, je crois qu'il n'en résultera pas d'inconvéniens sensibles pour les petites étoiles; car, après tout, nous avons des étoiles bien différentes entre elles par la couleur, qui pourtant sont rangées par les astronomes dans le même ordre de grandeur. Au reste je serais charmé de savoir que vous trouvez la chose bonne; on pourrait la modifier pour la rendre plus exacte. En substituant à la boule B une matière moins brillante, comme l'ivoire par exemple, on obtient des étoiles nébuleuses tout-à-fait semblables à des comètes : cette particularité nous fournit le moyen de déterminer très-approximativement la lumière des comètes dans les différens points de leurs orbites, et leurs apparitions successives si elles sont périodiques.»

---

*Sur l'intensité du magnétisme terrestre.* (Extrait d'une lettre de M. le capitaine DUPERREY.) [1]

Paris, 20 mars 1838.

« Je vous ai annoncé dans le temps que j'avais fait un voyage en Bretagne en 1834, dans le but d'établir la relation qui existe entre les inclinaisons et les intensités magnétiques totales de Brest et de Paris. Je regrette de ne pas vous avoir communiqué à la même époque les résultats particuliers que j'ai obtenus dans ce voyage. Ces résultats auraient prolongé de beaucoup dans l'ouest de l'Europe, ceux que vous avez fait connaître, pag. 212 de votre dernier *Annuaire*.

» Voici ces résultats :

| NOMS DES LIEUX. | LATITUDES N. | LONGITUDES O. | INCLINAISON | Intensité totale, Paris étant 1,00000. | Intensité totale, Paris étant 1,34824. |
|---|---|---|---|---|---|
| Paris à l'observatoire . . | 48°50′14″ | 0° 0′ 0″ | 67°26′30″ | 1,00000 | 1,34824 |
| Brest . . . . | 48 23 35 | 6 49 35 | 68 19 48 | 1,01233 | 1,36486 |
| Landevenec. . | 48 17 35 | 6 35 30 | 68 11 30 | 1,01077 | 1,36276 |
| Orléans . . . | 47 54 9 | 0 25 35 | 66 54 6 | 0,99463 | 1,34100 |

» Vous voyez qu'en effet la ligne isodynamique de Brest doit passer à très-peu près par Gœttingue, et par conséquent à quelques milles tout au plus au sud de Bruxelles et de Berlin, ce qui est la direction d'une courbe qui serait successivement perpendicu-

[1] Voyez une autre lettre de M. le capitaine *Duperrey* insérée dans la livraison précédente de la *Correspondance Mathématique*.

laire à tous les méridiens magnétiques qui existent entre Brest et Berlin.

» Mais je dois dire ici que les méridiens magnétiques de l'Europe, considérés dans toute leur étendue, sont à très-peu près de grands cercles de la sphère. Je pense, mais je n'ose pas affirmer, que les lignes d'égales intensités seront également perpendiculaires aux méridiens magnétiques dans les parties du globe où ces méridiens sont de petits cercles. Cette dernière question ne sera définitivement résolue que quand on aura fait, par toute la terre, des observations aussi précises que celles que l'on fait aujourd'hui dans certaines villes de l'Europe et de l'Asie, où se trouvent réunis les bons observateurs.

» Le capitaine *Sabine* paraît avoir adopté, pour Paris, l'intensité 1,34824, que M. *De Humboldt* a obtenue dans son voyage en Amérique, en 1804. Cette intensité est évidemment trop faible. Cela provient sans doute de ce que l'intensité que M. *De Humboldt* a observée au Pérou, et qu'il a prise pour unité, était trop faible comme ayant été obtenue sous une température beaucoup au-dessous de la température normale des tropiques. Les observations faites par M. *Sabine*, à Bahia, à l'Ascension et à San-Tomé, m'inspirent plus de confiance. Elles donnent pour Londres 1,60 environ, et comme la relation entre Londres et Paris, d'après M. *Sabine* lui-même, est de 1 à 1,38, il en résulte que Paris doit être représenté par 1,583 et non par 1,348, comme le prouvent non-seulement mes cartes des méridiens et des parallèles magnétiques du globe, dans lesquelles la valeur de l'intensité est indépendante du résultat des observations, mais encore les observations récentes que MM. d'*Abadie* et *Lefevre* ont faites à Fernambouc et à Paris.

» L'aiguille dont j'ai fait usage dans ma course en Bretagne vient de faire le voyage de la *Bonite*. Cette aiguille n'a perdu que deux oscillations pendant la durée de cette expédition, si toutefois il est permis de croire que l'intensité magnétique n'ait pas elle-même diminué à Paris dans le même intervalle de temps.

» Je vous destine cette aiguille, parce que j'ai lieu de croire qu'elle vous donnera d'excellens résultats. Elle a été observée un

grand nombre de fois depuis le retour de la *Bonite* et notamment le 14 février dernier.

» J'ai déterminé avec un soin extrême l'effet de la température atmosphérique sur l'intensité de cette aiguille. M. *Darondeau* s'est livré à la même recherche dans le voyage de la *Bonite*, et nos résultats s'accordent parfaitement bien.

» Sans la correction de température, les intensités magnétiques ne sont vraiment pas comparables, il sera donc essentiel de tenir compte des indications du thermomètre placé auprès de l'instrument dans les expériences que vous désirez faire à Bruxelles.

» Cette aiguille est en place dans l'appareil qui la contient et le fil de suspension est lui-même dans la position qui lui convient. On élève l'aiguille au moyen d'une vis placée au haut de la colonne, et on la dirige à droite ou à gauche sur l'amplitude d'où l'on veut partir, à l'aide d'un petit levier extérieur placé sous l'instrument. Il résulte de l'emploi de ce levier que l'aiguille retenue entre les deux tiges verticales, se trouvant tout à coup dégagée de ces tiges, oscille immédiatement de la manière la plus régulière et sans l'intervention d'un aimant.

» Pour que l'aiguille ne torde pas le fil de suspension qui est accroché à sa chappe, je dois vous prévenir que sa pointe N. est du côté de la double échelle des amplitudes. L'une de ces échelles est gravée au fond de la boîte et l'autre est collée sur la glace supérieure.

» Lorsque vous observerez mon aiguille, vous trouverez des différences entre les résultats ramenés à des intervalles de temps égaux; mais ne vous en étonnez pas; ces différences disparaîtront lorsque vous aurez appliqué la correction de température.

» Chacun est libre d'observer comme il le juge convenable; quant à moi, voici les conditions d'exactitude dont je n'ose plus m'écarter.

» L'observation de l'intensité des forces magnétiques exige de grandes précautions. Il faut éviter le voisinage des lieux habités, le vent, le soleil, le rayonnement des objets environnans et les moindres parcelles de matières ferrugineuses. Il faut éviter les lieux qui ont été ou qui seront échauffés par le soleil à certaines

heures du jour. Le mieux est d'observer en plein air au milieu d'un lieu couvert par des arbres de peu d'élévation, où le soleil ne pénètre jamais. Il faut aussi avoir l'attention de ne fermer l'appareil qu'après qu'il a eu le temps, ainsi que l'aiguille, de se mettre à la température du lieu.

» On sait que les variations de la température agissent d'une manière sensible sur le nombre des oscillations de l'aiguille; mais il résulte de mes observations, que les variations de la température atmosphérique ne produisent pas le même effet que les variations des températures artificielles. D'après cela, il devient évident que tout corps échauffé ou refroidi, placé auprès de l'aiguille, doit nuire à l'exactitude des observations. Il importe donc de ne jamais être plusieurs personnes auprès de l'aiguille, et de ne jamais s'en approcher pendant la durée des expériences, pas même pour observer le décroissement des amplitudes, puisque l'on peut observer ce décroissement dans tout autre instant que celui de l'intensité.

» Pour n'avoir jamais l'occasion de m'approcher de l'aiguille, je ne commence l'observation que lorsque les ½ oscillations ne dépassent plus 4° ½, auquel cas les corrections d'amplitude étant nulles, il devient inutile d'en tenir compte. Je n'approche de l'instrument que deux fois pendant la durée de l'expérience, une fois en commençant et une fois en terminant, afin d'avoir avec exactitude l'heure du premier et du dernier passage de l'aiguille sur le zéro de l'échelle, et je note le nombre des passages de 10 en 10, abstraction faite du premier passage, en prenant pour mire du mouvement de l'aiguille la ligne verticale qui est tracée sur l'une des glaces rondes de l'appareil. L'on peut si l'on veut marquer l'heure de 10 en 10 oscillations, mais alors il faut avoir la figure collée sur l'aiguille, et c'est là, selon moi, une des principales causes de perturbations qu'il importe d'éviter.

» Vous savez que l'intensité magnétique horizontale considérée isolément, n'est d'aucun secours dans la recherche des lois du magnétisme, qu'en conséquence il devient indispensable d'observer l'inclinaison magnétique, sinon le jour même, du moins à une époque assez rapprochée du jour des expériences.

Tous ceux qui ne nous ont donné jusqu'à présent que des intensités horizontales, ne nous ont occasionné que le regret de ne pouvoir tirer aucun parti de leurs observations. C'est ainsi que toutes les observations faites par M. *Nicollet*, à Brest, et toutes celles qui ont été faites dans le voyage de l'*Astrolabe*, sont perdues pour la science. »

---

*Sur des recherches de Géométrie.* (Extrait d'une lettre de M. Chasles.)

Chartres, 11 février 1838.

En m'occupant de géométrie, je pense souvent à un ouvrage qui, je crois, contribuerait aux progrès de cette science sous plusieurs rapports. Ce serait un tableau de toutes les propositions de géométrie sphérique connues jusqu'à ce jour, contenant l'indication de leur analogie avec les propositions de géométrie plane. Je n'ai nullement l'intention, ni le temps de m'occuper de ce travail; mais je voudrais bien que d'autres l'entreprissent. Je crois qu'il mériterait d'être provoqué et encouragé par quelque société savante. Comme je le conçois, on ne rapporterait point les démonstrations des propositions qui se trouvent dans quelque ouvrage ou mémoire publié qu'on se bornerait à citer; mais les auteurs démontreraient les propositions nouvelles qui leur seraient dues. Ce recueil, outre l'avantage de présenter aux géomètres les ressources de la géométrie sphérique qu'on ne sait où trouver, aurait encore celui de mettre sur la voie d'une foule de propositions de géométrie, soit plane, soit sphérique, et de provoquer des recherches auxquelles on ne pense pas maintenant. Je prends la liberté de vous communiquer cette idée, parce que je sais l'importance que vous attachez aux progrès de la géométrie, et que je suis sûr que si vous pensez qu'elle puisse être bonne, vous la propagerez. Elle pourrait sourire, je crois,

aux Allemands, qui cultivent avec succès la géométrie de la sphère.

Je croyais avoir terminé, il y a quelque temps, un mémoire sur les propriétés du système de trois coniques quelconques tracées sur un même plan, dont je vous avais annoncé l'envoi prochain. Mais je me suis aperçu qu'il était trop incomplet; je le recommence. La matière est si abondante qu'on éprouve de l'ennui à l'explorer, et surtout à y mettre de l'ordre. Voici une des propositions qui s'y rattachent : *Étant données trois coniques quelconques qui ont les mêmes points d'intersection deux à deux, si, par un point pris arbitrairement dans leur plan, on fait passer trois autres coniques, qui soient concentriques et homothétiques, une à une respectivement aux trois premières, ces trois nouvelles courbes auront les mêmes points d'intersection deux à deux.*

Ce théorème admet plusieurs conséquences; ainsi : *Quand deux coniques se coupent en quatre points situés sur un cercle, si on décrit deux autres coniques qui soient concentriques et homothétiques, une à une respectivement aux deux premières, ces deux nouvelles courbes se couperont en quatre points situés sur un cercle concentrique au premier.*

*Étant donné un quadrilatère, si l'on décrit deux hyperboles dont la première ait pour asymptotes deux côtés opposés du quadrilatère, et dont la seconde ait pour asymptotes les deux autres côtés, par les quatre points d'intersection de ces deux courbes on pourra faire passer une troisième hyperbole ayant pour asymptotes les deux diagonales du quadrilatère.*

La même théorie m'a conduit à plusieurs propositions qui roulent sur votre *focale*. Vous savez que j'ai déjà rencontré cette courbe dans d'autres recherches sur des sujets très-différens, dont vous avez fait mention dans le *Bulletin de l'Académie* (année 1835). Cette *focale* mérite d'être étudiée à fond, d'autant plus que la plupart des propriétés qu'on lui trouve, peuvent être transportées à toutes les courbes du troisième degré qui ont un point double ou conjugué. Voici celle dont il s'agit ici :

*Quand plusieurs coniques sont inscrites dans un quadrilatère, et que parmi elles se trouve un cercle, les pieds des perpendiculai-*

*res abaissées du centre du cercle sur les polaires de ce point, par rapport aux coniques, et sur les axes principaux de ces courbes, et les pieds des normales abaissées du même point sur ces courbes, sont tous situés sur une focale qui a son nœud au centre du cercle.*

*Plusieurs cercles étant décrits d'un même centre dans le plan d'une conique, les points du concours des tangentes communes à cette courbe et à chaque cercle sont situés sur une focale qui a un nœud au centre commun des cercles.*

*Plusieurs cercles étant décrits d'un même centre, si l'on circonscrit à chacun d'eux un quadrilatère dont les côtés opposés concourent en deux points fixes, les sommets de tous ces quadrilatères seront sur une focale dont le nœud sera situé au centre commun des cercles.*

Dans le premier théorème, *les foyers des coniques sont aussi sur la focale;* cela résulte d'autres recherches que j'ai faites sur les focales générales que M. *Van Rees* a considérées dans le cône oblique. Ces courbes sont susceptibles de plusieurs descriptions sur le plan. Par exemple, *elles sont le lieu des foyers d'un système de coniques inscrites dans un quadrilatère quelconque.*

---

*Observations sur la surdité qui arrive aux aéronautes pendant les voyages aériens.* (Extrait d'une lettre de M. le docteur T. Forster, etc.)

Schaerbeek, près Bruxelles, 10 février 1838.

« Depuis l'invention des ballons, en 1785, les médecins et les physiciens se sont occupés, plus ou moins, à chercher la cause de cette surdité passagère qui arrive constamment aux aéronautes, après avoir dépassé une certaine élévation; MM. *Lunardi*, *Garnerin*, *Charles* et *Robert*, *Biot*, *Sadler* et plusieurs autres, ont parlé de cette affection des oreilles, sans songer à la cause qu'ils ont vaguement attribuée à la légèreté de l'air dans les hautes régions de l'atmosphère. Mais, quoiqu'on ait écrit beaucoup sur cette affection, cependant personne, jusqu'à nos jours,

n'y a fait assez d'attention pour en développer la cause précise.

Dans mon singulier voyage aérien, fait le samedi 30 avril 1831, en Angleterre, j'ai éprouvé cette sensation dans toute sa force, et, voulant savoir la cause d'un phénomène si remarquable, j'ai fait attention à toutes les variations de cette affection, dès le commencement jusqu'à la fin des symptômes, les voici :

Je suis monté, des anciens jardins des frères Dominicains, à Moulsham, en Essex, à 6 heures du soir. L'atmosphère était très-claire avec quelques nuages d'une figure fort variée et de la modification que nous appellons *cirrus* et *cirrostratus* dans notre nomenclature. Étant monté jusqu'à l'élévation d'environ 6,000 pieds de France, j'éprouvai soudainement une espèce de douleur dans les oreilles, et j'entendis en même temps un *tinnitus aurium* très-fort : plus le ballon montait, plus j'éprouvais ces sensations, mais encore aucune surdité. Je continuai mon voyage, pour faire certaines observations et expériences physiques, jusqu'à 7 heures, quand le ballon, après avoir monté très-haut, fut descendu encore jusqu'à l'élévation d'à peu près 6,000 pieds ; en ce moment je n'entendis plus distinctement ce que disait mon compagnon, un bruit comme le son roulant et continué du tonnerre fut senti dans les deux oreilles, accompagné d'une pression évidemment exercée sur le *chorda tympani*, par la destruction de l'équilibre de l'air contenu dans l'oreille avec celui du dehors. En arrivant à terre, je ne pouvais presque rien entendre, et cette affection me tourmenta jusqu'à minuit. On a souvent attribué cette surdité à la raréfaction de l'air, en dehors, en conséquence de laquelle le *tympanum* se gonfle par l'expansion de l'air dans l'extérieur de l'oreille, mais cette explication ne me contente pas ; car la *trompe d'Eustache* offre un passage entre la bouche et l'oreille capable de transmettre l'air à tout moment. J'ai voulu soumettre donc simplement le résultat invariable de mon expérience à vos lecteurs, dans l'espérance que des investigations répétées nous conduiront tôt ou tard à la vraie cause d'un phénomène qui doit intéresser tous ceux qui aiment les recherches physiologiques et physiques.

*Résultats de mes expériences :*

1. J'ai éprouvé cette affection constamment après avoir monté à la hauteur de 6,000 pieds, dans mes voyages sur les *montagnes*, ainsi que dans les *ballons;* mais avec cette différence, que dans les voyages aériens la surdité est plus parfaite pendant que le *tinnitus aurium* est moins fort, que dans les voyages sur les montagnes.

2. Le bruit dans les oreilles commence quelques minutes avant la surdité.

3. La force ou l'intensité de l'affection varie, *cæteris paribus*, *directement* avec la vitesse de la descente, et *inversement* avec la vitesse de l'ascension.

4. Quand la descente est très-rapide, le *tinnitus* est accompagné quelquefois d'un bruit comme celui d'un canon.

5. La durée de l'affection n'excède jamais sept heures après avoir descendu.

6. La surdité n'arrive jamais qu'en descendant, mais elle est précédée par un *tinnitus aurium* et quelque douleur, pendant que nous montons.

7. La surdité, ainsi que la pression sur l'oreille varie, *cæteris paribus*, *directement* comme la pression atmosphérique, c'est-à-dire, quand le baromètre est très-haut, les symptômes de surdité, etc., sont plus prononcés.

8. Il m'est arrivé autrefois de descendre d'une très-grande élévation sans éprouver cet inconvénient; mais ce fut dans une occasion où le mercure dans le baromètre descendait rapidement pendant l'approche d'un orage, par conséquent il existait une *contre force*, *capable de diminuer l'effet de ma descente.*

Comme votre *Correspondance* est déjà devenue un moyen facile pour la communication des idées et des recherches des physiciens d'Europe, j'espère que ces observations exciteront l'attention générale sur cet objet, et que parmi vos lecteurs il s'en trouvera qui pourront communiquer quelques résultats de leurs expériences sur ce sujet.

*Sur les étoiles filantes.* (Extrait d'une lettre de M. le professeur BENZENBERG.)

Dusseldorf, 24 février 1838.

« ......J'ai examiné le catalogue des étoiles filantes que vous avez observées en 1834, pag. 195 et suiv. de la *Correspondance Mathématique*, t. I de la 3e série.

Vous avez été très-diligent, puisque vous avez observé 109 étoiles filantes en 5 soirées.

En ayant égard aux époques du commencement et de la fin des observations, on obtient les résultats suivans pour *Bruxelles :*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le 5 juin 1824 | en | $1^h 10'$ | on a | vu | 9 | étoiles filantes. |
| 30 » | » | 2 7 | » | | 27 | » |
| 3 juillet | » | 1 17 | » | | 15 | » |
| 28 » | » | 1 46 | » | | 51 | » |
| 31 » | » | 1 4 | » | | 10 | » |
| | en | 7 24 | on a | vu | 109 | étoiles filantes. |

Ainsi, vous avez vu avec les cinq personnes qui vous aidaient 15 étoiles filantes par heure; ce qui donne 2 1/2 de ces météores par heure à chaque observateur ([1].

*A Liège.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le 5 juin 1824 | en | $0^h 25'$ | ou a | vu | 2 | étoiles filantes. |
| 30 » | » | 0 55 | » | | 5 | » |
| 3 juillet | » | 0 37 | » | | 3 | » |
| 28 » | » | 1 17 | » | | 20 | » |
| 31 » | » | 1 7 | » | | 14 | » |
| | en | 4 21 | on a | vu | 44 | étoiles filantes. |

[1]) Nous ne pensons pas que cette manière de compter soit exacte, car tel météore a pu être vu par les cinq observateurs à la fois ; et tel autre par un seul observateur seulement. *Voy.* du reste notre article *sur le nombre moyen des étoiles filantes qu'on peut observer dans une nuit ordinaire*, p. 441 et suiv., t. I, 3e série de la *Correspondance Mathématique*. A. Q.

Les cinq observateurs de Liége ont vu 10 étoiles filantes par heure, ce qui en donne 2 à chacun.

*A Gand.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Le 30 juin 1824, | en | $0^h41'$ | on a vu | 7 | étoiles filantes. |
| 28 juillet | » | 1 3 | » | 18 | » |
| | en | 1h44 | on a vu | 25 | étoiles filantes. |

Deux observateurs ont vu 14 étoiles filantes par heure; ce qui en donnait 7 à chacun d'eux.

| | | | |
|---|---|---|---|
| On a donc observé | à Bruxelles | 109 | étoiles filantes. |
| » | à Liége | 44 | » |
| » | à Gand | 25 | » |
| On a observé en tout | | 178 | étoiles filantes. |

En 1798 nous avons observé à Gœttingue 402 étoiles filantes, dont 22 ont été aperçues simultanément. Ainsi une observation simultanée sur 18 observations.

D'après cela le nombre des observations simultanées devrait avoir été de 10 pour la Belgique (1.

En 1823, M. *Brandès* observa avec ses amis dans onze stations différentes 1710 étoiles filantes, et il s'en trouva 63 observées simultanément. On en comptait donc une simultanée pour 27 observations.

Sur ce pied, on aurait dû compter 6 étoiles filantes simultanément aperçues en Belgique sur le nombre de 178 observations.

Vous avez donné, à la page 447 de la *Correspondance Mathém.* pour novembre 1837, les résultats suivans :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A Bruxelles | 155 | étoiles filantes | vues | en | 10h26' |
| A Liége | 42 | » | | » | 5 0 |
| A Gand | 51 | » | | » | 5 30 |
| | 248 | étoiles filantes | vues | en | 20 56 |

1) La simultanéité des observations doit nécessairement dépendre en grande partie de la distance où sont les observateurs, et des facilités que l'on peut avoir pour apercevoir commodément les apparitions. A. Q.

A Gœttingue, nous avons observé sur 402 étoiles filantes 22 simultanées, ou 1 simultanée par 18 observations. Ainsi sur 248 étoiles filantes, vous deviez en voir simultanément 13 dans la Belgique.

D'après *Brandès*, il ne faut compter qu'une observation simultanée sur 27 observations, ainsi le nombre des observations simultanées de la Belgique aurait été de 9.

Il m'est bien intéressant de connaître les recherches qui ont été faites pour arriver par des moyens trigonométriques à la détermination de la *distance*, de la *vitesse* et de la *trajectoire* des étoiles filantes.

Il n'en existe jusqu'à présent que quatre séries savoir :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | Celle de l'année | 1798 faite à Gœttingue. |
| 2 | » | 1802 à Hambourg. |
| 3 | » | 1823 à Breslau. |
| 4 | » | 1824 à Bruxelles. |

La plus grande base employée a été celle prise, en 1802, entre Elberfeld et Hambourg, qui avait 42 milles d'Allemagne, mais on ne compta qu'une observation simultanée qui se montra au zénith pour le Texel en Hollande, et sa distance à la surface de la terre devait être de 25 milles.

Le professeur *Olmstedt* ne connaît probablement pas encore par des procédés trigonométriques, quelles sont les *distances*, les *vitesses* et les *trajectoires* des étoiles filantes, et cependant 5 années se sont écoulées depuis 1833.

Je ferai usage de vos observations de 1824 dans mon nouvel ouvrage, qui aura pour titre :

« Les étoiles filantes sont de petites pierres de 1 à 5 pieds de diamètre, provenant des volcans lunaires, circulant autour de la terre, et qui circulent autour du soleil quand leur vitesse est de plus de 34,435 pieds par seconde. »

Je vous envoie ci-joint une copie de la lettre de M. *De Humboldt*, du 22 octobre dernier. La lettre qui m'a été adressée par *Lichtenberg*, en 1798, et qui a été insérée dans mon écrit publié en 1834, sur les étoiles filantes, est un modèle de clarté.

J'ai observé cette année, aux mois de janvier et de février, cinq fois les étoiles filantes et chaque fois pendant 3 heures. J'en ai vu deux par heure, terme moyen.

---

*Lettre de* M. le baron De Humboldt *au docteur* Benzenberg.

Je m'empresse, très-honorable professeur, de vous adresser mes remercîmens les plus vifs pour l'envoi agréable et plein d'intérêt que vous avez bien voulu me faire.

Il n'était pas nécessaire de rappeler vos anciennes observations dont le mérite est généralement apprécié, pour établir tout ce dont vous est redevable, à vous et à votre ami *Brandès*, cette partie importante de la cosmologie : je le reconnais très-volontiers et ne puis que me réjouir en vous voyant rentrer avec une nouvelle ardeur dans un champ que vous avez si légitimement conquis.

Je regrette de ne pouvoir accepter votre proposition flatteuse d'inscrire mon nom en tête de votre ouvrage; mais, depuis quarante ans, je me suis fait une règle invariable de réserver mon nom pour les livres que je publie moi-même.

Vos observations d'août et de septembre m'ont présenté un intérêt d'autant plus grand, qu'elles nous donnent des idées exactes sur le nombre *maximum* et *minimum* des étoiles filantes qui peuvent être aperçues.

Cette détermination est très-importante relativement aux chutes périodiques d'étoiles du 10-11 août 1823, 9-10 août 1837, 11-13 nov., 14 oct. et 6 déc. 1798; elle nous permettra de décider si ce phénomène dure plusieurs jours, ou si les nœuds se déplacent.

Quant à la question historique que vous soulevez, il est bien vrai que l'on trouve dans l'ouvrage de *Chladni*, l'hypothèse que les étoiles filantes et les aérolithes sont des corps (comme des planètes de poche) qui tourbillonnent autour du soleil. Le phénomène du 13 novembre peut être considéré en général comme produit par des corps semblables aux comètes dont les trajectoires, très-rapprochées de l'orbite de la terre, la coupent.

Les faits les plus importans et les plus nouveaux sont les faits *périodiques* et les observations d'*Olmsted* qui tendent à prouver que les étoiles filantes proviennent des étoiles, et se meuvent pendant plusieurs heures en sens contraire du mouvement de la terre, sans parallaxe : ce qui démontre mathématiquement que le phémène se passe hors de notre atmosphère.

Vos observations ne pouvaient m'être connues en 1799 à *Cumana*. Mais je les ai citées art. 8, t. 1, p. 524 (4°), quoique je doutasse encore fortement alors si toutes les étoiles filantes pouvaient être jointes aux pierres météoriques comme étant des corps cosmiques.

Potzdam, 22 octobre 1837.

---

## OUVRAGES NOUVEAUX.

MÉMOIRE *sur l'attraction des ellipsoïdes;*

MÉMOIRE *sur l'attraction d'une couche ellipsoïdale infiniment mince, et les rapports qui ont lieu entre cette attraction et les lois de la chaleur en mouvement dans un corps solide en équilibre de température;* par M. CHASLES.

Ces deux mémoires font partie du 25e cahier du *Journal de l'École polytechnique* (in-4°, Paris, *Bachelier*, 1838.)

Le premier a pour objet de résoudre le problème de l'attraction des ellipsoïdes pour le cas d'un corps hétérogène où la densité en chaque point est une fonction de la distance de ce point au centre de l'ellipsoïde, divisée par le demi-diamètre sur lequel le point est situé ; ce qui se réduit à regarder l'ellipsoïde comme composé de couches infiniment minces, comprises chacune entre deux surfaces ellipsoïdales *homothétiques*, c'est-à-dire *semblables et semblablement placées*, et à supposer la densité de chaque couche une fonction d'un demi-diamètre principal de cette couche. M. *Chasles* tire la solution de ce cas général du problème, des formules ordinaires pour l'ellipsoïde homogène. Nous avons fait connaître par un extrait d'une lettre de l'auteur, inséré dans la deuxième livraison de la *Correspondance* (nov. 1837, page 475),

les formules dont il fait usage. Nous ajouterons seulement ici qu'une erreur s'est glissée dans ces formules, qui ont pour coefficient le nombre 2, au lieu de 4 qui se trouve dans les formules du mémoire.

Le second mémoire est composé de cinq paragraphes dont nous allons présenter l'analyse.

Le premier contient le calcul d'une couche ellipsoïdale infiniment mince sur un point extérieur. Il s'agit d'une couche comprise entre deux ellipsoïdes concentriques, homothétiques et infiniment rapprochés. L'auteur avait conclu, dans le premier mémoire, l'expression de l'attraction de cette couche des formules connues pour l'attraction d'un ellipsoïde homogène; ici il la calcule directement. Voici par quelles considérations : D'une propriété générale des surfaces du second degré, demontrée dans son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes géométriques*, et qu'on énonce ainsi : *Une surface du second degré étant donnée, si, autour d'un point fixe pris arbitrairement dans l'espace, on fait tourner une transversale de manière que le carré du demi-diamètre de la surface, parallèle à la transversale, divisé par le segment compris dans la surface sur cette droite, ait une valeur constante, la transversale engendre un cône du second degré qui a les mêmes axes principaux que le cône circonscrit à la surface et ayant pour sommet le point fixe*. De ce théorème, disons-nous, l'auteur conclut immédiatement que l'attraction de la couche sur un point extérieur est dirigée suivant l'axe du cône circonscrit à la surface externe de la couche, et qui a pour sommet le point attiré; ce qui est le théorème de M. *Poisson*. D'une autre propriété des surfaces du second degré, on conclut que cette direction de l'attraction de la couche est la même que celle de la normale à l'ellipsoïde mené par le point attiré, et ayant ses sections principales décrites des mêmes foyers que celles de la surface externe de la couche. Ce qui prouve que cet ellipsoïde est une *surface de niveau* relativement à l'attraction de la couche.

Or quand on connaît les *surfaces de niveau* relatives à l'attraction d'un corps, on peut en conclure l'expression de cette attrac-

tion au moyen de l'équation connue

$$\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}=o,$$

qu'on peut réduire, dans ce cas, à une formule de quadratures qui fait connaître V. Cette fonction V représente, comme on sait, la somme des molécules du corps attirant divisées par leurs distances respectives au point attiré. Ses coefficiens différentiels par rapport aux coordonnées de ce point, sont les expressions des composantes de l'attraction. De sorte que ces composantes sont connues, et que le problème est résolu. Néanmoins la formule qui donne V a introduit une constante qu'il faut déterminer dans chaque cas particulier. Pour la déterminer dans la question actuelle, l'auteur calcule directement l'attraction de la couche sur un point situé sur sa surface externe; ce qu'il fait par des considérations géométriques et sans aucune difficulté. Il parvient ainsi à l'expression suivante de l'attraction de la couche sur un point extérieur:

$$A=4\,\pi\rho\, bc\, da\,\frac{p}{a_1 b_1 c_1}.$$

$\rho$ est la densité de la couche; $a$, $b$, $c$, sont les demi-axes principaux de sa surface externe, $da$ est la différence des deux demi-axes $a$ et $(a\text{-}da)$ des deux surfaces externe et interne; $a_1$, $b_1$, $c_1$, sont les demi-axes principaux de l'ellipsoïde mené par le point attiré S, et qui a ses sections principales décrites des mêmes foyers que celles de la surface externe de la couche; et enfin $p$ est la perpendiculaire abaissée du centre de cet ellipsoïde sur son plan tangent en S.

L'expression de l'attraction de la couche infiniment mince, conduit naturellement à l'attraction d'un ellipsoïde hétérogène, qu'on considère comme composé de couches élémentaires comprises chacune entre deux surfaces homothétiques. Pour cela, on remplace les différentes variables $a$, $b$, $c$, $a_1$, $b_1$, $c_1$, $p$, par une seule, en fonction de laquelle elles s'expriment toutes, et on in-

tègre les expressions des composantes de l'attraction de la couche. De sorte que la question résolue est, dans le fait, une solution complète du problème de l'attraction d'un ellipsoïde hétérogène. M. *Chasles* n'entre point dans les développemens de ce calcul, qu'il ne fait qu'indiquer, parce qu'il n'est pas l'objet de son mémoire. Il annonce du reste qu'il donnera ailleurs une autre solution de ce problème, qui ne reposera absolument que sur de simples considérations de géométrie.

Le second paragraphe contient diverses propriétés de l'attraction d'une couche illipsoïdale infiniment mince, calculée pour différens points de l'espace.

Ces propriétés résultent de la formule rapportée ci-dessus.

Dans ce paragraphe, l'auteur démontre une propriété nouvelle des ellipsoïdes décrits des mêmes foyers, relative à leurs points *correspondans*. Ce sont les points considérés par M. *Ivory* dans son beau théorème sur l'attraction des ellipsoïdes. Ces points ont, comme on sait, leurs coordonnées proportionnelles, respectivement, aux demi-diamètres des ellipsoïdes, auxquels elles sont parallèles. Leur propriété nouvelle est celle-ci :

*Quand deux ellipsoïdes sont décrits des mêmes foyers, la courbe d'intersection de deux hyperboloïdes à une et à deux nappes décrits aussi des mêmes foyers, rencontre les deux ellipsoïdes en deux points correspondans.*

Par conséquent, *si l'on a une série d'ellipsoïdes décrits des mêmes foyers, et qu'on prenne sur leurs surfaces une suite de points correspondans entre eux, tous ces points seront sur une même courbe à double courbure du 4ᵉ ordre, provenant de l'intersection de deux hyperboloïdes à une et à deux nappes.*

On peut encore dire que : *Tous les points sont sur une courbe qui est normale aux surfaces de tous les ellipsoïdes.*

De cette manière, la notion des points *correspondans* pourra être appliquée à des *surfaces de niveau* relatives à l'attraction d'un corps quelconque. Et l'on conçoit que le théorème de M. *Ivory*, qui paraissait, auparavant, être une propriété essentiellement particulière aux ellipsoïdes, pourra se rencontrer dans d'autre corps.

Parmi diverses propriétés de l'attraction de la couche ellipsoïdale, on distingue celle-ci :

*Si l'on conçoit un canal d'une ouverture infiniment petite, dont les arêtes curvilignes soient les trajectoires orthogonales aux surfaces de niveau, et si l'on fait dans ce canal diverses sections perpendiculaires à ses arêtes, les attractions que la couche attirante exercera sur ces sections, leur seront normales respectivement et seront égales entre elles; leur valeur commune sera proportionnelle au volume intercepté dans la couche attirante par le canal prolongé jusqu'à la surface interne de la couche.*

L'égalité entre les attractions exercées par la couche sur les sections droites du canal, est assez remarquable; car ces sections pourront différer en surface considérablement, puisque ce sont les portions de surfaces interceptées par le canal sur les ellipsoïdes décrits des mêmes foyers que la surface externe de la couche ; et ces portions de surfaces croîtront avec les dimensions des ellipsoïdes, lesquelles n'ont pas de limites.

## § 3°. *Calcul de la fonction* V.

La fonction V a la même valeur pour tous les points d'une même surface de niveau, et varie d'une surface à une autre. Son expression pour une surface de niveau, c'est-à-dire pour les points situés sur un ellipsoïde décrit des mêmes foyers que la surface externe de la couche, est

$$V = 4\pi\rho\, bc\, da \int \frac{da_1}{\sqrt{a_1^2+b^2-a^2}\,\sqrt{a_1^2+c^2-a^2}};$$

$a_1$ étant le demi-axe principal de la surface de niveau à laquelle se rapporte la fonction V.

Pour tous les points situés dans l'intérieur de la surface interne de la couche, la fonction V a une valeur constante qui s'exprime encore par une transcendante elliptique de la première espèce. Cette valeur, dont le calcul exige une première intégration que

l'on effectue par des considérations géométriques, est

$$V = \frac{4\pi\rho\, abc\, da}{\sqrt{a^2-b^2}\,\sqrt{a^2-c^2}} \int_o^1 \frac{du}{\sqrt{u^2+\frac{a}{b^2-a^2}}\,\sqrt{u^2+\frac{a}{c^2-a^2}}}.$$

§ 4. *Analogies entre les propriétés de l'attraction d'une couche ellipsoïdale et les lois de la chaleur en mouvement dans un corps solide en équilibre de température.*

Quand un corps solide homogène, dont les surfaces sont soumises à des sources de chaleur et de froid constantes, est parvenu à son état d'équilibre où la température reste stationnaire en chaque point, cette température V′ est une fonction des coordonnées $x$, $y$, $z$, de chaque point, qui satisfait à l'équation aux différences partielles

$$\frac{d^2V'}{dx^2} + \frac{d^2V'}{dy^2} + \frac{d^2V'}{dz^2} = o;$$

et il existe dans le corps des surfaces où la température est la même en tous les points de chacune d'elles, n'étant différente que d'une surface à l'autre. Ces surfaces ont pour équation différentielle commune

$$dV' = o,$$

et pour équation finie individuelle,

$$V' = \text{constante} = \lambda;$$

$\lambda$ étant un paramètre variable d'une surface isotherme à une autre.

Ainsi la fonction V′ des coordonnées de chaque point du corps, qui exprime la température en ce point, remplit ces deux conditions : 1° de satisfaire à l'équation aux différences partielles ci-dessus; et 2° d'être une fonction d'un certain paramètre qui détermine les surfaces isothermes.

La fonction

$$V = 4\pi\rho\, bc\, da \int \frac{da_1}{\sqrt{a_1^2+b^2-a^2}\ \sqrt{a_1^2+c^2-a^2}},$$

qui exprime la somme des molécules de la couche ellipsoïdale, divisées par leurs distances respectives à un point pris au dehors de la couche sur une surface de niveau, satisfait à ces deux conditions. L'expression

$$V' = C \int \frac{da_1}{\sqrt{a_1^2+b^2-a^2}\ \sqrt{a_1^2+c^2-a^2}} + C',$$

C et C′ étant deux constantes, y satisfait donc aussi. Cette fonction exprime donc la température en chaque point d'une enveloppe solide homogène comprise entre deux surfaces de niveau ; ces deux surfaces étant soumises à des sources constantes de chaleur et de froid, et le corps étant parvenu à son état d'équilibre de température. Les surfaces isothermes, dans l'intérieur de ce corps, sont les surfaces de niveau relatives à l'attraction de la couche ellipsoïdale infiniment mince.

Ce double rôle que jouent les mêmes surfaces, et l'identité des deux fonctions V et V′ dont les expressions géométriques sont si différentes, procurent d'abord une démonstration synthétique des résultats obtenus analytiquement par M. *Lamé* dans son *Mémoire sur les surfaces isothermes du second degré*, (Voir le *Journal de mathématiques* de M. *Liouville;* tome 2, p. 147). Et ensuite cette analogie entre l'attraction de la couche ellipsoïdale et le mouvement de la chaleur dans une enveloppe solide comprise entre deux surfaces de niveau, conduit à divers autres résultats nouveaux. Nous citerons le suivant :

*La quantité de chaleur qui traverse, dans l'unité de temps, un élément superficiel placé d'une manière quelconque dans l'intérieur du corps, est proportionnelle à l'attraction exercée sur cet élément, dans le sens de sa normale, par la couche attirante.*

Dans le cinquième paragraphe, qui est le dernier, l'auteur généralise la plupart des résultats qu'il a obtenus dans le second

et le quatrième, en les appliquant à l'attraction d'une couche de forme quelconque et au mouvement de la chaleur dans une enveloppe solide comprise entre deux surfaces de niveau relatives à l'attraction de la couche. On y remarque la proposition suivante, qui est une propriété générale de l'attraction des corps :

*Si l'on conçoit un canal infiniment étroit, dont toutes les arêtes sont trajectoires orthogonales aux surfaces de niveau relatives à l'attraction d'un corps de forme quelconque, les actions que ce corps exercera sur les élémens interceptés sur ces surfaces par le canal, seront toutes égales entre elles.*

M. *Chasles* parvient d'abord à ce théorème par des considérations puisées dans la théorie de la chaleur; puis il en donne une démonstration géométrique.

Les rapports qui ont lieu entre les propriétés de l'attraction des corps et les lois de la chaleur en mouvement dans une enveloppe solide soumise à des sources de chaleur constantes, et en équilibre de température, donnent lieu naturellement à cette question : Quelle est la couche attirante qui correspond à une enveloppe solide dans laquelle se fait le mouvement de la chaleur; c'est-à-dire, quelle est la couche attirante dont les surfaces de niveau sont les surfaces isothermes de l'enveloppe proposée?

Il sera sans doute difficile à l'analyse de répondre d'une manière générale à cette question. M. *Chasles* émet deux aperçus qui pourront guider dans les recherches auxquelles elle pourra donner lieu.

Le corps attirant, dit-il, dans le cas d'une enveloppe terminée par deux surfaces ellipsoïdales décrites des mêmes foyers, est une couche infiniment mince comprise entre deux ellipsoïdes concentriques et homothétiques, la surface externe de cette couche étant la surface interne de l'enveloppe. Or on sait que cette couche est celle que forme le fluide électrique accumulé à la surface d'un ellipsoïde conducteur. On peut donc supposer et essayer cette hypothèse, que, pour une enveloppe d'une autre forme, le corps attirant sera la couche infiniment mince que formerait le fluide électrique répandu sur la surface interne de

l'enveloppe, si on la considérait comme la surface d'un corps conducteur. Cette couche d'électricité est probablement la même que celle que forme aussi la chaleur accumulée sur une surface dépourvue de pouvoir émissif.

L'autre aperçu est fondé sur des considérations géométriques. C'est que : *Si l'on conçoit la normale en chaque point de la surface externe de la couche ellipsoïdale attirante, les segmens que la surface interne de la couche et la surface de niveau infiniment voisine de la surface externe, font sur chaque normale, ont leur produit constant.*

Cette relation peut servir pour construire la surface interne de la couche, au moyen de sa surface externe et de la surface de niveau infiniment voisine. Peut-être y a-t-il, pour une couche attirante d'une forme quelconque, une relation constante analogue à celle-là, dans le cas du moins où la surface externe de la couche est elle-même une surface de niveau.

*Observations météorologiques et magnétiques, faites dans l'étendue de l'empire de Russie*, rédigées et publiées par A. T. Kupffer, membre de l'académie des sciences de St-Pétersbourg.

No 1. *Introduction. — Observations météorologiques de St-Pétersbourg. Tables psychrométriques.* (St-Pétersbourg, de l'imprimerie de la confection des papiers de la couronne, 1837, grand in-4o de 136 pag.)

La Russie présente dans ce moment un spectacle bien digne de fixer l'attention des personnes qui s'intéressent aux progrès des sciences. Tandis que l'on explore l'empire dans tous les sens, que des astronomes s'occupent à déterminer la différence de niveau entre la Mer-Noire et la Mer-Caspienne, un nouvel observatoire s'élève près de St.-Pétersbourg avec une munificence inouïe; un vaste système d'observations météorologiques et magnétiques s'organise par les soins de M. *Kupffer*. « Placée entre la Mer Glaciale au nord, et les contrées brûlantes de la Perse au midi, avec un développement de plus de 180° en longitude (depuis la Finlande jusqu'à la côte NO. de l'Amérique), la Russie comprend en elle seule tous les climats de l'Europe, et pour l'é-

tude des régions polaires, de ces contrées qui tirent toute leur chaleur de l'espace planétaire dans lequel la terre est plongée, l'Amérique seule est capable de fournir autant d'observations intéressantes... La Russie est aussi la terre classique du magnétisme terrestre. Il y a un pôle magnétique dans le nord de la Sibérie; des quatre lignes sans déclinaison, dont l'existence a été reconnue, trois prennent leur cours à travers la Russie. » Déjà de petits observatoires, spécialement destinés aux observations météorologiques et magnétiques ont été construits sur différens points de l'empire; on a fondé à St.-Pétersbourg, à l'institut des mines, un observatoire normal où un certain nombre d'officiers reçoivent les instructions pratiques nécessaires pour pouvoir ensuite être chargés des fonctions d'observateurs dans les établissemens de l'intérieur. Le système général d'observations se compose 1° des *observations météorologiques* qui comprennent : les observations thermométriques, hygrométriques et barométriques; la direction des vents, la quantité de pluie et de neige tombées, l'état du ciel; on y joindra plus tard les observations sur la température du sol et sur l'électricité atmosphérique; 2° des *observations magnétiques* qui comprennent l'inclinaison et la déclinaison absolues de l'aiguille aimantée et les variations horaires de ces élémens; dans la suite, on mesurera aussi l'intensité absolue. Le volume que vient de publier M. *Kupffer*, renferme, outre une instruction succincte sur la manière d'observer, les observations météorologiques faites à S$^t$-Pétersbourg, du mois de juillet 1835 au mois de juin 1836 inclusivement, et huit fois par jour, savoir à 8 et 10$^h$ du matin, à midi, à 2 et à 4$^h$ de l'après-midi, et à 6, 8 et 10$_h$ du soir. Le baromètre dont on s'est servi est un baromètre à siphon, dont l'échelle est divisée en demi-lignes, mesure russe ou anglaise; les hauteurs ont été réduites à la température de 13° ½ R, qui est la température normale de la mesure linéaire en Russie. La hauteur moyenne de midi, de juillet 1835 à juin 1836 inclus, a été de 598,02 demi-lignes ou 632$^{mm}$,96; la période diurne n'a été que de 0,08 lignes ou 0$^{mm}$,2. La température moyenne a été de + 2°,7 R. ou + 3°,4 centigr.; la température moyenne du mois de juillet (*maximum*)

a été + 14° R., ou + 17°, 5 centigr. ; celle du mois de décembre (*minimum*) de — 10°,1 R., ou — 12°,6 centigr. Les températures extrêmes ont été + 20°,2 R., ou 25°,3 centigr., le 21 juillet à 2h ; et — 26°, 4 R., ou — 33°, centigr., le 25 décembre à 8h du matin ; l'on voit que ces époques correspondent à peu près exactement aux solstices. L'on donne aussi, pour chaque température, l'élasticité des vapeurs d'eau répandues dans l'atmosphère ; on détermine cette élasticité par la différence des indications de deux thermomètre placés l'un à côté de l'autre, et dont l'un a son réservoir couvert de mousseline qu'on maintient constamment humectée. Ce dernier s'appelle *psychromètre* ([1]. La tension des vapeurs est calculée ensuite par les formules :

$$e'' = e' - \tfrac{3}{8}(t-t') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{pour } t' > 0^\circ$$
$$e'' = e' - \tfrac{1}{3}(t-t') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{pour } t' < 0^\circ,$$

où $t$, $t'$ désignent les températures indiquées par le thermomètre libre (échelle R.) et par celui dont le réservoir est enveloppé de mousseline, $e'$ la tension de la vapeur d'eau, lorsque l'espace en est saturé, et $e''$ la tension de la vapeur d'eau répandue dans l'atmosphère. Les tensions sont exprimées en lignes de mercure. M. *Kupffer* a réduit ces formules en tables, on les trouve à la fin de l'ouvrage. Les observations de 1835 à 1836 montrent que le *maximum* d'élasticité a lieu à midi, et qu'au mois de juillet l'élasticité des vapeurs répandues dans l'atmosphère est presque quatre fois aussi grande qu'au mois de décembre. M. *Kupffer*, avoue du reste que « les observations psychrométriques faites suivant la méthode de M. *August* (quoiqu'elle soit la meilleure qu'on connaisse) ne lui paraissent pas comporter une très-grande exactitude, surtout en hiver. » Après les tableaux des températures, viennent les indications de l'état du ciel et de la direction des vents, qui « sont encore trop peu nombreuses, pour pouvoir en tirer des résultats. » La notice qui accompagne ces observations et l'introduction sont écrites en français, avec beaucoup de clarté, et l'on y reconnaît l'œuvre d'un physicien distingué.

1) Voir plus haut, page 355. E. M.

*Astronomical observations made at the royal observatory, Greenwich*, in the year 1836, under the direction *of G.-B. Airy,* esq. in-4°, Londres, 1837.

*Appendix to the Greenwich observations* 1836. in-4°, Londres, 1837.

*Astronomical observations made at the observatory of Cambridge*, by *Rev. James Challis.* vol. 9, for the year 1836. 1 vol. in-4°. Cambridge, 1836.

Nous avons fait connaître, dans la première livraison de la troisième série de la *Correspondance mathématique*, les changemens survenus récemment dans les deux observatoires dont nous annonçons les nouvelles publications. La science doit s'applaudir de ce que ces mutations, loin d'avoir ralenti momentanément les travaux de ces deux beaux établissemens, semblent leur avoir imprimé au contraire une activité nouvelle.

On sait que l'observatoire royal de Greenwich fut fondé, vers l'année 1675, sous le règne de Charles II, et qu'il fut successivement illustré par les travaux de *Flamstead*, *Halley*, *Bradley*, *Bliss*, *Maskeline* et *Pond*, que l'Angleterre compte parmi les hommes qui ont élevé le plus haut sa gloire scientifique ([1]. Il paraît que lorsque *Pond* prit la direction de l'observatoire en 1811, il n'avait qu'un seul aide, M. *Taylor*; M. *Henry* lui fut adjoint pendant la même année; MM. *Richardson* et *T.-G. Taylor* furent nommés en 1822; et MM. *Ellis* et *Rogerson* en 1825. En 1830, M. *T.-G. Taylor* fut nommé directeur de l'observatoire de la Compagnie des Indes-Orientales, à Madras, et fut remplacé par M. *F.-W. Simms.*

MM. *Pond* et *Taylor* (premier astronome-adjoint), prirent leur démission au mois d'octobre 1835, et furent remplacés respectivement par M. *Airy*, astronome royal actuel et M. *Main.*

---

[1]) Voyez tome IV de la *Correspondance Mathématique*, une notice et un plan de l'observatoire de Greenwich.

M. *F.-W. Simms* se retira aussi peu de temps après, et M. *Glaisher* (d'abord adjoint à l'observatoire de Cambridge) fut nommé à sa place et entra en fonctions au mois de février 1836.

Le personnel de l'observatoire de Greenwich se compose donc actuellement de l'astronome royal et de six astronomes adjoints, dont les travaux sont distribués de la manière suivante :

M. *Main* dirige les calculs en général, et observe dans l'occasion avec l'un ou l'autre instrument ; principalement avec ceux qui ne servent pas aux observations régulières dans le méridien. En l'absence de l'astronome royal, il est chargé de le remplacer.

MM. *Henry* et *Ellis* font les observations de la lunette méridienne et les réductions qui s'y rapportent, suivent la marche des pendules, font la comparaison des chronomètres qui appartiennent à la marine royale et de ceux qui sont examinés par ordre du gouvernement, et donnent chaque jour à la marine le signal à 1 heure de temps moyen.

M. *Richardson*, assisté de MM. *Rogerson* et *Glaisher*, fait les observations au cercle mural, au secteur zénithal et aux instrumens parallactiques ; ces observateurs sont en outre chargés de réduire leurs observations.

Les diverses observations, etc., sont préparées pour l'impression, et les épreuves sont lues par les adjoints qui ont été respectivement chargés de les faire et de les réduire.

L'ensemble de tous ces travaux se fait sous la direction immédiate de l'astronome royal, qui est responsable pour chacune des parties.

Aucun adjoint n'est chargé de la correspondance pour autant qu'elle concerne les affaires de l'observatoire, à moins d'un ordre immédiat de l'astronome royal.

La série des observations et la succession des observateurs sont réglées, tous les lundis, par l'astronome royal. En général, chaque adjoint qui fait des observations avec l'un des instrumens est chargé de toutes les observations qui sont à faire depuis 15 heures, temps moyen (3 heures du matin), jusqu'au jour suivant à 15 heures. Les observations originales de toute espèce sont inscrites sur de petits livrets d'où l'on ne peut pas facile-

ment faire disparaître l'écriture. On les conserve pour y référer au besoin.

Les calculs de toute espèce faits par une personne sont encore examinés par une seconde personne dont la signature est placée dans le cadre imprimé pour les calculs. Les résultats sont naturellement soumis à un examen général et irrégulier.

Ces détails, que nous puisons dans le volume qui vient de paraître, pourront faire comprendre la régularité qui préside aux travaux de l'observatoire de Greenwich. Ces travaux, pendant l'année 1836, se sont principalement portés sur les points suivans : l'observation du soleil, de la lune et des planètes; l'observation des étoiles à la lunette méridienne, et spécialement des étoiles du catalogue du *Nautical Almanac*, des étoiles observées avec la comète de *Halley* à l'observatoire de Cambridge en 1835; des étoiles observées par le lieutenant-colonel *Colby* avec le secteur zénithal de *Ramsden* sur différens points de la triangulation de la Grande-Bretagne; des étoiles employées pour comparer le secteur zénithal de *Ramsden* avec les cercles muraux pendant l'été de 1836, et enfin des étoiles indiquées par M. *Baily* pour être soumises à un nouvel examen. Les observations, au moyen des cercles muraux, se sont rapportées aux étoiles précédentes et à des étoiles circompolaires pour obtenir une nouvelle détermination de la latitude de l'observatoire. On a fait aussi des observations pour rectifier les tables de réfraction.

L'équatorial a été employé à déterminer les élongations en ascension droite du 4e satellite de Jupiter, dans la vue d'apprécier la masse de la planète, comme aussi à déterminer les distances de quelques planètes à des étoiles voisines.

Les occultations des étoiles par la lune et les éclipses n'ont pas été négligées dans la série des travaux de 1836, dont les résultats publiés, forment un volume grand in-quarto, assez considérable. M. *Airy* a suivi, dans cette publication, à peu près la même marche et le même format que pour les volumes qu'il avait publiés antérieurement à Cambridge, et il a continué à donner, sous forme de préface, des renseignemens d'un haut intérêt sur les observations et sur la discussion de leurs résultats.

Un *appendix* contient : 1° les tables de réfraction de *Bessel ;* 2° une table de facteurs pour convertir les erreurs d'ascension droite et de distance polaire boréale en erreurs de longitude et de distance au pôle de l'écliptique ; des exemplaires particuliers ont été tirés de cet appendice.

— C'est au mois de février 1836 que M. *Challis* fut appelé à la direction de l'observatoire de Cambridge, en remplacement de M. *Airy*, qui venait d'être chargé de la direction de l'observatoire royal de Greenwich. Les observations momentanément suspendues, furent reprises cependant avec régularité dès le mois de mars ; et ce sont les résultats des observations de cette année que le nouveau directeur vient de publier, en adoptant, dans ses tableaux, la même marche que son prédécesseur.

M. *Challis* a été aidé par deux adjoints, M. *Baldrey* qui est plus spécialement chargé des observations faites au moyen de la lunette méridienne, et des calculs de réduction qui s'y rapportent, et M. *John Glaisher* qui a succédé à son frère, actuellement astronome adjoint à l'observatoire de Greenwich. M. *Glaisher* est particulièrement chargé des observations faites avec le cercle mural et avec l'équatorial, et des calculs de réduction.

M. *Challis* est connu depuis long-temps ; ses travaux scientifiques et le volume qu'il publie aujourd'hui, sont une preuve qu'il saura faire valoir dignement, comme astronome, le bel héritage que lui a laissé son illustre prédécesseur.

*The nautical almanac and astronomical ephemeris for the year* 1840, 1 vol in-8°. Londres, 1837.

Ce recueil précieux continue à paraître sous la direction de M. le lieutenant *Stratford*, avec une régularité et des soins dignes des plus grands éloges. Chaque année y apporte de nouveaux perfectionnemens : ainsi, les volumes pour 1839 et 1840, qui ont paru à peu de temps d'intervalle, renferment de plus que les recueils des années précédentes, des éphémérides méridiennes des planètes, les déclinaisons de la lune à son passage calculées pour Greenwich jusqu'au dixième de la seconde, etc. On

trouve aussi, dans le volume pour 1839, une éphéméride de la comète de *Gambart*; et, sous forme d'*appendix*, un mémoire très-intéressant de M. *Stratford*, sur les élémens de l'orbite de la comète de *Halley*, dont on a tiré des exemplaires particuliers. — Nous avons également reçu le *Berliner astronomisches jahrbück* pour 1839, dont M. *Encke* a si solidement établi la réputation et qui est désormais devenu indispensable à toute personne qui veut s'occuper sérieusement de l'astronomie pratique. Le savant directeur de l'observatoire de Berlin lui a conservé la même forme qu'aux volumes des années précédentes; et sous le titre de *Constantes pour Berlin*, il a donné dans un appendice des renseignemens sur la latitude et la longitude de cette ville, sur l'état du magnétisme terrestre, sur la longueur du pendule à secondes, etc.

*Astronomische Beobachtungen auf königlichen universitäts-Sternwarte in Königsberg*, Von F. W. Bessel. 1831 et 1832, 2 cahiers in-fol. Königsberg, 1835 et 1836.

*Bestimmung der länge des enfachen secunden Pendels für Berlin*, Von F. W. Bessel, in-4°. Berlin, 1837.

L'Allemagne rivalise dignement avec l'Angleterre dans toutes les recherches qui tendent à agrandir le domaine de l'astronomie; mais il n'est guère d'astronome qui ait rendu de services plus réels à cette belle science que le célèbre directeur de l'observatoire de Königsberg. M. *Bessel* publie annuellement les résultats de ses travaux; les volumes pour 1831 et 1832 se composent principalement des observations faites au moyen de la lunette méridienne. Cette lunette, munie de cinq fils, porte aussi un cercle méridien avec quatre verniers, destiné à donner les déclinaisons des astres en même temps que les ascensions droites.

Ces volumes renferment aussi des observations faites au moyen de l'héliomètre, sur les Satellites et l'anneau de Saturne, sur les étoiles doubles, la comète de Biéla, etc.; ainsi que des observations barométriques et thermométriques faites chaque jour, à l'heure de midi vrai.

M. *Bessel* rappelle, dans le volume des observations pour 1832, qu'il a profité du séjour de M. *Argelander* à Königsberg, pendant le mois de mars 1832, pour faire avec ce savant et M. *Busch*, aide astronome, des observations comparatives à la lunette méridienne dans la vue de déterminer comment les astres se présentaient au méridien pour chacun d'eux. D'après les comparaisons établies, M. le professeur *Argelander* observait les passages 1″,061 plus tard que M. *Bessel;* et M. *Busch*, 0″,924. La différence pour MM. *Argelander* et *Bessel*, avait été, en 1823, de 1″,223.

Le mémoire publié par M. *Bessel* sur la longueur du pendule simple à secondes pour Berlin, a été composé sur l'invitation du ministère de Prusse. C'est un travail qui manquait encore et qui avait été demandé en 1816, à l'astronome *Tralles*, qui se rendit à cet effet en Angleterre, pour y faire construire les appareils nécessaires à ses opérations. Mais la mort de ce savant ne permit pas de donner suite à cette entreprise. Les expériences de M. *Bessel* ont été faites dans la proximité du nouvel observatoire de Berlin.

*Ueber die Bahn des Dritten Saturns-Satelliten*, von Dr *J. Lamont*, broch. in-4°.

*Jahrbüch der kœniglichen Sternwarte bei Munchen*, für 1838, von Dr *J. Lamont*, in-18. Munich.

L'observatoire royal de Bogenhausen, près de Munich, fut construit en 1817, sous la direction de M. *Soldner*, et remplaça un observatoire provisoire qui était dirigé d'abord par l'astronome *Seyffer*. On peut voir dans le tom. III de la *Correspondance mathématique*, le plan de cet édifice, que nous avons publié d'après un dessin communiqué par M. *Lohrmann* de Dresde.

M. *Soldner* plaça la lunette méridienne en 1819, à une époque où les travaux de construction n'étaient pas encore entièrement terminés, et il commença dès lors ses observations. Un des premiers usages qu'il fit de cet instrument, fut la détermination

de la différence en longitude de son observatoire et de celui de M. *Nicolaï* à Manheim, par la méthode des étoiles de même culmination lunaire, qui est aujourd'hui d'un si grand usage dans l'astronomie pratique. Les autres instrumens principaux de l'observatoire étaient un cercle vertical et un cercle méridien. M. *Soldner* finit par préférer ce dernier instrument, pour la détermination simultanée des ascensions droites et des déclinaisons des astres au lieu des deux autres qui devaient servir séparément au même usage. Les observations qui ont été faites par cet astronome peuvent se partager de la manière suivante :

| ANNÉES. | LUNETTE MÉRIDIENNE. | CERCLE MÉRIDIEN. |
|---|---|---|
| 1819. | 1106 | 12 |
| 1820. | 1040 | 819 |
| 1821. | 450 | 1686 |
| 1822. | 43 | 1901 |
| 1823. | » | 747 |
| 1824. | » | 896 |
| 1825. | » | 915 |
| 1826. | » | 582 |
| 1827. | » | 510 |

En 1827, la santé de M. *Soldner*, s'était considérablement affaiblie, et rendit nécessaire l'aide d'un autre observateur. Dès lors, M. *Lamont*, qui fut chargé de la direction de l'observatoire après la mort de M. *Soldner*, arrivée en 1833, fit exclusivement les observations qu'on peut grouper de la manière suivante :

| ANNÉES. | CERCLE MÉRIDIEN. | LUNETTE MÉRIDIENNE. |
|---|---|---|
| 1828. | 1540 | » |
| 1829. | 995 | » |
| 1830. | 572 | » |
| 1831. | 869 | » |
| 1832. | 1615 | » |
| 1833. | 2202 | 351 |
| 1834. | 2448 | 442 |
| 1835. | 1669 | 109 |

Ce n'est qu'en 1835 que l'on a commencé à publier les différentes observations. Les volumes qui ont paru sont les suivans :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1re partie les observations, | | de | 1820 et 1821. |
| 2e | » | » | 1822 |
| 3e | » | » | 1823 — 1824. |
| 4e | » | » | 1825 — 1826. |
| 5e | » | » | 1827 en y comprenant les observ. à la lunette méridienne non publiées encore. |
| 8e | » | » | 1833. |
| 9e | » | » | 1834. |

Nous avons puisé les renseignemens qui précèdent dans le nouvel *Annuaire* que M. *Lamont* a publié pour 1838, pour la Bavière, à l'instar de l'*Annuaire du bureau des longitudes* de France. On trouve dans cet opuscule un nombre considérable de documens statistiques très-importans, et différentes notices scientifiques, particulièrement sur la disposition et les propriétés physiques des corps planétaires, sur la chaleur du globe, sur l'atmosphère de la lune, etc.

M. *Lamont* a fait connaître aussi les résultats qu'il a obtenus récemment au moyen d'un grand réfracteur, construit à Munich et placé à l'observatoire royal dans le cours de l'année 1835. Cet instrument a une ouverture de 10 ½ pouces de Paris et une distance focale de 15 pieds, il est porté sur un support en bois de huit pieds de hauteur; et, par un travail d'horlogerie, il a un mouvement parallactique qui permet de suivre commodément le cours des astres. Les grossissemens qu'il porte sont de 110 à 1200 fois. M. *Lamont* se loue beaucoup de la bonté de cette lunette, qui lui a permis de voir toutes les particularités remarquées jusqu'à présent avec les plus forts instrumens de cette espèce. Il s'en est servi pour l'observation des étoiles doubles, des nébuleuses, etc.; mais il en a particulièrement fait usage pour l'observation des satellites de Saturne. Il est parvenu à apercevoir le premier satellite de cette planète, que personne n'avait

vu excepté *W. Herschel* ([1], qui en a fait la découverte. Les observations du 3e satellite ont fait l'objet d'un travail particulier, qui a été inséré dans les Mémoires de l'académie royale de Munich, sous le titre indiqué au commencement de cet article.

Ce qui prouve encore la bonté de la lunette de Munich, c'est qu'elle a permis de voir trois satellites d'Uranus, tandis que sir *John Herschel*, au cap de Bonne-Espérance, n'a pu en reconnaître que deux ([2]. M. *Lamont* s'est aussi occupé de déterminer le diamètre de Pallas, sur lequel les mesures d'*Herschel* et de *Schröter* étaient loin de s'accorder, et il pense pouvoir attribuer au diamètre de cette planète, dans ses moyennes distances, une grandeur angulaire d'une demi-seconde, ce qui répond à une grandeur de 145 milles géographiques. La forme de Pallas ne s'éloigne pas sensiblement d'être sphérique.

*Jahrbüch für* 1838, *herausgegeben von* H. C. SCHUMACHER. Stuttgart. in-12.

M. *Schumacher* est bien connu des astronomes par le journal (*Astronomische nachrichten*) qu'il publie sans interruption depuis 1821. Ce recueil leur offre un moyen commode de se communiquer leurs observations, et le rédacteur a eu l'heureuse idée d'imprimer les lettres originales mêmes qui lui parviennent : de cette manière les savans n'ont pas à craindre de voir quelquefois dénaturer leurs pensées par quelque traducteur malhabile, et ils sont toujours sûrs d'être compris de ceux auxquels ils s'adressent; car, sans parler de la langue française qui tend à devenir la

---

[1]) Voyez l'extrait d'une lettre de M. *Lamont* insérée plus haut, page 465, et une lettre de *Sir John Herschel*, au sujet du premier satellite que cet illustre astronome n'avait pas réussi à voir au moyen de son réflecteur, p. 185 de ce volume.

[2]) Voyez les lettres de MM. *Lamont* et *Herschel*, pages 187 et 465 de ce volume.

langue scientifique universelle, et à prendre ainsi la place qu'occupait le latin au moyen âge et qu'il n'a perdue qu'au dix-huitième siècle, les langues étrangères commencent à se répandre généralement; leur besoin est bien senti et quel est l'homme aujourd'hui, l'astronome surtout, qui puisse se tenir au courant des progrès de la science qu'il cultive, sans connaître l'anglais et l'allemand; l'astronomie reprend un nouveau lustre en Allemagne et en Angleterre; l'on fait, l'on *publie* de nombreuses observations; l'on essaie de mettre la science à la portée des hommes du monde: de là ces annuaires dont la France a l'honneur d'avoir donné le modèle. Le *Jahrbüch* de M. *Schumacher* est arrivé à sa troisième année; il renferme les éphémérides astronomiques ordinaires; les tables d'Oltmanns pour la mesure des hauteurs; dans l'annuaire de 1837, le rédacteur avait retranché ces tables et les avait remplacées par des tables du célèbre *Gauss* qui présentent cet avantage qu'elles peuvent servir pour chaque division de l'échelle barométrique et pour toutes les latitudes; cette année les tables d'Oltmanns ont reparu, à la demande de M. *De Humboldt*. Parmi les autres tables usuelles que l'on trouve dans l'annuaire de M. *Schumacher*, nous avons remarqué celles qui servent à la réduction des mesures linéaires, les seules dont on ait généralement l'occasion de faire usage, et qui, disposées d'une manière plus commode que celles de l'*Annuaire du bureau des longitudes*, sont, en outre, beaucoup plus complètes. Les tables pour la réduction à zéro degré de température, du baromètre métrique font suite à celles qui avaient été publiées dans les annuaires précédens et qui étaient relatives à l'ancien baromètre français et au baromètre anglais. M. *Schumacher* a apporté beaucoup de soin aux tables des pesanteurs spécifiques, et il tâche de les améliorer d'année en année. Mais ces annuaires sont intéressans surtout par les notices scientifiques qui y sont jointes, et qui sont dues aux savans les plus distingués de l'Allemagne, à MM. *De Humboldt*, *Gauss*, *Bessel*, *de Buch*, *Olbers*, etc., et à deux illustres étrangers, MM. *Berzélius*, *Oersted*. Un recueil publié sous l'auspice de noms aussi célèbres nous paraît destiné à un grand succès: il semble que tout ce que la science compte de plus illustre dans le nord

ait voulu montrer à M. *Schumacher* l'estime qu'on lui porte.

ED. M.

*Fundamenta nova investigationis orbitæ veræ quam luna perlustrat*, etc., auct. P. A. HANSEN, in-4°, Gotha 1838.

On trouvera plus haut, à la page 466, l'extrait d'une lettre que M. *Hansen* nous a fait l'honneur de nous adresser; on pourra, en le lisant, se faire une idée de l'importance du nouveau travail que vient de publier le savant directeur de l'observatoire de Gotha. On sait que depuis long-temps toutes ses recherches sont dirigées vers le perfectionnement des formules de la mécanique céleste, on connaît aussi les discussions intéressantes auxquelles elles ont donné lieu. (Voyez, entre autres, les lettres insérées par MM. *Hansen* et *De Pontécoulant* aux pp. 255 et 275 du tom. VIII de la *Correspondance mathématique*). On ne pourra manquer de voir alors avec un grand intérêt l'ouvrage où M. *Hansen* a recueilli pour ainsi dire les fruits de toutes ses méditations sur les points les plus délicats de la science. Il sera curieux aussi de faire des rapprochemens entre les moyens de simplification qu'il emploie dans ses formules et ceux qui ont été adoptés par M. *De Pontécoulant* dans un nouveau travail qu'il vient de faire paraître.

*Mémoire sur la théorie de la lune, et spécialement sur les inégalités lunaires à longue période*, par M. G. DE PONTÉCOULANT, broch. in-8°.

Le mémoire que nous annonçons doit faire partie du volume de la *Connaissance des temps* pour 1840. On peut se faire une idée du but que l'auteur avait en vue en l'écrivant, par ses propres expressions. « Les géomètres, dit M. *De Pontécoulant*, qui, après d'*Alembert* et *Clairaut* se sont occupés de la détermination analytique des mouvemens de la lune, ont généralement adopté les formules différentielles que ces deux géomètres avaient em-

ployées, et dont ils avaient fait comme les bases de leur théorie. Ces formules supposent que l'on regarde comme constante la différentielle du mouvement vrai de la lune en longitude rapporté à l'écliptique ; en sorte qu'en les développant et en les intégrant ensuite, on peut exprimer la longitude moyenne de cet astre, sa latitude et sa parallaxe, en séries de sinus et de cosinus d'angles croissant proportionnellement à son mouvement vrai. C'est cette méthode que *Laplace* a adoptée dans le septième livre de sa *Mécanique céleste* et que *Damoiseau* a suivie après lui, en poussant plus loin les approximations dans son beau *Mémoire sur la théorie de la lune*, couronné par l'Académie en 1820 ([1]. Enfin, M. *Plana*, qui a publié dans ces derniers temps un important ouvrage sur la même théorie ([2], et qui a développé par des méthodes qui lui sont propres les inégalités si diverses et si nombreuses du mouvement lunaire, n'a pas cru cependant devoir s'écarter de ses devanciers dans le choix de la variable indépendante qui entre dans ses équations fondamentales, et il semble regarder, avec *Laplace*, les équations différentielles données par d'*Alembert* et *Clairaut*, comme les plus avantageuses à employer pour arriver à la solution de cette difficile question.

» Cependant, quand on réfléchit aux nombreuses opérations que cette méthode exige, quand on considère les calculs immenses auxquels MM. *Damoiseau* et *Plana* ont été conduits, il est difficile de croire que dans l'état actuel de l'analyse, il n'existe pas une voie plus simple et plus directe pour atteindre le même but. »

M. *De Pontécoulant*, après avoir examiné ces difficultés, s'est demandé s'il ne serait pas beaucoup plus simple de prendre pour base, dans la théorie de la lune comme dans celle des planètes, les équations où la différentielle du temps est supposée

---

[1]) *Savans étrangers*, tome 1.
[2]) *Théorie de la lune*. (3 vol. in-4°, Turin, 1832.)

constante. C'est sous ce point de vue qu'il a repris toute la théorie lunaire, en n'employant que les équations dont on fait ordinairement usage dans la théorie des planètes; cet écrit n'est que l'extrait du 4[me] volume de la *Théorie analytique du système du monde*, qui est actuellement sous presse.

*The american almanac and repository of useful knowledge for the year* 1837. BOSTON published by *Ch. Bowen*, 1 vol. 12.

*Jaerboekje over* 1838, 1 vol. in-12. La Haye, 1837.

Un recueil d'annuaires bien faits dans les différentes parties du monde civilisé, serait du plus grand intérêt pour les sciences, et en particulier pour les sciences sociales. On est, en effet, assez généralement convenu maintenant qu'outre les renseignemens purement astronomiques, et qui conviennent plus ou moins à tous les pays, ces sortes d'ouvrages doivent renfermer encore des détails statistiques et météorologiques sur les pays où on les publie, ainsi que des notices purement locales sur des objets d'une utilité immédiate. Ces sortes d'éphémérides de l'état social figurent très-bien à côté des éphémérides célestes.

L'almanach américain de *Boston*, pour 1837, est une source précieuse de documens utiles. Sous le rapport astronomique, il est moins étendu que la *Connaissance des temps* de France et que les éphémérides des grands observatoires, mais il renferme infiniment plus de données que les *annuaires* publiés sur le continent. Sous le rapport statistique, il contient à peu près tous les renseignemens que l'on peut désirer, sur la population des États-Unis, sur l'état de l'agriculture, des manufactures, des finances, de l'enseignement, des crimes, etc.; on y trouve aussi des tableaux météorologiques pour un grand nombre de lieux des États-Unis, et différentes notices politiques.

— *L'annuaire* que M. *Lobatto* continue à publier avec régularité, et dont nous avons parlé très-souvent dans la *Correspondance*, présente également, comme ceux des années précédentes, à côté des renseignemens astronomiques, des données très-intéressantes sur le mouvement de la population dans les Pays-Bas. On y

trouve aussi une notice assez étendue sur les conducteurs électriques et les paratonnerres.

*Memorie di analisi pura ed applicata del prof.* Barnaba Tortolini. (Estratti dal *Giornale arcadico*, tom. 56, 57, 59, 62, 63, 67.)

Le *premier* de ces mémoires a pour objet la détermination des intégrales

$$\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^n}, \int \frac{(a+bx)dx}{(p^2+2pqx \cos.\varphi+q^2x^2)^n}, \int \frac{(f+g\cos.\varphi)d\varphi}{(a+b\cos.\varphi)^n},$$

dans le cas de $n$ entier et positif. L'auteur applique à ces intégrales la méthode de l'intégration par parties; et de la première, il déduit le volume engendré par une cycloïde qui tourne autour de sa base, ou bien autour de l'ordonnée *maximum*, la base étant prise pour axe des abscisses; il parvient à ce résultat assez curieux : le volume engendré par la rotation d'une cycloïde autour de sa base, est égal à deux fois et demie le volume d'un cylindre qui aurait pour base l'aire du cercle générateur de la cycloïde et pour hauteur la circonférence entière du même cercle.

Dans un *second* mémoire, M. *Tortolini* donne une théorie élémentaire des surfaces engendrées par le mouvement d'une ligne dont l'équation ne renferme qu'une seule fonction arbitraire, et qui doivent être circonscrites en même temps à une surface courbe quelconque; il s'occupe successivement des surfaces coniques, cylindriques, des conoïdes et des surfaces de révolution. Du reste, il convient que ce sujet ne saurait être traité complétement sans le secours du calcul différentiel; il a voulu montrer seulement ici, et dans un *troisième* mémoire relatif à la courbure des surfaces, jusqu'où l'on peut arriver par la géométrie analytique pure, dont l'étude lui semble, avec raison, très-importante comme introduction à l'analyse infinitésimale.

Les équations différentielles du mouvement d'un système de molécules sollicitées par des forces d'attraction ou de répulsion, s'appliquent avec beaucoup de succès à la résolution d'un grand nombre de problèmes relatifs aux phénomènes de la nature, et spécialement à ceux du *son* et de la *lumière*. L'on trouve ces équations, avec beaucoup d'applications, en divers endroits des œuvres de M. *Cauchy* ([1], qui les a données pour la première fois. M. *Tortolini* a exposé, dans un *quatrième* mémoire, une méthode facile pour passer des équations générales établies par le géomètre français, au cas particulier dans lequel les molécules sont rangées sur une ligne donnée, problème qui avait déjà été résolu avec une grande profondeur par le célèbre *Lagrange*, dans sa *Mécanique analytique*.

Enfin, dans un *cinquième* et dans un *sixième* mémoire, M. *Tortolini* expose les principes du *Calcul des résidus*, imaginé par M. *Cauchy*, et en fait l'application à l'intégration des équations linéaires aux différences finies à coefficiens constans, et à l'intégration des équations linéaires différentielles à coefficiens constans, et de quelques équations linéaires différentielles à coefficiens variables. Comme ce calcul des résidus est peu connu encore, nous allons montrer, en peu de mots, d'après M. *Tortolini*, en quoi il consiste : « Il y a quelques fonctions particulières qui, pour des valeurs données de la variable indépendante, acquièrent des valeurs infinies. Ces fonctions présentent, dans l'analyse, des résultats qui méritent d'être remarqués, et ont conduit M. *Cauchy* à former un nouveau genre de calcul qu'il appelle l'*analogue du calcul infinitésimal*. L'analogie entre ces deux calculs résulte de différentes raisons. Chacun sait, en effet, que, de sa nature, le calcul infinitésimal se réduit à la recherche des coefficiens différentiels, ou des fonctions dérivées; si, dans une fonction $f(x)$ de la variable indépendante $x$, cette dernière reçoit un accroissement infiniment petit $\varepsilon$, la fonction

---

[1]) *Exercices mathématiques*, tom. III, 1828; tom. IV, 1829. *Mémoire sur la dispersion de la lumière*, 1830.

devient $f(x+\varepsilon)$, et peut se développer suivant les puissances croissantes de $\varepsilon$; les coefficiens des différentes puissances sont les coefficiens différentiels ou les fonctions dérivées, première, seconde.... D'une manière tout-à-fait analogue, si une fonction $f(x)$ de la variable $x$ acquiert une valeur infinie pour $x=x_1$, il est clair qu'en nommant $\varepsilon$ un nombre infiniment petit, la nouvelle fonction $f(x_1+\varepsilon)$ pourra se développer suivant les puissances entières et négatives de $\varepsilon$, ou en d'autres termes, proportionnellement aux puissances

$$\frac{1}{\varepsilon^1},\ \frac{1}{\varepsilon^2},\ \frac{1}{\varepsilon^3}\ldots\ldots$$

Or, le coefficient de $\frac{1}{\varepsilon}$ dans ce développement a été appelé par M. *Cauchy*, le *résidu* de la fonction relatif à la racine $x=x_1$ de l'équation $\frac{1}{f(x)}=0$. C'est dans la détermination de ces *résidus* que consiste le nouveau calcul de ce géomètre. Le coefficient considéré ci-dessus, se présente naturellement dans différentes branches de l'analyse, et les applications que M. *Cauchy* en a faites à un grand nombre de questions, constituent une nouvelle branche digne de fixer l'attention des géomètres. » ED. M.

*Teorica delle quantita proportionali di Domenico* CHELINI *delle scuole pie professor di matematiche nel collegio Nazareno.*

« L'expérience acquise dans l'enseignement a conduit l'auteur à traiter quelques points des mathématiques par des principes plus généraux et des méthodes qui lui semblent plus simples et plus expéditives que celles déjà connues. Il en présente un essai au public, en commençant par la théorie des quantités proportionnelles. Cet article sera suivi d'autres relatifs à la géométrie analytique et au calcul infinitésimal. » Après quelques considérations générales sur les quantités, quant à leurs variations, à leurs rapports, à leur mesure, à leur dépendance

mutuelle, à leurs limites, l'auteur traite des proportions géométriques et donne un *criterium* pour reconnaître les proportions *déduites* d'une proportion *fondamentale*. Puis il s'occupe des quantités proportionnelles simples, directes, inverses, composées. La proportionnalité pouvant exister : 1° entre deux quantités ; 2° entre une quantité et un système de plusieurs autres ; 3° entre deux systèmes de quantités, il est conduit à la recherche d'un *criterium* pour chacun de ces cas. Il termine son article par des observations sur la proportionnalité des quantités imaginaires, et sur le sens dans lequel les quantités proportionnelles peuvent être dites égales entre elles.

*Researches on heat.* Third series, by *J. Forbes*, in-4°. Edinburg, 1838.

Ce mémoire est le troisième que l'auteur publie sur la théorie de la chaleur, dont il a fait une étude spéciale, en employant particulièrement les appareils délicats de Melloni ([1]. Ce nouveau travail est partagé en trois sections. Dans la première, M. *Forbes* s'est attaché à étudier l'inégale nature polarisable des rayons de chaleur. Le côté important de ces recherches réside en ceci : que la théorie ordinaire des ondulations ne reconnaît pas de variations à cet égard, et *peut-être* n'en existe-t-il pas pour la lumière, car il ne paraît pas qu'on ait fait d'expériences décisives sur cette matière, si l'on en excepte le faible effet dû à la différence de réfrangibilité. Or, l'auteur ayant prouvé, dans la troisième section de son travail, que cette différence de réfrangibilité moyenne diffère très-peu pour la plupart des sources, quoiqu'il y ait des différences notables quant à la polarisation, il semble en résulter qu'on doit rechercher une théorie mécanique pour la chaleur différente de celle admise pour la lumière.

Cette conclusion se trouve confirmée par les résultats conte-

---

(1) *Voy.* pag. 237 du tom. 1, 3e série de la *Correspondance math.*

nus dans la seconde section du mémoire, où l'on montre, par les résultats singulièrement concordans de séries d'expériences entièrement différentes, faites avec de la chaleur de sources très-distinctes, que les phénomènes de dépolarisation diffèrent étonnamment, *numériquement parlant*, de ceux de la lumière, quoiqu'entièrement semblables dans leurs caractères généraux. M. *Forbes* se trouve porté à admettre, d'après ses résultats, *ou* que la longueur d'ondulation pour la chaleur est plusieurs fois plus grande que pour la lumière, *ou* que les vitesses des rayons ordinaires et extraordinaires dans les cristaux doués de la double réfraction, sont totalement différens de celles des rayons de la lumière; *ou encore* qu'on a une combinaison de ces deux hypothèses. Entre les deux premières alternatives, l'auteur penche pour la seconde; il pense qu'on peut admettre que l'énergie du pouvoir doublement réfracteur est plus faible pour la chaleur que pour la lumière; en d'autres termes, qu'une plus grande épaisseur du cristal est nécessaire pour produire un effet donné.

La seconde et la troisième section du mémoire, sur la dépolarisation et sur la réfrangibilité de la chaleur, se confirment mutuellement à cet égard que l'uniformité des résultats de la dépolarisation avec la chaleur de différentes sources, comme aussi ceux de la réfrangibilité, seraient également très-improbables, si la longueur d'ondulation différait matériellement dans ces circonstances. M. *Forbes* montre, dans la troisième section, que l'indice moyen de réfraction pour toutes les espèces de chaleur qu'il a soumises à ses expériences, est moindre que pour la lumière, et qu'il est resserré dans d'étroites limites; que ces limites sont surtout resserrées quand la chaleur provenant de différentes sources n'est pas modifiée par son passage par des milieux diathermans. — La valeur de la dispersion est considérable, mais non précisée et ouvre un vaste champ à de nouvelles recherches; elle est probablement plus faible pour des sources de basse température.

Telles sont à peu près les conclusions que M. *Forbes* a déduites de ses recherches. Ce travail, qui doit faire partie du 14$^{me}$ volume des *Mémoires d'Édimbourg*, doit assurer à son auteur de

nouveaux titres de reconnaissance auprès des physiciens qui aiment à voir soumettre les théories aux épreuves les plus délicates et les plus minutieuses de l'expérience.

*Researches towards establishing a theory of the dispersion of light*, n° IV, by the rev. BADEN POWELL.

M. *Powell* s'est attaché, comme M. *Forbes* le fait pour la chaleur, à mettre la théorie des ondulations de la lumière en présence des faits que donne l'observation. Nous avons déjà eu l'occasion de parler de ses recherches sur la dispersion et sur les indices de réfraction dans différentes substances, p. 236, tome 1, 3me série de la *Correspondance mathématique*. Quelques difficultés qu'avait rencontrées l'auteur, en examinant des substances d'un pouvoir réfringent très-élevé, l'ont porté à revenir sur ses recherches et à vérifier particulièrement les résultats de M. *Kelland*. M. *Powell* publie aujourd'hui le fruit de ses travaux et tâche d'éclaircir la méthode générale pour déterminer la dispersion, de manière à la rendre d'une application facile.

FIN DU Xe VOLUME.

# ERRATA.

---

Page 195, ligne 23, $\mu$ ou $h$, lisez : $\mu - h$

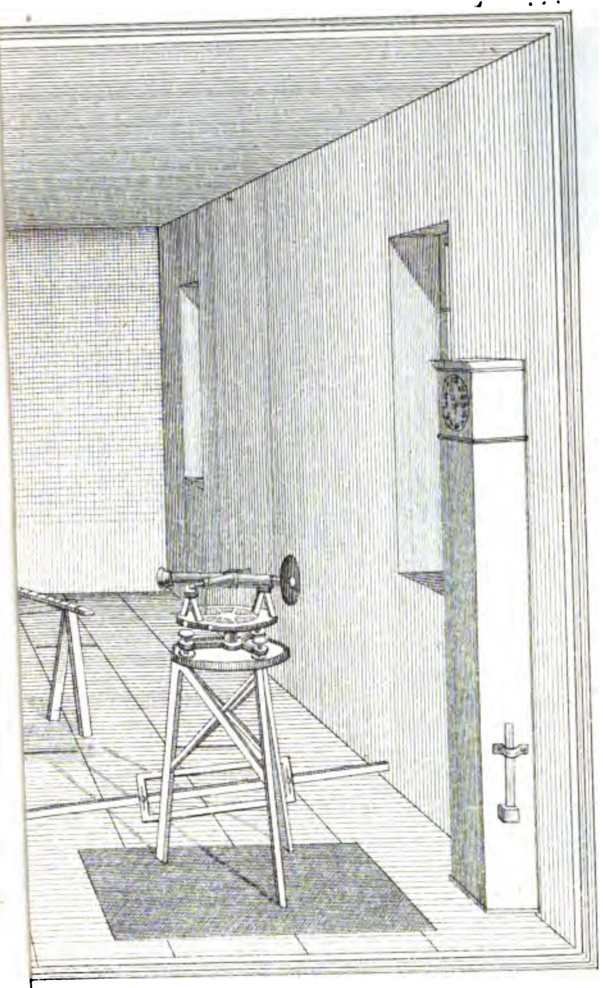
— 197, — 4, $\frac{\Delta}{2}$, lisez : $\Delta$.

# TABLE DES MATIÈRES

DU Xe VOLUME.

Pages.

*Planche 1.*



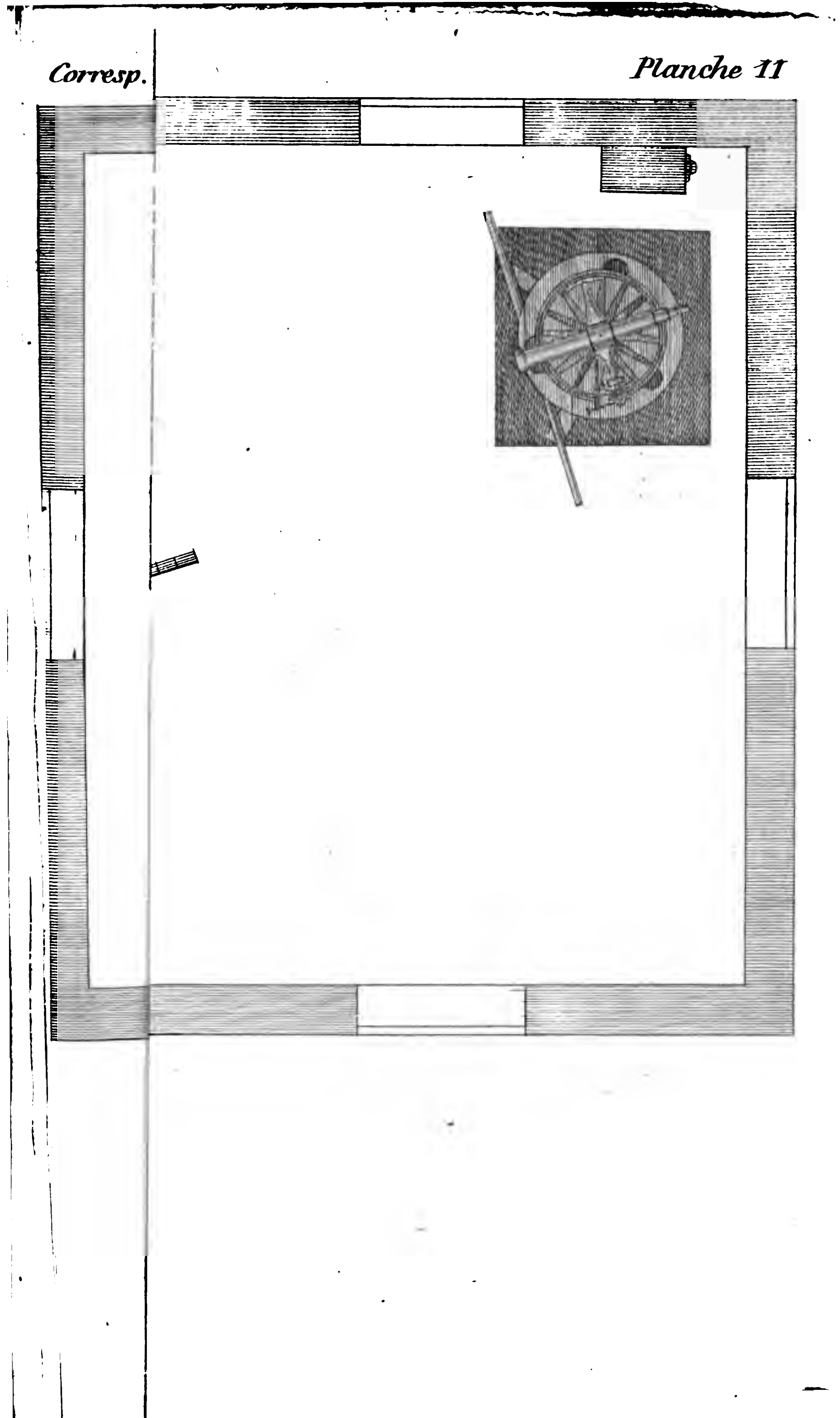
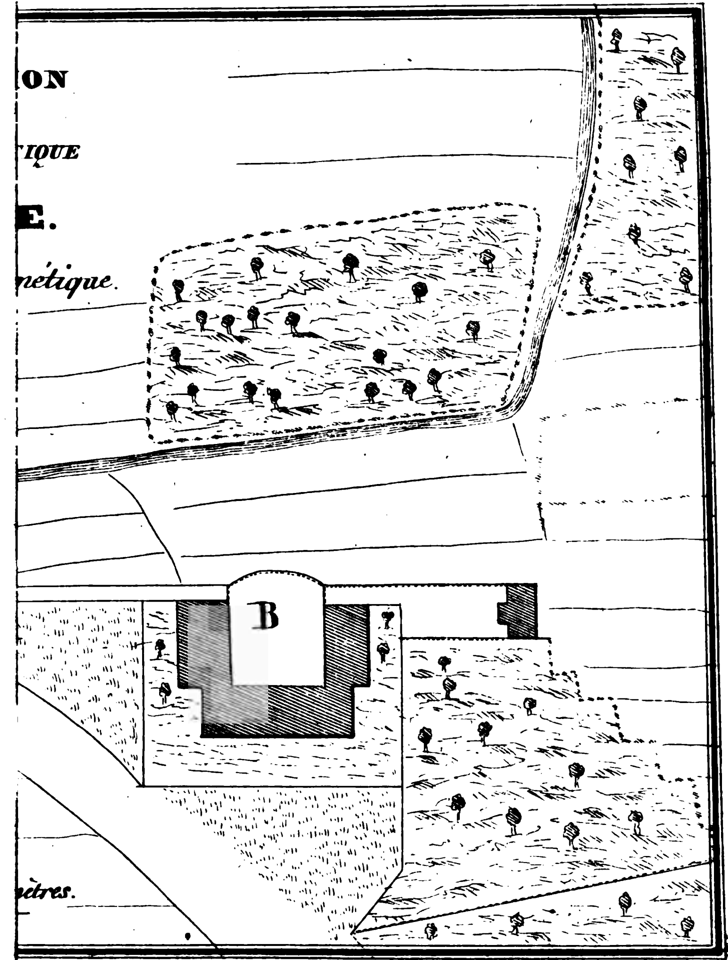
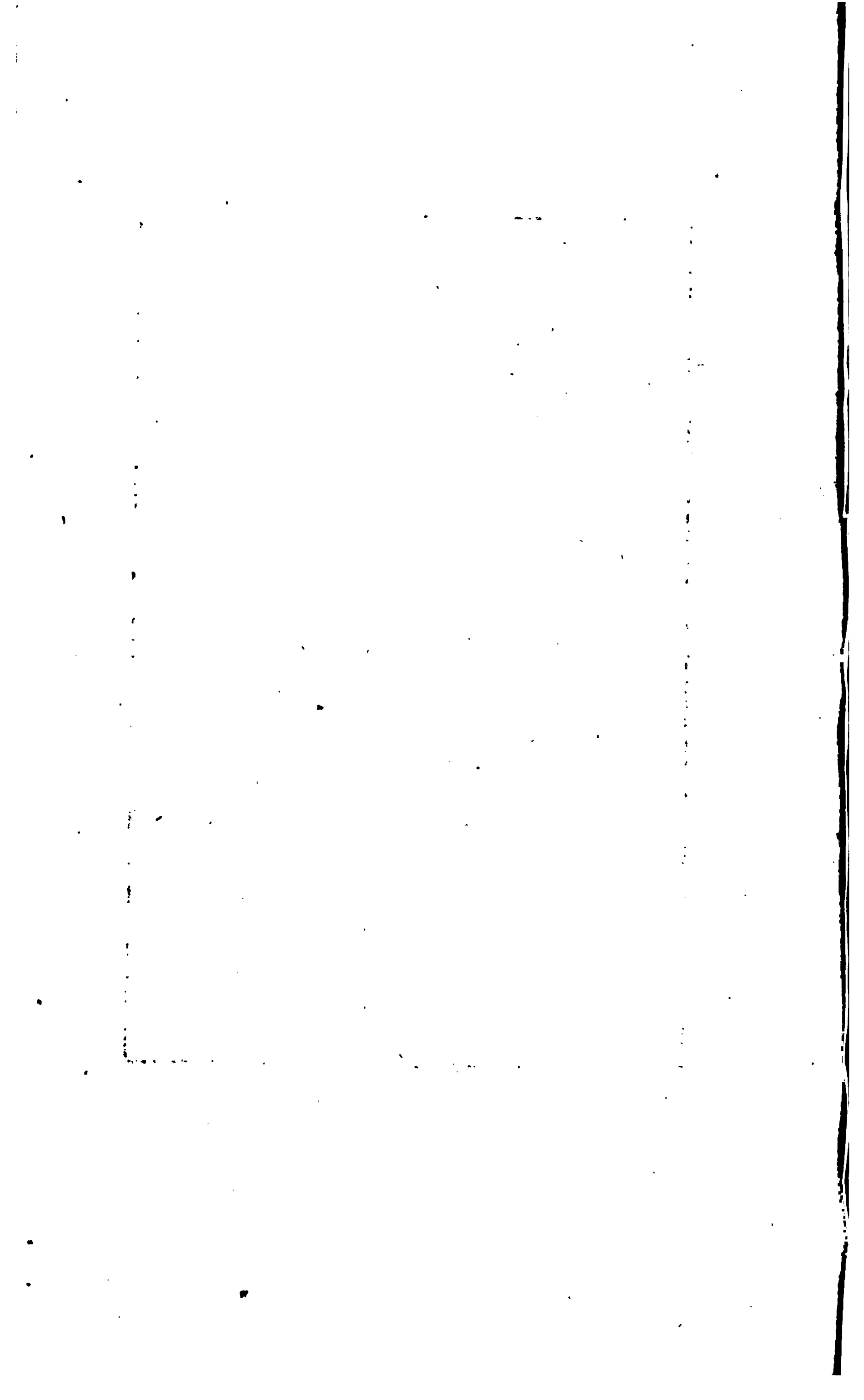


Planche III.



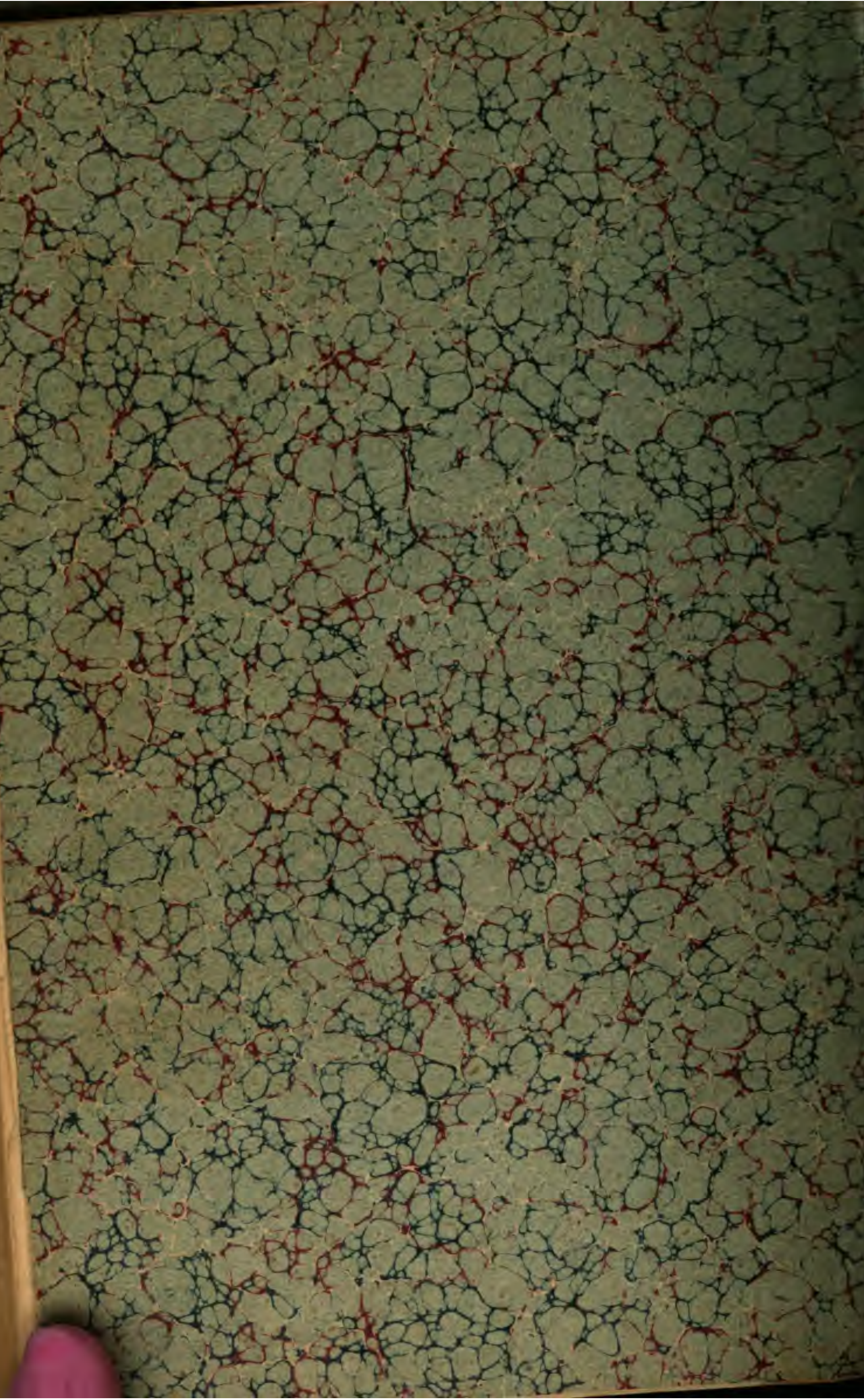


nche de la Corresp. N.° 1. Tome 10.

Q

Q'

A P x — x'




3 2044 019 157 478




3 2044 019 157 478